

UNIVERSITY OF ILLINOIS

AT CHICAGO

801 S. MORGAN

CHICAGO, IL 60607

QC

1

H4

v. 21

1948

PER

HELVETICA PHYSICA ACTA

SOCIETATIS PHYSICAE HELVETICAE
COMMENTARIA PUBLICA

VOLUMEN XXI

BASILEAE • IN AEDIBUS BIRKHAUSER
MCMXLVIII

Schweizerische Physikalische Gesellschaft
Copyright 1948 by: Société Suisse de Physique
Società Fisica Svizzera

Druck von Emil Birkhäuser & Cie., AG., Basel

Über die Bildung des Strichfokus in Röntgenröhren

Mitteilung aus dem Elektrotechnischen Laboratorium des Hebrew Technical College
Haifa (Palestina).

von **Franz Ollendorff**.

(29. IX. 1947.)

Inhalt. 1. Das Modell der Röntgenröhre. 2. Das Primärfeld. 3. Das Sekundärfeld. 4. Die Grundgleichungen der zweidimensionalen Elektronenoptik. 5. Die Elektronenbahnen der Röntgenröhre.

1. Das Modell der Röntgenröhre.

Gegeben eine Glühkathoden-Röntgenröhre mit feststehender Anode. Es liegt die Aufgabe vor, die von der Kathode emittierten Elektronen in einem, auf der Anodenoberfläche liegenden (Strich-) Fokus — als Quelle der Röntgenstrahlen — zu sammeln; oder, elektronenoptisch gesprochen: das von den Elektronenstrahlen vermittelte Bild der Kathode soll gerade in die Anodenoberfläche fallen.

Der theoretischen Behandlung des Problems legen wir ein *kartesisches* Rechtssystem x, y, z zugrunde. Die Kathode besitze die Gestalt eines Kreiszylinders vom Halbmesser ϱ_0 , dessen Achse parallel zur z -Achse verläuft und die Ebene $z = 0$ im Punkte $(0, -t)$ schneidet (Fig. 1). Zum Schutze der Kathode gegen überstarke elektrische Felder befindet sich in der Ebene $y = 0$ eine leitende Platte, welche durch den symmetrisch zur z -Achse gelegenen Spalt der Breite $2d$ zwecks freien Durchtrittes der Elektronen unterbrochen ist. Die Anodenoberfläche verläuft im Abstände h planparallel zur Schutzplatte.

2. Das Primärfeld.

Das elektrische Feld des Röhrenmodelles ist unabhängig von z . Daher beschreiben wir es erschöpfend durch Angabe seines skalaren Potentials $\varphi = \varphi(x, y)$, welches wir durch Hinzufügung der Stromfunktion $\psi = \psi(x, y)$ zum komplexen Potential $\chi = \varphi + i\psi$ [$i = \sqrt{-1}$] ergänzen. Wir suchen zunächst dasjenige „Primärfeld“ χ_P , welches allein von der Anode und der Schutzplatte (bei fortgedachter Kathode) erzeugt wird; als Randbedingungen gelten: $\varphi_P = \varphi_a$ auf der Anode, $\varphi_P = 0$ auf der Schutzplatte.

Wir setzen $x + iy = \zeta$ und bezeichnen in der hierdurch definierten, komplexen ζ -Ebene nach Fig. 1

$$A = (d, \pm 0); \quad B = (\infty, +0) = (\infty, +h); \quad C = (-\infty, +h) = (-\infty, +0), \\ D = (-d, \pm 0) \quad E = (-\infty, -0) = (+\infty, -0).$$

Fig. 1.

Modell der untersuchten Röhre.

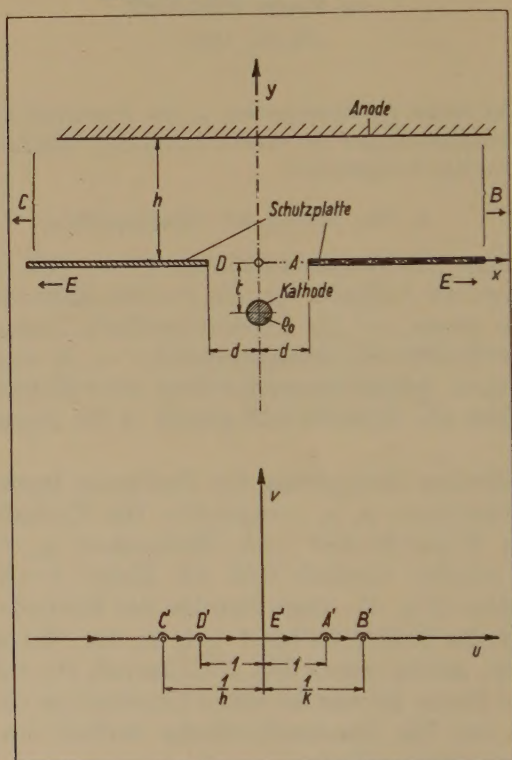


Fig. 2.

Konforme Abbildung auf die w -Ebene.

Nunmehr rufen wir eine komplexe $w = u + iv$ -Ebene zu Hilfe, auf deren u -Achse wir den Umfang des Polygons $A B C D E A$ konform abbilden wollen. Dabei soll das Innere des umfahrenen Gebietes in die Halbebene $v > 0$ transformiert werden, und die Bildpunkte $A' \dots E'$ der Ecken $A \dots E$ sollen sich in

$$A' = (1, +0); \quad B' = (1/k, +0); \quad C' = (-1/k, +0); \quad D' = (-1, +0); \\ E' = (0, +0)$$

vorfinden (Bild 2); der reelle Modul $k > 1$ ist zunächst noch unbekannt.

Der SCHWARZ-CHRISTOFFEL'sche Satz führt auf die Differentialgleichung der verlangten Abbildung:

$$\frac{d\zeta}{dw} = C \frac{1-w^2}{w^2} \frac{1}{1-k^2 w^2} \equiv C \left[\frac{1}{w^2} - \frac{1-k^2}{k} \frac{k}{1-k^2 w^2} \right] \quad (1)$$

wobei C — neben k — eine weitere Konstante bedeutet. Durch elementare Integration folgt also

$$\zeta = C \left[-\frac{1}{w} - \frac{1-k^2}{2k} \ln \frac{1+kw}{1-kw} \right]. \quad (2)$$

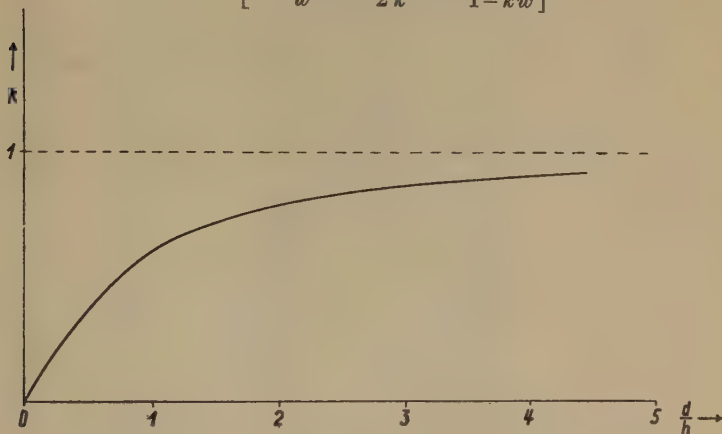


Fig. 3.

Der Modul k in Abhängigkeit von den Daten des Röhrenmodelles.

Dabei soll weiterhin als Logarithmus jener „Hauptwert“ benutzt werden, dessen Imaginärteil zwischen $(-\pi)$ und $(+\pi)$ liegt. Wählen wir daher eine hinreichend kleine, reelle Zahl $\varepsilon > 0$, so liefern die Abbildungsbedingungen

$$ih = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left\{ \zeta \left(\frac{1}{k} + \varepsilon + i0 \right) - \zeta \left(\frac{1}{k} - \varepsilon + i0 \right) \right\} = -i\pi C \frac{1-k^2}{2k}. \quad (3)$$

Weiter wird für $w = 1 + i \cdot 0$

$$d = C \left[-1 - \frac{1-k^2}{2k} \ln \frac{1+k}{1-k} \right]. \quad (4)$$

Aus (3) und (4) entspringt die Modulgleichung

$$\frac{1}{\pi} \left[\frac{2k}{1-k^2} + \ln \frac{1+k}{1-k} \right] = \frac{d}{h} \quad (5)$$

welche in Fig. 3 graphisch dargestellt ist. Nachdem somit k und C als bekannt gelten dürfen, lautet die Abbildung (2) explizit

$$\zeta = \frac{h}{\pi} \left[\frac{2k}{1-k^2} \frac{1}{w} + \ln \frac{1+kw}{1-kw} \right]. \quad (6)$$

Die in die w -Ebene übertragenen Randbedingungen lauten:

$$\varphi_P = \varphi_a \text{ für } |u| > \frac{1}{k}; \quad \varphi_P = 0 \text{ für } |u| < \frac{1}{k}.$$

Sie werden von dem komplexen Potential befriedigt

$$\chi_P = \frac{\varphi_a}{i\pi} \ln \frac{1+kw}{1-kw}; \quad w = \frac{i}{k} \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \frac{\chi_P}{\varphi_a} \quad (7)$$

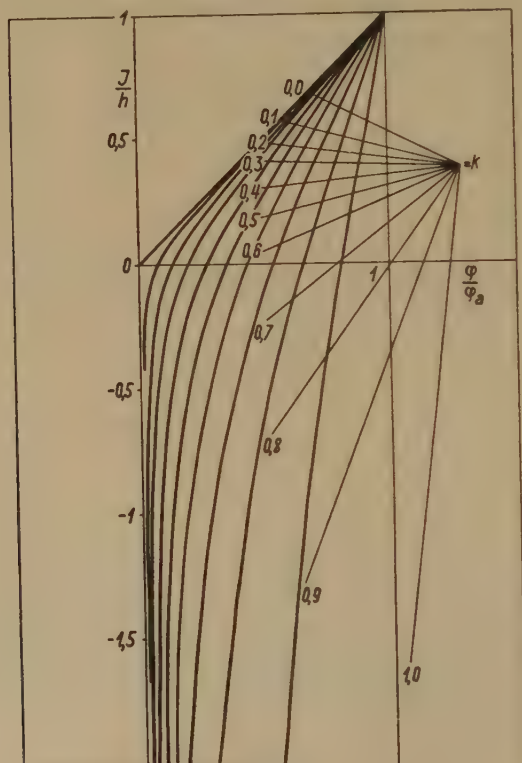


Fig. 4.

Potentialverlauf längs der Symmetrieebene.

so dass man durch Einsetzen in (6) findet

$$\zeta = i h \left[\frac{\chi_P}{\varphi_a} - \frac{1}{\pi} \frac{2k^2}{1-k^2} \cotg \frac{\pi}{2} \frac{\chi_P}{\varphi_a} \right]. \quad (8)$$

Insbesondere verschwindet hiernach die Stromfunktion längs der y -Achse, so dass dort das Potential φ_P aus

$$y = h \left[\frac{\varphi_P}{\varphi_a} - \frac{1}{\pi} \frac{2k^2}{1-k^2} \cotg \frac{\pi}{2} \frac{\varphi_P}{\varphi_a} \right] \quad (8a)$$

zu berechnen ist; Fig. 4 vermittelt das Ergebnis der numerischen

Auswertung. Um die längs der y -Achse herrschende Feldstärke $E_P \equiv E_{P_y} = -\frac{\partial \varphi_P}{\partial y}$ zu finden, differenzieren wir (8a) nach y :

$$1 = \frac{h}{\varphi_a} \left[1 + \frac{k^2}{1-k^2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{\varphi_P}{\varphi_a}} \right] \frac{\partial \varphi_P}{\partial y}. \quad (9)$$

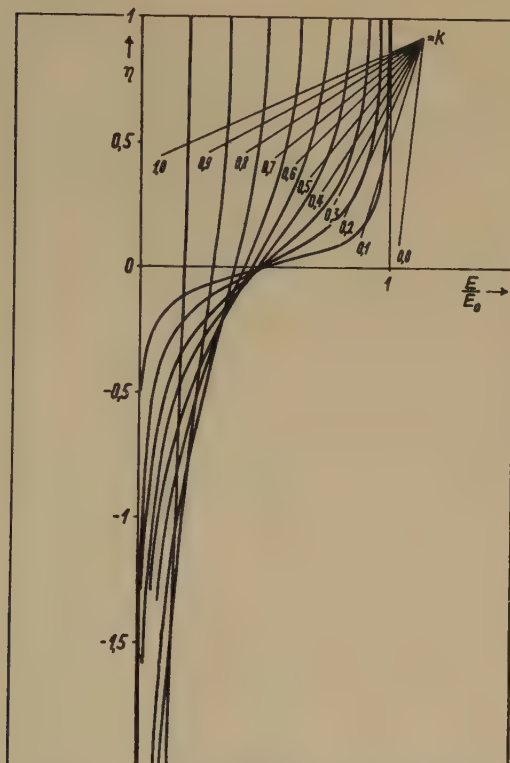


Fig. 5.

Feldverlauf in der Symmetrieebene.

Wir führen die im Falle der ungeschlitzten Schutzplatte ($d \rightarrow 0$) resultierende Feldstärke $E_0 = -\frac{\varphi_a}{h}$ ein und erhalten in

$$\frac{E_P}{E_0} = \frac{1}{1 + \frac{k^2}{1-k^2} \frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{\varphi_P}{\varphi_a}}} \quad (9a)$$

zusammen mit (8) eine Parameterdarstellung für E_P/E_0 , welche durch Fig. 5 veranschaulicht wird.

In der Regel wählt man $d \ll h$, sodass der Modul k klein gegen 1 ausfällt. Daher erhalten wir eine hinreichend genaue Darstellung des Primärfeldes in der Umgebung der Schutzplatten-Öffnung, indem wir zur Grenze $k \rightarrow 0$ übergehen. Zu diesem

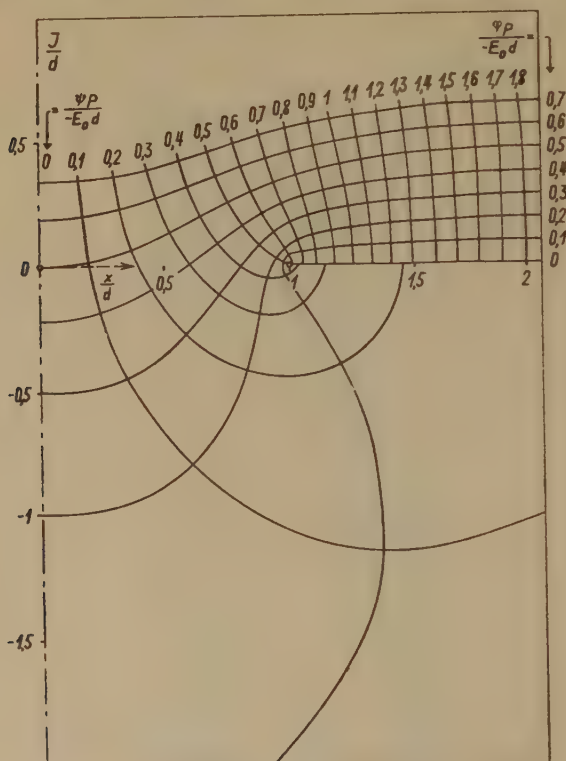


Fig. 6.

Feldbild in der Umgebung der Schutzplatten-Öffnung.

Zwecke schreiben wir zunächst (6) mit Beachtung von (5) in der Form

$$\zeta = d \frac{\frac{1}{w} + \frac{1-k^2}{2k} \ln \frac{1+kw}{1-kw}}{1 + \frac{1-k^2}{2k} \ln \frac{1+k}{1-k}} \quad (10)$$

aus welcher wir entnehmen

$$\lim_{k \rightarrow 0} \zeta = d \cdot \frac{1}{2} \left[\frac{1}{w} + w \right]. \quad (10a)$$

Gleichzeitig entsteht aus (7), mit abermaliger Benutzung von (5)

$$\chi_P = \varphi_a \cdot \frac{d}{h} \cdot \frac{1}{i} \frac{\ln \frac{1+kw}{1-kw}}{\frac{2k}{1-k^2} + \ln \frac{1+k}{1-k}}; \quad \lim_{k \rightarrow 0} \chi_P = \varphi_a \cdot \frac{d}{h} \cdot \frac{w}{2i} \quad (11)$$

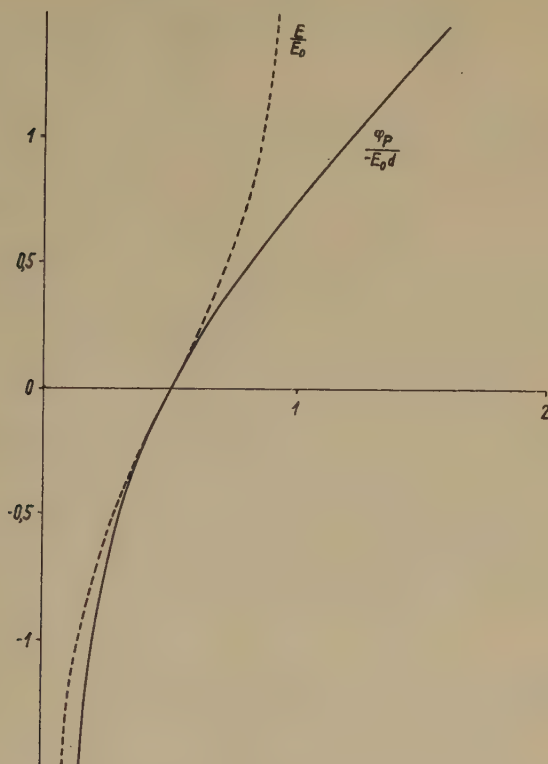


Fig. 7.

Potential- und Feldverlauf in der Symmetrieebene für $h \rightarrow \infty$.

also durch Einsetzen in (10a)

$$\frac{\zeta}{d} = \frac{1}{2i} \left[\frac{-E_0 \cdot d}{2\chi_P} - \frac{2\chi_P}{-E_0 \cdot d} \right]. \quad (12)$$

Fig. 6 zeigt das Netz der Aequipotential — und Feldlinien, welches diesem komplexen Potential entspricht. Längs der y -Achse gilt insbesondere

$$\frac{y}{d} = \frac{1}{2} \left[\frac{2\varphi_P}{-E_0 d} - \frac{-E_0 d}{2\varphi_P} \right]. \quad (12a)$$

Man berechnet hieraus

$$\frac{\varphi_P}{-E_0 d} = \frac{1}{2} \left[\frac{y}{d} + \sqrt{\left(\frac{y}{d}\right)^2 + 1} \right] \quad (12b)$$

sowie

$$\frac{E_P}{E_0} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\frac{y}{d}}{\sqrt{\left(\frac{y}{d}\right)^2 + 1}} \right]. \quad (12c)$$

Der Inhalt der Gleichungen (12b) und (12c) wird durch Fig. 7 veranschaulicht.

3. Das Sekundärfeld.

Dem Primärpotential χ_P superponiert sich das Sekundärpotential χ_s der Kathode: Sei λ ihre Linienladung je Längeneinheit des Kathodenzyllinders; sie erteilt seiner Oberfläche das — vorerst unbekannte — Potential φ_{sK} , während gleichzeitig φ_s sowohl auf der Anode wie auf der Schutzplatte verschwindet.

Zur Lösung des hierdurch umschriebenen Potentialproblems übertragen wir die Kathode aus der ζ -Ebene in die w -Ebene: Aus (6) entnehmen wir, mit $\zeta = it$ für den Ort $w_K = 0 + iv_K$, welcher als Spur der transformierten Zylinderachse erscheint, die Gleichung

$$t = \frac{h}{\pi} \left[\frac{2k}{1-k^2} \frac{1}{v_K} - 2 \operatorname{arctg} kv_K \right]. \quad (13)$$

Es genügt für unsere Zwecke, sich auf den Fall $d \ll h$ zu beschränken, so dass wir aus (10a) entnehmen

$$t = \frac{d}{2} \left[\frac{1}{v_K} - v_K \right]; \quad v_K = -\frac{t}{d} + \sqrt{\left(\frac{t}{d}\right)^2 + 1}. \quad (13a)$$

Welches ist der Halbmesser ϱ_K des in die w -Ebene übertragenen Kathodendrahtes? Wir setzen $\varrho_0 \ll d$ voraus; dann ist, mit hinreichender Genauigkeit,

$$\frac{\varrho_K}{\varrho_0} = \left| \frac{dw}{d\zeta} \right|_{\zeta=-t} = \frac{1}{d} \left[1 - \frac{\frac{t}{d}}{\sqrt{1 + \frac{t^2}{d^2}}} \right]. \quad (14)$$

Nun lautet die Lösung des Potentialproblems in der w -Ebene

$$\chi_s = \frac{\lambda}{2\pi A} \ln \frac{w + iv_K}{w - iv_K}; \quad A = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}. \quad (15)$$

Insbesondere findet sich hieraus das sekundäre Kathodenpotential selbst zu

$$\varphi_{s_K} = \frac{\lambda}{2\pi\Delta} \ln \frac{2v_K}{e_K} = \frac{\lambda}{2\pi\Delta} \ln \frac{2d\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}}}{e_0}. \quad (15a)$$

Indem wir nun das Primärpotential hinzufügen, ergibt sich mit Rücksicht auf (12b) — nach Substitution von $(-E_0) = \varphi_a/h$ — als Gesamtpotential der Kathode

$$\varphi_K = \frac{1}{2} \frac{d}{h} \varphi_a \left[\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}} - \frac{t}{d} \right] + \frac{\lambda}{2\pi\Delta} \ln \frac{2d\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}}}{e_0}. \quad (16)$$

Hieraus folgt der auf die Längeneinheit der Kathode entfallende Anteil der Freien Feldenergie

$$f_K = \frac{1}{2} \lambda \varphi_K \quad (17)$$

und die entsprechende mechanische Kraft K in Richtung der positiven y -Achse ist

$$K = \frac{\partial f_K}{\partial t} = \frac{\lambda}{2d} \left[\frac{1}{2} \frac{d}{h} \varphi_a \left\{ \frac{\frac{t}{d}}{\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}}} - 1 \right\} + \frac{\lambda}{2\pi\Delta} \frac{\frac{t}{d}}{1+\frac{t^2}{d^2}} \right]. \quad (18)$$

Nun befindet sich die Kathode, von dem Spannungsabfall ihres Heizstromes abgesehen, in der Regel auf dem Potential der Schutzplatte, welches wir als Basis gewählt hatten: Aus der Bedingung $\varphi_K = 0$ folgt

$$\frac{\lambda}{2\pi\Delta} = - \frac{1}{2} \frac{d}{h} \varphi_a \frac{\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}} - \frac{t}{d}}{\ln \frac{2d\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}}}{e_0}}. \quad (19)$$

Daher findet man durch Substitution in (18)

$$= \frac{\pi\Delta}{\ln \frac{2d\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}}}{e_0}} \frac{\left(\frac{1}{2} \frac{d}{h} \varphi_a \right)^2 \left(\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}} - \frac{t}{d} \right)^2}{d \cdot \sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}}} \left[1 + \frac{1}{\ln \frac{2d\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}}}{e_0}} \cdot \frac{\frac{t}{d}}{\sqrt{1+\frac{t^2}{d^2}}} \right]. \quad (18a)$$

Im Lichte dieser Gleichung eröffnet sich die Möglichkeit, die mechanische Kraft auf Null zu kompensieren, indem man die Kathode oberhalb der Schutzplatte anordnet [$t < 0$]: Die in Richtung der positiven y -Achse gerichtete „Fremdkraft“ des Primärfeldes

auf die geladene Kathode steht im Gleichgewicht mit der entgegengesetzt wirkenden „Eigenkraft“ des Sekundärfeldes. Indessen wird sich herausstellen, dass eine solche Lage der Kathode — abgesehen von den hierbei auftretenden Schwierigkeiten der Elektronenemission — nur durch einen Verzicht auf die Fokussierung erkauft werden kann, es sei denn, man sieht zu diesem Zwecke zusätzliche elektronenoptische Steuerorgane vor; wir werden deshalb die genannte Lage weiterhin nicht in Betracht ziehen.

4. Grundgleichungen der zweidimensionalen Elektronenoptik.

Gegeben sei in einem *kartesischen* Koordinatensysteme x, y, z das von z unabhängige elektrische Skalarpotential $\varphi(x, y)$. Dieses Feld sei symmetrisch zur Ebene $x = 0$ verteilt, und überdies sei in dieser Ebene selbst $\varphi = f(y)$ explizit bekannt. Wie lautet die Potentialfunktion in der Nachbarschaft der Symmetrieebene?

Wir gehen von der FOURIER'schen Integraldarstellung aus

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{im y} dm \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) e^{-im \lambda} d\lambda. \quad (20)$$

Nun genügt φ der LAPLACE'schen Gleichung; vermöge der vorausgesetzten Symmetrie lautet daher das FOURIER'sche Integral des Potentials für einen beliebigen Aufpunkt

$$\varphi(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{im y} \cosh m x dm \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) e^{-im \lambda} d\lambda. \quad (21)$$

Wir benutzen die Reihenentwicklung

$$\cosh m x = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{m^{2k} x^{2k}}{(2k)!}. \quad (22)$$

Unter der Voraussetzung, dass die Eigenschaften von $f(\lambda)$ diese Operation gestatten, vertauschen wir in (21) die Reihenfolge von Integration und Summation und finden

$$\varphi(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} m^{2k} e^{im y} dm \int_{-\infty}^{+\infty} f(\lambda) e^{-im \lambda} d\lambda. \quad (21a)$$

Aus dem Vergleich mit (20) entnimmt man also

$$\varphi(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k}}{(2k)!} \frac{d^{2k} f}{d y^{2k}} \quad (21b)$$

und hieraus ergibt sich für die elektrische Feldkomponente E_x

$$E_x = -\frac{\partial \varphi(x, y)}{\partial x} = -\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k-1}}{(2k-1)!} \frac{d^{2k} f}{dy^{2k}}. \quad (23)$$

Insbesondere folgt für die unmittelbare Nachbarschaft der Symmetrieebene bis auf Glieder höherer Ordnung

$$E_x = x \frac{d^2 f}{dy^2}. \quad (23a)$$

Nun treiben wir GAUSS'sche Elektronenoptik, indem wir in der Ebene $z = 0$ die Bahn von Elektronen verfolgen, welche der Symmetrieachse benachbart sind. Falls das Elektron (Masse m , Ladung q) die Kathode ($\varphi = 0$) mit sehr (unendlich) kleiner Geschwindigkeit verlässt, ist dann seine achsenparallele Geschwindigkeitskomponente v_y aus der Gleichung zu berechnen

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = m \frac{dv_y}{dt} = q \frac{df}{dy} \quad (24)$$

oder (Energie-Integral)

$$\frac{1}{2} m v_y^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = qf. \quad (24a)$$

Hier darf trotz der in Röntgenröhren angewandten Höchstspannungen die relativistische Änderung der Elektronenmasse ausser Betracht bleiben, solange wir uns auf die Umgebung der Kathode und der Schutzplatte beschränken und gleichzeitig, wie es in den vorangehenden Abschnitten geschah, den Abstand der Anode von diesem Elektrodensystem als hinreichend gross voraussetzen. In der nämlichen Genauigkeit unterliegt die quer zur Achse gerichtete Geschwindigkeitskomponente dem Gesetze

$$m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2} = -q E_x. \quad (25)$$

Nun ist, für achsennahe Strahlen,

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dy} \cdot \frac{dy}{dt}; \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dy^2} \cdot \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \frac{dx}{dy} \cdot \frac{d^2 y}{dt^2}. \quad (26)$$

Daher entsteht aus (25) mit Rücksicht auf (23a) die Differentialgleichung der Elektronenbahn

$$\frac{d^2 x}{dy^2} + \frac{1}{2} \frac{f'(y)}{f(y)} \frac{dx}{dy} + \frac{1}{2} \frac{f''(y)}{f(y)} x = 0. \quad (27)$$

5. Die Elektronenbahnen der Röntgenröhre.

Wir kehren zu dem untersuchten Röhrenmodell zurück. In ihm ist die Kathode, gemäss der Annahme $\varrho_0 \ll d$, als „Nadelelektrode“ zu charakterisieren: schon in äusserst kleinem Abstände von ihrer emittierenden Oberfläche geht das Gesamtpotential merklich in das Potential allein des Primärfeldes über. Daher dürfen wir in hinreichender Genauigkeit für die Funktion f der Gleichung (27) den Ausdruck (12b) substituieren. Wir setzen vereinfachend, indem wir d als sozusagen natürliche Längeneinheit des Problems einführen, $\xi = x/d$ und $\eta = y/d$ („numerische Koordinaten“) und erhalten für die gesuchten Elektronenbahnen die Differentialgleichung

$$\frac{d^2 \xi}{d\eta^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{1+\eta^2}} \frac{d\xi}{d\eta} + \frac{1}{2} \frac{1}{(1+\eta^2)^{3/2} (\eta + \sqrt{1+\eta^2})} \xi = 0. \quad (28)$$

Infolge der verwickelten Gestalt ihrer Koeffizienten kann man — meines Wissens nach — ihre Lösung nicht mittels schon bekannter Funktionen ausdrücken. Wir haben daher die vorgelegte Differentialgleichung numerisch integriert. Hierbei verbürgt uns ihr linearer Charakter, dass wir sie mit der Kenntnis zweier, linear voneinander unabhängiger Lösungen $g_1(\eta)$ und $g_2(\eta)$ vollständig beherrschen; diese Fundamentalintegrale seien den Anfangsbedingungen unterworfen

$$\left. \begin{aligned} g_1(0) &= 0; & \left(\frac{dg_1}{d\eta} \right)_0 &= 1 \\ g_2(0) &= 1; & \left(\frac{dg_2}{d\eta} \right)_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

In der folgenden Tafel sind die Funktionen g_1 und g_2 samt ihren ersten Differentialquotienten g_1' und g_2' numerisch angegeben, während die Figuren 8 und 9 ihren Verlauf veranschaulichen mögen.

In unserer Normierung befindet sich die Kathode am Orte $\tau = -t/d$ der η -Achse. Um den etwa existierenden Fokus der von diesem Punkte emittierten Elektronen zu finden, genügt es, den — vom Ausgangspunkt verschiedenen — Schnittpunkt eines beliebigen Strahles mit der η -Achse aufzusuchen; denn vermöge der GAUSS'schen Optik ist dann der so gefundene Bildpunkt allen der Kathode entspringenden Strahlen gemeinsam, wie man natürlich auch unmittelbar aus der Lösung der Differentialgleichung ersieht. Wir dürfen hiernach als Anfangsbedingungen der „Kontrollbahn“ festsetzen

$$\xi = 0; \quad \frac{d\xi}{d\eta} = 1 \quad \text{für } \eta = -\tau. \quad (30)$$

η	g_1	g_1'	g_2	g_2'	η	g_1	g_1'	g_2	g_2'
-5,0	-4,747	0,570	-3,312	1,070	-2,5	-2,871	0,979	-0,640	1,015
-4,9	-4,690	0,583	-3,205	1,073	-2,4	-2,773	0,999	-0,539	1,003
-4,8	-4,632	0,596	-3,098	1,076	-2,3	-2,673	1,019	-0,439	0,990
-4,7	-4,572	0,609	-2,990	1,078	-2,2	-2,571	1,039	-0,340	0,975
-4,6	-4,551	0,622	-2,882	1,079	-2,1	-2,467	1,060	-0,242	0,959
-4,5	-4,449	0,636	-2,774	1,080	-2,0	-2,359	1,080	-0,146	0,941
-4,4	-4,385	0,650	-2,666	1,081	-1,9	-2,251	1,100	-0,052	0,921
-4,3	-4,320	0,664	-2,558	1,082	-1,8	-2,140	1,130	+0,040	0,898
-4,2	-4,254	0,679	-2,450	1,082	-1,7	-2,027	1,149	0,130	0,873
-4,1	-4,186	0,694	-2,342	1,082	-1,6	-1,912	1,168	0,217	0,845
-4,0	-4,117	0,709	-2,234	1,082	-1,5	-1,795	1,185	0,302	0,814
-3,9	-4,046	0,725	-2,126	1,081	-1,4	-1,676	1,202	0,383	0,780
-3,8	-3,973	0,741	-2,018	1,080	-1,3	-1,556	1,271	0,461	0,742
-3,7	-3,899	0,757	-1,910	1,079	-1,2	-1,434	1,230	0,535	0,700
-3,6	-3,823	0,774	-1,802	1,077	-1,1	-1,311	1,240	0,605	0,653
-3,5	-3,764	0,791	-1,694	1,075	-1,0	-1,187	1,246	0,670	0,603
-3,4	-3,667	0,808	-1,586	1,072	-0,9	-1,062	1,247	0,730	0,550
-3,3	-3,586	0,826	-1,481	1,069	-0,8	-0,937	1,245	0,785	0,492
-3,2	-3,503	0,844	-1,374	1,065	-0,7	-0,812	1,237	0,834	0,431
-3,1	-3,419	0,862	-1,267	1,060	-0,6	-0,688	1,223	0,877	0,367
-3,0	-3,333	0,881	-1,161	1,055	-0,5	-0,566	1,202	0,914	0,301
-2,9	-3,245	0,900	-1,055	1,049	-0,4	-0,446	1,174	0,944	0,234
-2,8	-3,155	0,919	-0,950	1,042	-0,3	-0,329	1,139	0,967	0,169
-2,7	-3,063	0,939	-0,846	1,034	-0,2	-0,215	1,097	0,984	0,107
-2,6	-2,967	0,959	-0,743	1,025	-0,1	-0,105	1,050	0,995	0,050
-2,5	-2,871	0,979	-0,640	1,015	0,0	0,000	1,000	1,000	0,000

η	g_1	g_1'	g_2	g_2'	η	g_1	g_1'	g_2	g_2'
0,0	0,000	1,000	1,000	0,000	2,5	1,400	0,362	0,580	-0,160
0,1	0,095	0,950	0,995	-0,050	2,6	1,436	0,355	0,564	-0,157
0,2	0,185	0,898	0,986	-0,092	2,7	1,471	0,348	0,549	-0,154
0,3	0,270	0,847	0,975	-0,126	2,8	1,505	0,341	0,534	-0,152
0,4	0,350	0,798	0,960	-0,151	2,9	1,593	0,335	0,519	-0,150
0,5	0,425	0,751	0,943	-0,170	3,0	1,572	0,329	0,504	-0,148
0,6	0,496	0,708	0,925	-0,183	3,1	1,604	0,323	0,489	-0,146
0,7	0,563	0,669	0,908	-0,192	3,2	1,636	0,318	0,475	-0,144
0,8	0,626	0,634	0,888	-0,197	3,3	1,667	0,313	0,461	-0,142
0,9	0,686	0,602	0,868	-0,200	3,4	1,698	0,308	0,447	-0,140
1,0	0,743	0,573	0,848	-0,201	3,5	1,728	0,303	0,433	-0,138
1,1	0,797	0,547	0,828	-0,200	3,6	1,758	0,299	0,419	-0,136
1,2	0,849	0,524	0,808	-0,198	3,7	1,788	0,295	0,406	-0,134
1,3	0,899	0,503	0,788	-0,196	3,8	1,817	0,291	0,393	-0,132
1,4	0,947	0,484	0,769	-0,193	3,9	1,846	0,287	0,380	-0,130
1,5	0,994	0,468	0,750	-0,190	4,0	1,874	0,283	0,367	-0,128
1,6	1,040	0,455	0,730	-0,187	4,1	1,901	0,279	0,354	-0,126
1,7	1,084	0,442	0,717	-0,184	4,2	1,929	0,276	0,341	-0,125
1,8	1,127	0,430	0,699	-0,181	4,3	1,966	0,273	0,329	-0,124
1,9	1,169	0,419	0,681	-0,178	4,4	1,993	0,270	0,317	-0,123
2,0	1,210	0,408	0,663	-0,175	4,5	2,020	0,267	0,305	-0,122
2,1	1,250	0,397	0,646	-0,172	4,6	2,046	0,264	0,293	-0,121
2,2	1,289	0,387	0,629	-0,169	4,7	2,072	0,261	0,281	-0,120
2,3	1,327	0,378	0,612	-0,166	4,8	2,098	0,258	0,269	-0,119
2,4	1,364	0,370	0,596	-0,163	4,9	2,124	0,255	0,257	-0,118
2,5	1,400	0,362	0,580	-0,160	5,0	2,149	0,252	0,245	-0,117

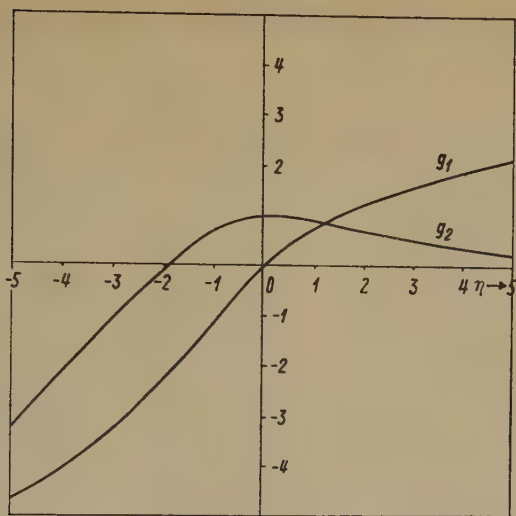


Fig. 8.

Fundamentallösungen g_1 und g_2 der Strahlgleichung.

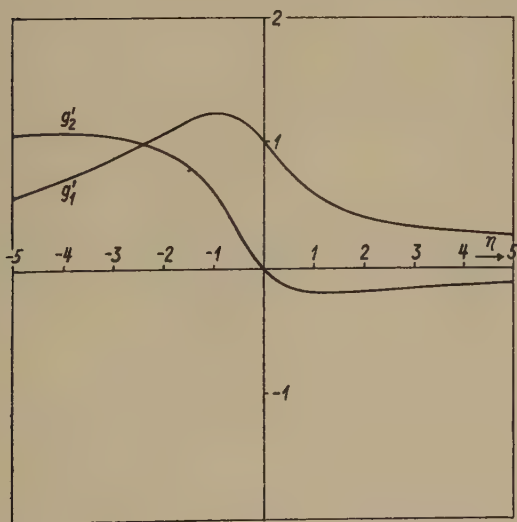


Fig. 9.

Erster Differentialquotient der Funktionen g_1 und g_2 .

Die entsprechende Lösung der Differentialgleichung (28) mag in der Form angesetzt werden

$$\xi = \alpha_1 g_1(\eta) + \alpha_2 g_2(\eta). \quad (31)$$

Daher entstehen für die Konstanten α_1 und α_2 die Gleichungen

$$\alpha_1 g_1(-\tau) + \alpha_2 g_2(-\tau) = 0; \quad \alpha_1 g_1'(-\tau) + \alpha_2 g_2'(-\tau) = 1 \quad (31a)$$

aus welchen man entnimmt

$$\alpha_1 = \frac{g_2'(-\tau)}{g_2(-\tau)g_1'(-\tau) - g_2'(-\tau)g_1(-\tau)}; \quad \alpha_2 = -\frac{g_1(-\tau)}{g_2(-\tau)g_1'(-\tau) - g_2'(-\tau)g_1(-\tau)}. \quad (31b)$$

In Fig. 10 sind die hienach berechneten Kontrollbahnen für verschiedene Lagen der Kathode gezeichnet worden; dabei ist der Anschaulichkeit halber jedesmal die berechnete Bahn durch ihr Spiegelbild bezüglich der Strahlachse ergänzt worden, und das von ihnen begrenzte Gebiet wurde sozusagen als „Elektronenbündel“ durch Schraffierung hervorgehoben; es bedarf wohl keines Hinweises, dass dieser Ausdruck nur bildlich — im Sinne der Bedingungen (30) — zu verstehen ist. Man entnimmt aus den Diagrammen, dass für $\tau > -1,85$ das Elektronenbündel divergiert; erst für $\tau < -1,85$ kommt ein Fokus zustande. Über seine Lage η_F unterrichtet die Gleichung

$$g_1(\eta_F) g_2(-\tau) - g_2(\eta_F) g_1(-\tau) = 0; \quad \frac{g_1(\eta_F)}{g_2(\eta_F)} = \frac{g_1(-\tau)}{g_2(-\tau)}. \quad (32)$$

Fig. 11 zeigt die hieraus zu entnehmende, gleichzeitige Lage von Kathode und Fokus als eine der Konstruktionsgrößen des Röhrenmodelles.

Schliesslich fragen wir nach der Grösse des im Fokus manifesten Kathodenbildes im Verhältnis zum Original. Die Kathode ist also nunmehr als ein in der Ebene $\eta = -\tau$ gelegener Körper endlicher Ausdehnung zu behandeln; wir dürfen, ohne die Allgemeinheit zu beschränken, den Kontrollstrahl wählen

$$\xi = \beta_1 g_1(\eta) + \beta_2 g_2(\eta) \quad (33)$$

welcher den Anfangsbedingungen unterliegt

$$\xi = 1; \quad \frac{d\xi}{d\eta} = 0 \quad \text{für } \eta = -\tau. \quad (34)$$

Sie werden erfüllt durch

$$\beta_1 = \frac{-g_2'(-\tau)}{g_2(-\tau)g_1'(-\tau) - g_1(-\tau)g_2'(-\tau)}; \quad \beta_2 = \frac{g_1'(-\tau)}{g_2(-\tau)g_1'(-\tau) - g_1(-\tau)g_2'(-\tau)}. \quad (34a)$$

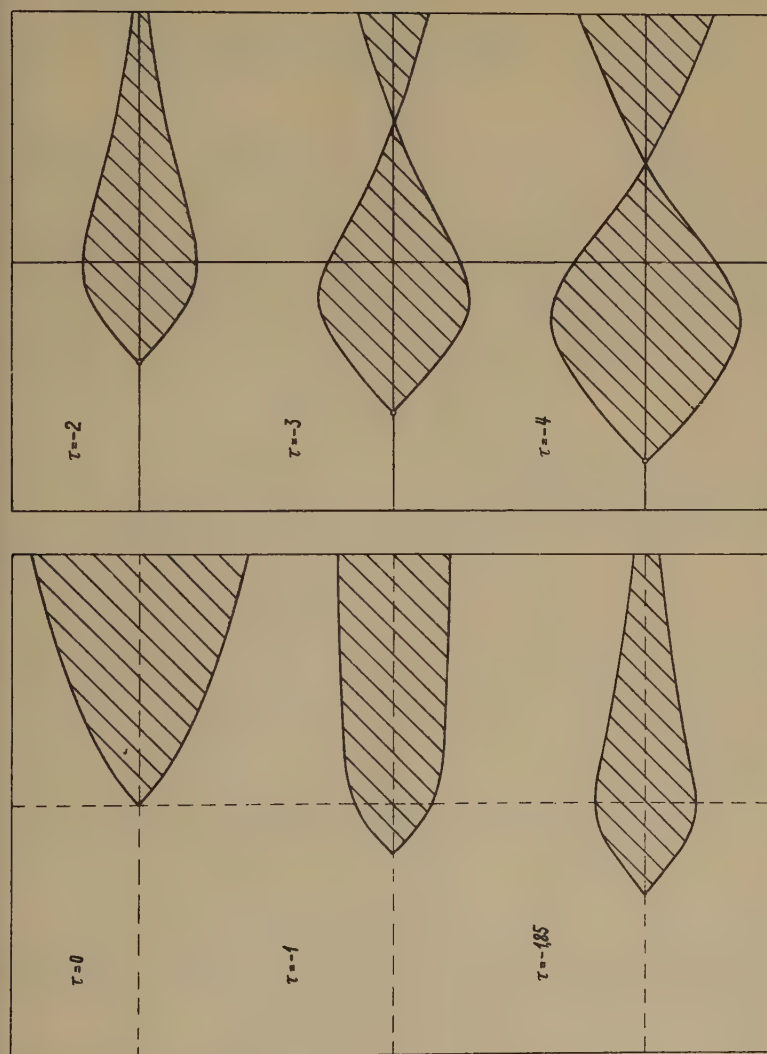


Fig. 10. Gestalt des Elektronenbündels für verschiedene Lagen der Kathode.

daher zeigt der Kontrollstrahl in der Fokalebene die Achsenabweichung

$$\xi_F = \frac{g_2(\eta_F) g_1'(-\tau) - g_1(\eta_F) g_2'(-\tau)}{g_2(-\tau) g_1'(-\tau) - g_1(-\tau) g_2'(-\tau)} \quad (35)$$

Fig. 11.

Gleichzeitige Lage von Kathode und Anode zwecks Fokusbildung.

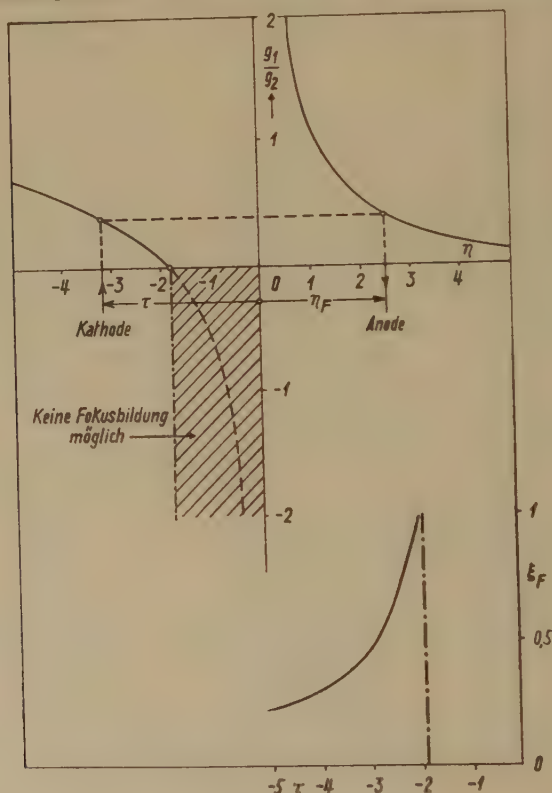


Fig. 12.

Strichbreite des Fokus im Verhältnis zum Kathodendurchmesser.

und eben diese Zahl schildert entsprechend Fig. 12 die Grösse des Bildes im Verhältnis zum Original: Die Breite des Strichfokus relativ zum Durchmesser des Kathodenzylinders.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Dipl. Ing. DENES für freundliche Hilfe bei der Herstellung des Manuskriptes herzlichst zu danken.

Berechnung eines Spiral-Beschleunigers für schwere Teilchen

von W. Dällenbach.

(20. XI. 1947.)

Von den in zwei vorläufigen Mitteilungen¹⁾ beschriebenen Beschleunigern — sie sollen in Zukunft als Spiral-Beschleuniger (spiral accelerators) bezeichnet werden — sei in der Folge die Type für schwere Teilchen mit zwei Beschleunigungen je Umlauf betrachtet, bei welcher also die Teilchen zwischen zwei aufeinanderfolgenden Beschleunigungen Leitkanäle durchlaufen, die über Halbkreise geführt sind. Es handelt sich insbesondere um die Berechnung des Magnetsystems zur Erregung des zeitlich konstanten Führungsfeldes in den insgesamt n Leitkanälen und des Hohlraumresonators zur Erzeugung der beschleunigenden H. F.-Spannung.

I. Die Grundgleichungen.

Nach der ν ten Beschleunigung, also im Innern des ν ten Leitkanals läuft das ungestörte synchrone Teilchen im magnetischen Führungsfeld der Induktion B_ν auf einem Kreis, dessen Radius gegeben ist durch

$$r_\nu = \frac{mc}{eB_\nu} (z_\nu^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \quad [\text{cm}]. \quad (1)$$

Darin sind B_ν in $[\text{V cm}^{-2} \text{ sec}]$, das Verhältnis e/m der Ladung zur Masse des Teilchens in $[\text{V}^{-1} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}]$ und $c = 3 \cdot 10^{10} [\text{cm sec}^{-1}]$ einzusetzen. Die spezifische Teilchenenergie z_ν bedeutet das Verhältnis der Energie zur Ruhenergie des Teilchens. Werden die Laufzeiten über die Beschleunigungsstrecken vernachlässigt, so ist die einem vollen Umlauf entsprechende Wellenlänge λ der beschleunigenden Wechselfeldspannung

$$\lambda = 2\pi \frac{mc}{eB_\nu} z_\nu \quad [\text{cm}]. \quad (2)$$

Da λ für alle Leitkanäle gleich, wächst B_ν proportional z_ν :

$$B_\nu = B_n z_\nu / z_n. \quad (3)$$

Aus (1) bzw. (2) und (3) ist

$$r_\nu = \frac{mc}{eB_n} z_n (1 - 1/z_\nu^2)^{\frac{1}{2}} \quad [\text{cm}], \quad (4)$$

$$\lambda = 2\pi \frac{mc}{eB_n} z_n \quad [\text{cm}]. \quad (5)$$

Vernachlässigt man Strahlungsverluste der Teilchen, so wächst die Energie des synchronen Teilchens linear mit der Zahl ν der Beschleunigungen, nämlich

$$z_\nu - 1 = (z_n - 1) \nu / n. \quad (6)$$

Sind die Teilchensorte, also e/m und die spezifische Teilchenenergie z_n in n ten und letzten Leitkanal gegeben — die Endenergie im austretenden Strahl ist um den Energiezuwachs bei der $(n+1)$ ten und letzten Beschleunigung, also um den Faktor $(1 + 1/n)$ grösser —, so hängen nach (3), (4), (5) und (6) λ , r_ν und B_ν nur noch von den beiden Parametern B_n und n ab. Nach der Wahl von B_n bestimmen (4) den grössten Radius

$$r_n = \frac{mc}{eB_n} z_n (1 - 1/z_n^2)^{\frac{1}{2}} \quad [\text{cm}] \quad (7)$$

und (5) die Wellenlänge λ .

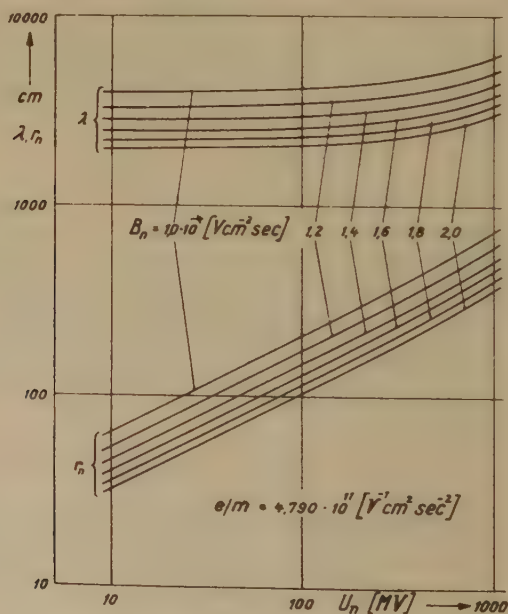


Fig. 1,

Fig. 1 zeigt für Deuteronen mit $e/m = 4,790 \cdot 10^{11} \text{ [V}^{-1} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}]$ und den Parameterwerten

$$10^4 B_n = 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0 \quad [\text{V cm}^{-2} \text{ sec}]$$

r_n und λ in Funktion der mit z_n als gegeben angenommenen Voltgeschwindigkeit U_n der Teilchen im n ten Leitkanal, wobei

$$z_n = 1 + eU_n/mc^2. \quad (8)$$

Da die H. F.-Leistung zur Schwingungserzeugung im Hohlraumresonator einen grösseren wirtschaftlichen Aufwand verlangt als die Gleichleistung zur Erregung des magnetischen Führungsfeldes, kann man erwarten — was die späteren Rechnungen bestätigen —, dass n möglichst gross gewählt werden muss. Eine obere Grenze für n setzen der mit Rücksicht auf die Abweichungen der Teilchenbahnen von der Bahn des ungestörten synchronen Teilchens erforderliche Querschnitt der Leitkanäle und deren vom Standpunkt der Wärmeabfuhr noch zulässige konstruktive dichteste Packung. Es sind dafür verschiedene Anordnungen denkbar.

Nach der Wahl von n folgen aus (6), (4) und (3) die Radien r_v und die magnetischen Induktionen B_v der einzelnen Leitkanäle. Damit kennt man die für den Entwurf des Magnetsystems zur Erregung des zeitlich konstanten Führungsfeldes massgebenden Daten. Aus U_n bestimmt sich vermöge

$$U_n/n = U \cos \Phi_s \quad (9)$$

der Scheitelwert U der beschleunigenden Wechselspannung im Spannungsbauch des Hohlraumresonators. Φ_s ist die Startphase des synchronen Teilchens. Über deren Wahl vergleiche ²⁾. Mit U , λ und r_n sind auch die für den Entwurf des Hohlraumresonators massgebenden wesentlichen Daten bekannt. Die Eigenwellenlänge des Hohlraumresonators kann statt λ auch $\lambda/3$, oder $\lambda/5$, . . . gewählt werden. Ein Teilchen wird dann statt in jeder Halbwelle nur in jeder 3. oder 5. . . Halbwelle der beschleunigenden Wechselspannung beschleunigt.

Der nun folgenden Untersuchung betreffend die obere Grenze von n wird eine Anordnung Fig. 2 zugrunde gelegt, bei welcher die Leitkanäle in Ebenen senkrecht zur Zeichenebene derart angeordnet sind, dass die die Beschleunigungsstrecken darstellenden Durchstosspunkte der Bahn des ungestörten synchronen Teilchens auf einem Teilkreis vom Radius r_n liegen. Die Ebene des v ten Leitkanals hat vom Zentrum des Teilkreises den Abstand D_v , wobei

$$D_v^2 = r_n^2 - r_v^2. \quad (10)$$

Da räumlich benachbarte Leitkanäle ungefähr in parallelen Ebenen liegen, ist deren Abstand angenähert

$$D_{v-1} - D_{v+1} = r_n \{ [1 - (r_{v-1}/r_n)^2]^{\frac{1}{2}} - [1 - (r_{v+1}/r_n)^2]^{\frac{1}{2}} \}. \quad (11)$$

Setzt man aus (4) und (7) $r_{\nu-1}/r_n$ und $r_{\nu+1}/r_n$ ein und berücksichtigt (6), so erhält man nach einfacher Umformung für das von z_n , ν und n abhängige Verhältnis

$$(D_{\nu-1} - D_{\nu+1})/r_n = [1 - (\nu - 1)/n]^{\frac{1}{2}} \frac{\left[1 + \frac{\nu-1}{n} \frac{z_n-1}{z_n+1}\right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\nu-1}{n} (z_n-1)} - [1 - (\nu + 1)/n]^{\frac{1}{2}} \frac{\left[1 + \frac{\nu+1}{n} \frac{z_n-1}{z_n+1}\right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\nu+1}{n} (z_n-1)}. \quad (12)$$

Für die praktische Konstruktion interessiert der kleinste Wert von $D_{\nu-1} - D_{\nu+1}$. Es ist die Frage, für welches in den Grenzen

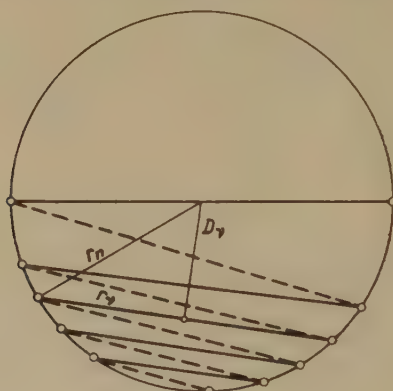


Fig. 2.

$1 < \nu < n$ liegende ν er auftritt. Um darüber Klarheit zu gewinnen, betrachtet man (10) nach Einsetzen von r_ν/r_n aus (4) und (7):

$$(D_\nu/r_n)^2 = 1 - (1 - 1/z_\nu^2)/(1 - 1/z_n^2). \quad (13)$$

Substituiert man

$$\left. \begin{aligned} \text{und} \quad & z_\nu/z_n = x \\ & (z_n^2 - 1)^{\frac{1}{2}} D_\nu/r_n = y, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

so wird aus (13)

$$y^2 = 1/x^2 - 1. \quad (15)$$

Läuft x von 0 bis 1, so fällt y monoton von ∞ bis 0. Da nach (6) z_ν und folglich auch x mit der Nummer ν des Leitkanals linear wachsen, liegen benachbarte Leitkanäle umso dichter, je kleiner

$$|y'| = 1/x^2(1 - x^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (16)$$

Wächst x von 0 bis 1, so geht $|y'|$ von ∞ über ein Minimum nach ∞ . Das Minimum von $|y'|$ liegt bei

$$x = (2/3)^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

mit

$$y = (1/2)^{\frac{1}{2}}$$

und beträgt

$$|y'| = 3^{3/2}/2.$$

Aus (17) und (6) folgt

$$\nu/n = [(2/3)^{\frac{1}{2}} z_n - 1]/(z_n - 1). \quad (18)$$

Für den Fall $z_n < (3/2)^{\frac{1}{2}}$ ist ν/n negativ. Der kleinste Abstand nach (12) ergibt sich dann für $\nu = 2$ aus

$$\begin{aligned} \tau = (D_1 - D_3)/r_n = (1 - 1/n)^{\frac{1}{2}} & \frac{\left[1 + \frac{1}{n} \frac{z_n - 1}{z_n + 1}\right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{1}{n} (z_n - 1)} \\ & - (1 - 3/n)^{\frac{1}{2}} \frac{\left[1 + \frac{3}{n} \frac{z_n - 1}{z_n + 1}\right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{3}{n} (z_n - 1)}, \end{aligned} \quad (19)$$

wo das Verhältnis τ jetzt nur noch von z_n und n abhängt.

Ist dagegen $z_n > (3/2)^{\frac{1}{2}}$, so hat man den dem aus (18) gerechneten, nun positiven ν nächstgelegenen ganzzahligen ν -Wert in (12) einzusetzen, um den kleinsten Abstand $D_{\nu-1} - D_{\nu+1}$ zu erhalten. Ist der aus (18) gerechnete ν -Wert gross gegen $1/2$, so begeht man einen nur kleinen Fehler, wenn zur Bestimmung des kleinsten $D_{\nu-1} - D_{\nu+1}$ direkt ν/n aus (18) in (12) eingesetzt wird.

Zu numerischen Rechnungen ist es für $3(z_n - 1) \ll 1$ praktisch an Stelle von (19) eine Reihenentwicklung zu benutzen:

$$\begin{aligned} \tau = (D_1 - D_3)/r_n = (1 - 1/n)^{\frac{1}{2}} & [1 - (z_n + \frac{1}{2}) (z_n - 1)/(z_n + 1) \cdot 1/n \\ & + (z_n^2 + 3 z_n/2 + 3/8) (z_n - 1)^{\frac{1}{2}}/(z_n + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot 1/n^2 - \dots] \\ & - (1 - 3/n)^{\frac{1}{2}} [1 - (z_n + \frac{1}{2}) (z_n - 1)/(z_n + 1) \cdot 3/n \\ & + (z_n^2 + 3 z_n/2 + 3/8) (z_n - 1)^{\frac{1}{2}}/(z_n + 1)^{\frac{1}{2}} \cdot 9/n^2 - \dots]. \end{aligned} \quad (20)$$

Ist ferner auch $3/n \ll 1$, so wird aus (20) durch weitere Reihenentwicklung

$$\begin{aligned} \tau = (D_1 - D_3)/r_n = & [1 + (2 z_n + 1) (z_n - 1)/(z_n + 1)] 1/n \\ & + [1 - 2 (2 z_n + 1) (z_n - 1)/(z_n + 1) \\ & - (8 z_n^2 + 12 z_n + 3) (z_n - 1)^2/(z_n + 1)^2] 1/n^2 + \dots \end{aligned} \quad (21)$$

Für den Fall $z_n > (3/2)^{\frac{1}{2}}$ interessiert eine Reihenentwicklung von (12) nach Potenzen von $1/n$ für festes v/n entsprechend (18). Man findet dafür unter Vernachlässigung des Termes mit $(1/n)^3$ und höherer Potenzen von $1/n$

$$\tau = (D_{v-1} - D_{v+1})/r_n =$$

$$(1 - v/n)^{\frac{1}{2}} \frac{\left[1 + \frac{v}{n} \frac{z_n - 1}{z_n + 1}\right]^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{v}{n} (z_n - 1)} \left\{ \frac{1}{1 - v/n} - \frac{(z_n - 1)/(z_n + 1)}{1 + \frac{v}{n} \frac{z_n - 1}{z_n + 1}} + \frac{2(z_n - 1)}{1 + \frac{v}{n} (z_n - 1)} \right\} 1/n. \quad (22)$$

Auch hier hängt wie in (19), (20), (21) das Verhältnis τ nur noch von z_n und n ab, denn v/n ist nach (18) eine Funktion von z_n allein.

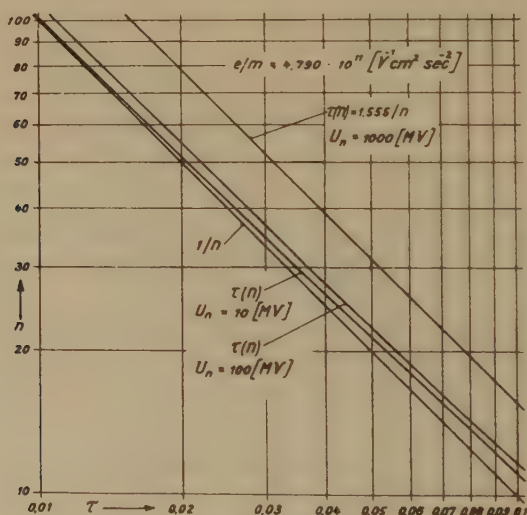


Fig. 3.

In Fig. 3 ist nun τ in Abhängigkeit von n für Deuteronen mit $e/m = 4,790 \cdot 10^{11} [\text{V}^{-1} \text{cm}^2 \text{sec}^{-2}]$ bei

$U_n =$	10	100	1000	[MV]	also
$z_n =$	1,00533	1,0533	1,5330		

aufgetragen. Dabei ist für $U_n = 10$ [MV] nach (19) und (21) mit

$z_n = 1$ gerechnet. Für $U_n = 100$ [MV] ist noch immer $z_n < (3/2)^{\frac{1}{2}}$ und τ wurde nach (19), (20), (21) bestimmt zu

$$\begin{aligned}\tau &= (1 - 1/n)^{\frac{1}{2}} [1 - 0,04025/n + 0,00206/n^2 - \dots] \\ &\quad - (1 - 3/n)^{\frac{1}{2}} [1 - 3 \cdot 0,04025/n + 9 \cdot 0,00206/n^2 - \dots] \\ &= 1,0805/n + 0,839/n^2 + 1,496/n^3 + 2,925/n^4 + \dots\end{aligned}$$

Für $U_n = 1000$ [MV] endlich ist $z_n > (3/2)^{\frac{1}{2}}$. Nun berechnet sich aus (18) $v/n = 0,472$. Mit diesem Wert folgt aus (22) $\tau = 1,555/n$.

II. Das Magnetsystem.

Es handelt sich nun um eine Orientierung über den Aufwand an Eisen und Kupfer, welche für den Bau, sowie über die Erregerleistung, welche für den Betrieb des Magnetsystems erforderlich sind. Es wird dazu eine vereinfachte Konstruktion angenommen, die eine bequeme Berechnung erlaubt.

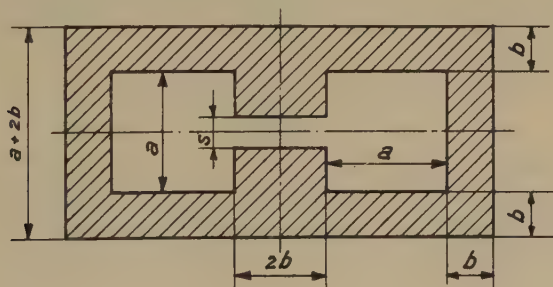


Fig. 4.

Fig. 4 zeigt einen Leitkanal mit zugehörigem Magnetsystem im Schnitt senkrecht zur halbkreisförmigen ungestörten Bahn eines synchronen Teilchens. Die Mitte des Rechtecks $\{s, 2b\}$ ist der Durchstoßpunkt der Bahn durch die Schnittebene, das Rechteck $\{s, 2b\}$ selbst der Querschnitt des Leitkanals. Die beiden Quadrate $\{a, a\}$ sind die Querschnitte der beiden Spulenseiten der Erregerwicklung, die schraffierte Fläche der Querschnitt des Magneteisens.

Sind r_1, r_2, \dots, r_n die durch (4) bestimmten Radien der halbkreisförmigen Stücke der ungestörten Bahn des synchronen Teilchens im Innern der n Leitkanäle, so ist

$$L = \pi \sum_1^n r_v \quad (23)$$

die Gesamtlänge der n Leitkanäle. In jedem Punkte der Länge L sollen der Leitkanal und das zugehörige Magnetsystem den gleichen Querschnitt wie in Fig. 4 haben. Misst man L, a, b, s in [cm], so sind

$$V_{Fe} = 8b(a + b - s/4)L \quad [\text{cm}^3] \quad (24)$$

das *Eisenvolumen* und

$$V_{Cu} = 2\gamma a^2 L \quad [\text{cm}^3] \quad (25)$$

das *Kupfervolumen* des Magnetsystems. Der Füllfaktor γ bedeutet das Verhältnis des Kupferquerschnitts einer Spulenseite zu deren Wicklungsquerschnitt a^2 . Es sind in (24) die Modifikation des Eisenvolumens durch die Aussparungen für die Spulenköpfe der Wicklung und die leichte Veränderung des Luftspaltes s über die Breite $2b$ zur Erzeugung der für die Fokussierung erforderlichen Inhomogenität des Magnetfeldes, in (25) das Kupfervolumen der Spulenköpfe der Wicklung nicht berücksichtigt.

Bezeichnen M in [A] die Ampère-Windungszahl je Spulenseite des ν ten Leitkanals und ϱ in [Ω cm] den spezifischen Widerstand des Wicklungskupfers im Betrieb, so ist

$$N = (2\pi\varrho/\gamma a^2) \sum_1^n r_\nu M_\nu^2 \quad [\text{W}] \quad (26)$$

die für das Magnetsystem erforderliche *Erregerleistung*. Variiert der spezifische Widerstand innerhalb der Wicklung, so sei ϱ der entsprechende Mittelwert.

Vernachlässigt man die Krümmung der Leitkanäle und des Magnetsystems nach den Radien r_1, r_2, \dots, r_n , so ist angenähert

$$M_\nu = B_\nu s/\mu_0 + 4H_\nu(a + b - s/4) \quad [\text{A}] \quad (27)$$

Darin ist die Induktion B_ν des Führungsfeldes im Raume $\{s, 2b, \pi r_\nu\}$ homogen angenommen. H_ν in [A cm^{-1}] bedeutet die im Eisen zu B_ν gehörende Feldstärke und $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9}$ [H cm^{-1}] die übliche Masssystemkonstante.

Aus (23), (4) und (7) lässt sich L ermitteln. Nach einer bekannten Formel zur approximativen Berechnung von bestimmten Integralen ist

$$\sum_1^n r(\nu) = \int_0^n r(\nu) d\nu + [r(n) - r(0)]/2 \quad (28)$$

Setzt man für die stetige Funktion $r(\nu)$ analog zu (4) und (7)

$$r(\nu) = r_n [1 - 1/z(\nu)^2]^{\frac{1}{2}} / [1 - 1/z_n^2]^{\frac{1}{2}}$$

und drückt vermöge (6) $d\nu$ durch $dz(\nu)$ aus, so wird

$$\begin{aligned} \sum_1^n r(\nu) &= r_n \frac{n}{(z_n - 1)(1 - 1/z_n^2)^{\frac{1}{2}}} \int_0^{z_n} [1 - 1/z(\nu)^2]^{\frac{1}{2}} dz(\nu) + r_n/2 \\ &= r_n \frac{n}{(z_n - 1)(1 - 1/z_n^2)^{\frac{1}{2}}} \left\{ (z_n^2 - 1)^{\frac{1}{2}} - \arccos 1/z_n \right\} + r_n/2. \end{aligned}$$

Somit

$$L = \pi r_n [\psi(z_n) \cdot n + 1/2] \quad [\text{cm}], \quad (29)$$

wo

$$\psi(z_n) = \frac{(z_n^2 - 1)^{\frac{1}{2}} - \arccos 1/z_n}{(z_n - 1)(1 - 1/z_n^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (30)$$

Für $z_n = 1$ ist $\psi(z_n) = 2/3$. Den weiteren Verlauf zeigt Fig. 5.

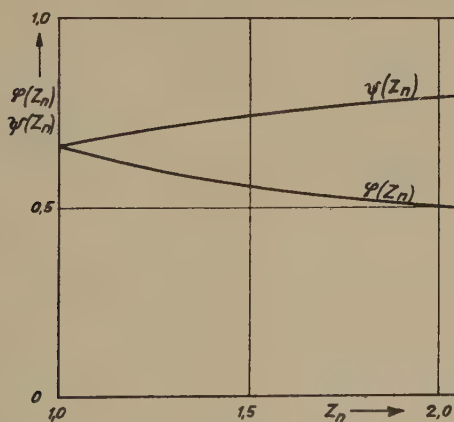


Fig. 5.

In analoger Weise wie L liesse sich N berechnen. Wegen der Komplikation durch die empirische Abhängigkeit zwischen H_ν und B_ν soll die Berechnung von N nur in zwei vereinfachten Fällen durchgeführt werden, die eine obere und eine untere Grenze für die Erregerleistungen darstellen.

Obere Grenze: Die Induktion des magnetischen Führungsfeldes sei in allen n Leitkanälen $B_v = B_n$. Nach (26) und (27) ist dann

$$N = N_0 = (2 \varrho L / \gamma a^2) M_n^2 \quad [W] . \quad (31)$$

Untere Grenze: Die magnetische Feldstärke H_v im Eisen sei vernachlässigbar klein. Dann ist nach (3), (27) und (26)

$$N = N_u = (2 \pi \varrho / \gamma a^2) M_{ns}^2 \frac{r_n}{z_n (z_n^2 - 1)^{\frac{1}{2}}} \sum_1^n z_v (z_v^2 - 1)^{\frac{1}{2}} ,$$

wobei

$$M_{ns} = B_n s / \mu_0 \quad [A] .$$

Analog wie bei der Berechnung von L ist angenähert

$$\begin{aligned} \sum_1^n z(v) [z(v)^2 - 1]^{\frac{1}{2}} &= \int_0^n z(v) [z(v)^2 - 1]^{\frac{1}{2}} dv + z_n (z_n^2 - 1)^{\frac{1}{2}} / 2 \\ &= \frac{n}{z_n - 1} \int_0^{z_n} [z(v)^2 - 1]^{\frac{1}{2}} z(v) dz(v) + z_n (z_n^2 - 1)^{\frac{1}{2}} / 2 \\ &= n (z_n^2 - 1)^{3/2} / 3 (z_n - 1) + z_n (z_n^2 - 1)^{\frac{1}{2}} . \end{aligned}$$

Damit wird N_u in Übereinstimmung mit (31)

$$N_u = (2 \varrho L_u / \gamma a^2) M_{ns}^2 \quad [W] , \quad (32)$$

wobei

$$L_u = \pi r_n [\varphi(z_n) \cdot n + 1/2] \quad [\text{cm}] \quad (33)$$

mit

$$\varphi(z_n) = (1 + 1/z_n) / 3 . \quad (34)$$

Für $z_n = 1$ ist auch $\varphi(z_n) = 2/3$. Den weiteren Verlauf zeigt wieder Fig. 5.

Vernachlässigt man in (29) und (33) den Term $1/2$ gegen den ersten Term $\varphi(z_n) \cdot n$ bzw. $\varphi(z_n) \cdot n$, so verhalten sich L zu L_u unmittelbar wie $\varphi(z_n)$ zu $\varphi(z_n)$.

Bei mit Rücksicht auf eine hohe Anzahl n dichtester Packung der Leitkanäle ist

$$a + 2b = r_n \tau . \quad (35)$$

Liegt r_n vermöge (7) mit z_n und B_n fest und macht man eine Annahme über a und b , so folgt, da bei bekanntem z_n die Grösse τ wegen (18) bis (22) bzw. Fig. 3 nur noch von n abhängt, aus (35) die Anzahl n . Die Querschnittsabmessungen b und s der Leitkanäle bestimmen sich aus den zu erwartenden Abweichungen der Teilchen-

bahnen von der ungestörten Bahn des synchronen Teilchens. Grosse Anzahlen n verlangen einen kleinen Wert von a , also hohe Stromdichte I . Erhöht man aber die auf den Wicklungsquerschnitt $2a^2$ bezogene Stromdichte I in $[A\text{ cm}^{-2}]$, so nimmt die *Erregerleistung*

$$N = 2a^2 L \varrho I^2 / \gamma \quad [W] \quad (36)$$

zu. Das vergrößert die Betriebskosten und erschwert die Ableitung der mit der Erregerleistung übereinstimmenden Verlustwärme pro Zeiteinheit.

Dieser limitierende Einfluss der Ableitung der Verlustwärme ist näher zu betrachten. Dazu sei angenommen, dass der Wicklungsquerschnitt $2a^2$, welcher über den Anteil $2\gamma a^2$ aus Kupfer besteht und Strom führt, über den Anteil $2(1 - \gamma)a^2$ von Wasser mit der Geschwindigkeit v in $[\text{cm sec}^{-1}]$ durchflossen wird.

Tritt das Kühlwasser mit der Temperatur t_1 ein, mit der Temperatur t_2 aus, so ist die *Kühlänge* L_h , d. h. der Weg, den ein Wasserteilchen in der Wicklung zurücklegt, gegeben durch

$$L_h = 4,184 \gamma (1 - \gamma) v (t_2 - t_1) / \varrho I^2 \quad [\text{cm}] . \quad (37)$$

Die *Kühlwassermenge pro Zeiteinheit* bestimmt sich zu

$$W = N / 4,184 (t_2 - t_1) \quad [\text{cm}^3 \text{sec}^{-1}] . \quad (38)$$

Sind h der *Wärmeübergangskoeffizient* in $[W\text{ cm}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}]$ und ϑ die *Temperaturdifferenz zwischen Wand und Flüssigkeit* in $^\circ\text{C}$, so ist

$$h\vartheta = \varrho I^2 R / \gamma (1 - \gamma) \quad [W\text{ cm}^{-2}] . \quad (39)$$

Darin bedeutet

$$R = 2 (1 - \gamma) a^2 / S \quad [\text{cm}]$$

den *hydraulischen Radius*, also S in $[\text{cm}]$ die Länge der Linie im Querschnitt $2a^2$, längs welcher das stromleitende Metall vom Kühlwasser benetzt wird.

Bei Vernachlässigung des Einflusses von Krümmungen wird die Reibung des Kühlwassers über die Kühlänge L_h durch die sogenannte *Widerstandshöhe* w gekennzeichnet. Es ist

$$w = (f L_h / R) (v^2 / 2 g) . \quad (40)$$

Darin bedeuten

$$g = 981 \quad [\text{cm sec}^{-2}]$$

und f die dimensionslose Reibungszahl. Aus (38) und (40) erhält

man mit Berücksichtigung von (37) für das Verhältnis der *durch Reibung des Kühlwassers vernichteten Leistung* N_f zur Erregerleistung N

$$N_f/N = 10^{-7} \gamma (1 - \gamma) f v^3 / 2 \varrho I^2 R . \quad (41)$$

Wählt man im Interesse einer grossen Kühllänge L_h den Füllfaktor $\gamma = 1/2$ und die Temperaturdifferenz $t_2 - t_1 = 50^\circ \text{C}$ und schätzt $f = 0,005$, so erhält man an Stelle von (37), (38), (39) und (41)

$$L_h = 52,30 v / \varrho I^2 \quad [\text{cm}] , \quad (42)$$

$$W/N = 4,781 \cdot 10^{-3} \quad [\text{W}^{-1} \text{cm}^3 \text{sec}^{-1}] , \quad (43)$$

$$h \vartheta = 4 \varrho I^2 R \quad [\text{W cm}^{-2}] , \quad (44)$$

$$N_f/N = 6,25 \cdot 10^{-11} v^3 / \varrho I^2 R . \quad (45)$$

Ein mit Rücksicht auf (44) möglichst kleiner hydraulischer Radius lässt sich mit $R = 0,25$ [cm] ohne Schwierigkeiten verwirklichen.

Damit treten an Stelle von (44) und (45)

$$h \vartheta = \varrho I^2 \quad [\text{W cm}^{-2}] , \quad (46)$$

$$N_f/N = 2,50 \cdot 10^{-10} v^3 / \varrho I^2 . \quad (47)$$

Für $\varrho I^2 > 10$ [W cm^{-3}] und $v < 300$ [cm sec^{-1}] bleibt $N_f/N < 0,675 \cdot 10^{-3}$, die durch Reibung des Kühlwassers vernichtete Leistung N_f , also klein gegenüber der Erregerleistung N .

Unter Annahme, dass die pro Volumen- und Zeiteinheit im Wicklungskupfer entwickelte Wärme $\varrho I^2 / \gamma$ über die ganze Wicklung konstant und die Wärmeleitung in Längsrichtung der Stromleiter vernachlässigbar klein seien, wächst die Temperatur t des Kühlwassers längs der Kühllänge L_h linear von t_1 bis t_2 und hat im Mittel den Wert $(t_1 + t_2)/2$. Für ein gerades Rohr mit Kreisquerschnitt vom Innendurchmesser d in [cm] ist bei turbulenter Strömung der Wärmeübergangskoeffizient an Wasser

$$h = 0,903 \cdot 10^{-2} (1 + 0,015 t) v^{0,8} / d^{0,2} \quad [\text{W cm}^{-2} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}] . \quad (48)$$

Dieser Ausdruck ergibt sich aus Formel (9c) in McADAMS „Heat transmission“, New York 1942, Seite 183, durch Umrechnen auf die hier benutzten Einheiten.

Setzt man entsprechend $R = 0,25$ [cm] den Durchmesser $d = 1$ [cm], so folgt mit (48) aus (46) als Mittelwert der Temperaturdifferenz $\bar{\vartheta}$ zwischen Wand und Flüssigkeit

$$\bar{\vartheta} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \frac{\varrho I^2 dt}{0,903 \cdot 10^{-2} (1 + 0,015 t) v^{0,8}}$$

$$= \frac{\varrho I^2}{0,903 \cdot 10^{-2} \cdot 0,015 (t_2 - t_1) v^{0,8}} \ln \left\{ \frac{1 + 0,015 t_2}{1 + 0,015 t_1} \right\} .$$

Mit $t_1 = 20^\circ \text{C}$ und $t_2 = 70^\circ \text{C}$ wird

$$\bar{\vartheta} = 67 \varrho I^2 / v^{0,8} . \quad (49)$$

Die mittlere Temperatur der Wand ist

$$(t_1 + t_2)/2 + \bar{\vartheta} = 45 + \bar{\vartheta} .$$

Wird angenommen, dass sie mit der mittleren Temperatur des Wicklungskupfers übereinstimmt, so folgt für den vorausgesetzten Mittelwert des spezifischen Widerstandes

$$\varrho = 1,7 \cdot 10^{-6} [1 + 0,004 (45 + \bar{\vartheta})] \quad [\Omega \text{ cm}] . \quad (50)$$

Tabelle I.

v	in	[cm sec ⁻¹]	100	200	300
ϱI^2	in	[W cm ⁻³]	10	10	10
L_h	in	[cm]	523	1046	1569
$\bar{\vartheta}$	in	[°C]	16,8	9,7	7,0
$10^6 \varrho$	in	[Ω cm]	2,12	2,07	2,05
I	in	[A cm ⁻²]	2170	2200	2210
ϱI^2		20	20	20
L_h		261	523	784
$\bar{\vartheta}$		33,6	19,4	14,0
$10^6 \varrho$		2,24	2,14	2,10
I		2980	3050	3080
ϱI^2		30	30	30
L_h		141	349	523
$\bar{\vartheta}$		50,5	29,0	21,0
$10^6 \varrho$		2,35	2,20	2,15
I		3570	3690	3740

Mit diesem Wert ergibt sich aus dem der Berechnung von $\bar{\vartheta}$ nach (49) zugrunde gelegten ϱI^2 die Stromdichte I in [Acm⁻²].

Wie die Kühlänge L_n , die mittlere Temperaturdifferenz $\bar{\theta}$ zwischen Wand und Flüssigkeit, der Mittelwert des spezifischen Widerstandes ϱ des Wicklungskupfers und die Stromdichte I unter den gemachten Annahmen mit der Geschwindigkeit v und der Leistungsdichte ϱI^2 variieren, zeigt die vorhergehende Tabelle I. Vom Standpunkt der Wärmeableitung sind danach Stromdichten von 3000 [A cm⁻²] möglich und zulässig. Die dazu erforderliche Kühlänge beträgt bei Wassergeschwindigkeiten von 300 [cm sec⁻¹] etwa 800 [cm].

Damit sind die Grundlagen dargestellt, die benützt wurden, um für eine Anzahl von Geräten die Magnetsysteme zu berechnen. Es handelt sich um Geräte zur Beschleunigung von Deuteronen mit

$$e/m = 4,790 \cdot 10^{11} \quad [V^{-1} \text{ cm}^2 \text{ sec}^{-2}]$$

auf Teilchenenergien im n ten Leitkanal

$E_n =$	10	100	1000	[MeV] entsprechend
$U_n =$	10	100	1000	[M V] und nach (8)
$z_n =$	1,00533	1,05330	1,53300	.

Die für alle Leitkanäle gleichen Querschnittsabmessungen wurden $b = s = 3$ [cm] gewählt. Für die Berechnung der Ampère-Windungszahlen nach (27) ist als für die Eisensättigung charakteristischer empirischer Zusammenhang

$$10^4 B_n = 1,0; 1,2; 1,4; 1,6; 1,8; 2,0 \quad [V \text{ cm}^{-2} \text{ sec}]$$

$$H_n = 0; 1,1; 5; 22; 84; 332 \quad [A \text{ cm}^{-1}]$$

und für den mittleren spezifischen Widerstand der Wicklung $\varrho = 2 \cdot 10^{-6}$ [Ω cm] angenommen worden.

B_n als Parameter bei der Berechnung der Geräte hat man die obigen 6 Werte erteilt. Zu jedem Wert des weiteren Parameters, der Anzahl n der Leitkanäle, gehört nach (35) ein Wert a und damit nach (27) ein Wert M_n . Die Stromdichte bezogen auf den Wicklungsquerschnitt ist dann

$$I = M_n/a^2 \quad [A \text{ cm}^{-2}] .$$

n wurde nun so variiert, dass I sich in den Grenzen

$$200 \leq I \leq 2000 \quad [A \text{ cm}^{-2}]$$

änderte. In Fig. 6 und Fig. 7 sind V_{Fe} bzw. $\frac{1}{\gamma} V_{Cu}$ in [m³] als Funktionen von γN_0 in [kW] gerechnet nach (24), (25), (31) und in dop-

pelt logarithmischem Masstab aufgetragen. N_0 ist bekanntlich eine obere Grenze der tatsächlichen Erregerleistung N . Der Wert des Füllfaktors γ bleibt dabei frei.

Für jede der Endenergien E_n erhält man sowohl in der $\{V_{Fe}, \gamma N_0\}$ -Ebene (Fig. 6), wie in der $\{\frac{1}{\gamma} V_{Cu}, \gamma N_0\}$ -Ebene (Fig. 7) einen rechteckähnlichen Bereich begrenzt durch die Linien $10^4 B_n = 1,0$; $10^4 B_n = 2,0$; $I = 200$; $I = 2000$. Innerhalb dieser Bereiche sind

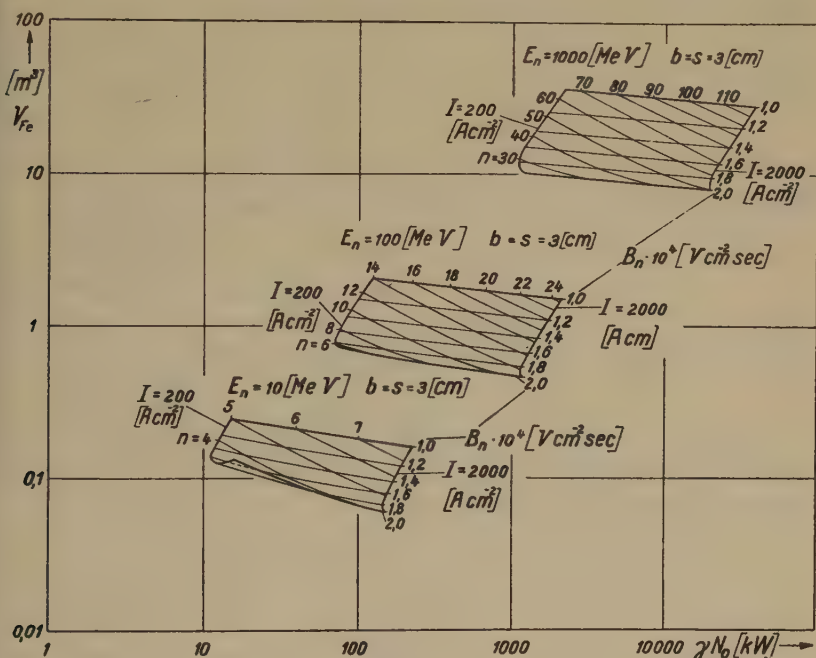


Fig. 6.

ausser den Linien $10^4 B_n = 1,2$; $1,4$; $1,6$; $1,8$ noch Linien $n = \text{konstant}$ eingetragen, so dass ein Netzwerk entsteht. Jedem Gitterpunkt entspricht ein Magnetsystem, das berechnet wurde.

Die Darstellung gibt einen anschaulichen Überblick über einige Eigenschaften der Konstruktion eines Magnetsystems der vorgeschlagenen Art. Man kann in Fig. 6 und Fig. 7 zum Vergleich die Punkte der entsprechenden Daten des Magneten bekannter Cyclotrone oder Synchro-Cyclotrone einzeichnen. Die Bereiche sind z. T. zweiwertig gefaltet, eine Folge der Sättigung des Eisens. Es ist also wirtschaftlich uninteressant mit der Induktion B_n eine gewisse Grenze zu überschreiten.

Der Aufwand an Eisen und Kupfer sowie die Erregerleistung wachsen angenähert linear mit der Endenergie E_n . Die erkennbaren Abweichungen sind auf die relativistische Zunahme von r_n nach Formel (7), vor allem aber auf die Zunahme von τ nach Formeln (19) bzw. (22) mit z_n zurückzuführen.

Für hohe Stromdichte I und niedrige Induktion B_n werden die Anzahl n der Leitkanäle und die Erregerleistung N_0 am grössten. Später wird sich zeigen, dass bei dieser Wahl der Parameter die Resonatorverluste am kleinsten ausfallen.

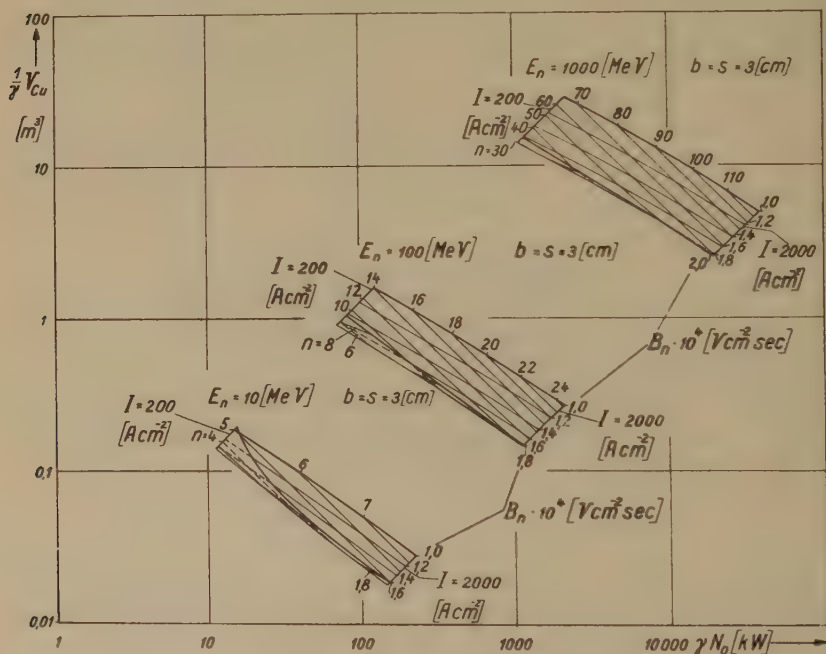


Fig. 7.

Es lassen sich höhere n -Werte erzielen, wenn zum mindesten in der Gegend engster Packung der Leitkanäle die der Berechnung zugrunde gelegte Querschnittskonstruktion nach Fig. 4 im Sinne kleinerer Ausdehnung in Richtung senkrecht zur Ebene der ungestörten Bahn des synchronen Teilchens abgeändert wird, z. B. durch rechteckigen statt quadratischen Querschnitt der Spulenseiten, gegebenenfalls durch im Vergleich zum Luftspalt höhere Induktion im Eisen.

Werden die Abmessungen $b = s = 3$ [cm] verringert, so ergeben sich höhere Anzahlen n bei kleinerem Aufwand an Eisen und Kupfer

und kleinerer Erregerleistung. Beispielsweise zeigen analoge Rechenergebnisse wie die in Fig. 6 und Fig. 7 aber für $b = s = 1$ [cm] im allgemeinen um den Faktor 0,6 bis 0,7 verringerte Erregerleistungen und Kupfervolumina, um den Faktor 0,3 bis 0,4 verringerte Eisenvolumina, um den Faktor 2 bis 2,5 erhöhte Anzahlen von Leitkanälen.

Die erreichbaren unteren Grenzen für b und s werden von den folgenden Umständen beeinflusst:

1. Querschnitt, Divergenz und Energie des von der Teilchenquelle emittierten Strahls.

2. Genauigkeit der Herstellung und der Montage des Eisens des Magnetsystems.

3. Zeitliche Konstanz der magnetischen Führungsfelder.

4. Magnetische Streufelder am Ein- und Austritt der Leitkanäle.

5. Elektrostatische Abstossung im Strahl bei höheren Strahlstromdichten.

6. Durch die Startphase und die Schwankungen der beschleunigenden Wechselspannung verursachte Abweichungen von der Energie des synchronen Teilchens.

7. Die Art des Aneinanderfügens der ungestörten Bahnen in aufeinanderfolgenden Leitkanälen. Vgl. hiezu die frühere Mitteilung²⁾.

8. Elektrische Felder über die Beschleunigungsstrecken in ihrer Wirkung auf die Fokussierung.

9. Zusammenstösse mit Gasteilchen und Elimination der dabei entstehenden Produkte.

Kennt man Querschnitt, Divergenz und Energie des von der Teilchenquelle emittierten Strahls und betrachtet die alternierend aufeinanderfolgenden Beschleunigungsstrecken und Leitkanäle als eine Reihenschaltung von ionenoptischen Linsen, so lässt sich das von einem Teilchenimpuls mit bekanntem Bereich der Startphase erfüllte Bündel von Bahnen berechnen. Dem Querschnittsverlauf dieses Bündels von Bahnen sind die für die vorliegende Orientierung gleich angenommenen Querschnitte der verschiedenen Leitkanäle anzupassen. Es handelt sich also um ähnliche ionenoptische Probleme wie bei der Berechnung von Massenspektrographen. Sie sollen in einer späteren Mitteilung behandelt werden.

III. Der Hohlraumresonator.

Nun sind im Sinne einer Orientierung die Abmessungen des Hohlraumresonators und die zur Deckung seiner Hochfrequenzverluste erforderliche Leistung zu berechnen.

Fig. 8 zeigt den rotationssymmetrischen Hohlraumresonator im Meridianschnitt. Der Spannungsbauch des Resonators, in welchem die beschleunigende Wechselspannung mit dem Scheitelwert U

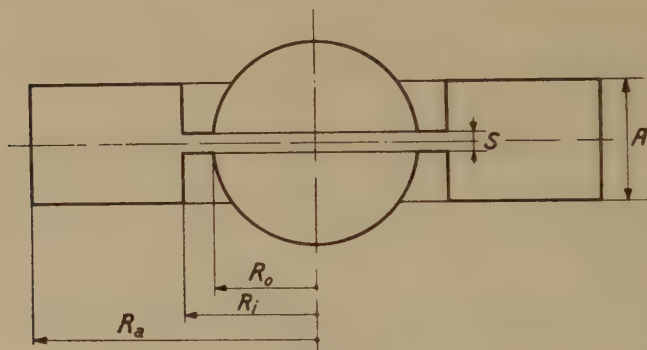


Fig. 8.

entsprechend (9) auftritt, werde durch einen *Kreisringkondensator* gebildet mit dem Plattenabstand S in [cm] und den beiden Radien

$$R_i = r_n + \sqrt{5} (a + 2b)/2 \quad [\text{cm}] \quad (51)$$

und

$$R_o = r_n - \sqrt{5} (a + 2b)/2 \quad [\text{cm}] . \quad (52)$$

Die Radiendifferenz

$$R_i - R_o = \sqrt{5} (a + 2b)$$

ist der bei einem Querschnitt des Magnetsystems nach Fig. 4 erforderliche Mindestwert. Von Zuschlägen aus konstruktiven Gründen (z. B. Blechstärke) wird bei der vorliegenden Orientierung abgesehen. Ist \mathfrak{E} in $[\text{V cm}^{-1}]$ die maximal zulässige Feldstärke über S , so bestimmt sich S vermöge (9) zu

$$S = U_n/n \mathfrak{E} \cos \Phi_s \quad [\text{cm}] . \quad (53)$$

Die Kapazität des Kreisringkondensators berechnet sich nach

J. J. THOMSON, Notes on Recent Researches in Electricity and Magnetisme. Oxford 1893, S. 225, Nr. 239 zu

$$C = \varepsilon_0 [\pi (R_i^2 - R_0^2)/S + 2 (1 - \ln 2) (R_0 + R_i)] \quad [F],$$

wo

$$\varepsilon_0 = 10^9/4 \pi c^2 \quad [F \text{ cm}^{-1}]$$

die übliche Masssystemkonstante. Wegen (51) und (52) ist

$$C/\varepsilon_0 = 2 \pi r_n \sqrt{5} (a + 2b)/S + 4 (1 - \ln 2) r_n \quad [\text{cm}]. \quad (54)$$

Die nun folgende Berechnung des Hohlraumresonators basiert auf einer früheren Arbeit³⁾, die in der Folge als „HB“ (Hohlraumbericht) zitiert wird. Bezüge auf Formeln des HB sind in geschweifte {...} Klammern gesetzt.

Nach dem HB hat man vom reduzierten Innenradius

$$\zeta_i = 2 \pi R_i/\lambda'$$

und dem Kapazitätsmass

$$g = C/\varepsilon_0 \lambda'$$

auszugehen. In diesen beiden Formeln ist λ' die Eigenwellenlänge des Hohlraumresonators. Um dessen Abmessungen klein zu halten, wird diese Wellenlänge λ' entsprechend der Bemerkung in dieser Arbeit Seite 23, gleich einem Drittel der der Umlauffrequenz der Teilchen entsprechenden Wellenlänge λ nach (5) gewählt. Mit dieser Festsetzung

$$\lambda' = \lambda/3 \quad (55)$$

folgen aus (51) und (54) unter Berücksichtigung von (55), (53), (5), (7), (8) und (35)

$$\zeta_i = 3 (1 - 1/z_n^2)^{\frac{1}{2}} [1 + (\sqrt{5}/2)] \quad (56)$$

und

$$g = 3 \sqrt{5} (1 + 1/z_n) (\mathfrak{E} \cos \Phi_s / c B_n) \tau n + (6/\pi) (1 - \ln 2) (1 - 1/z_n^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (57)$$

Durch die Wahl einer gegenüber der Umlauffrequenz der Teilchen dreimal höheren Frequenz der beschleunigenden Wechselspannung bedarf die Frage des Einflusses der Startphase²⁾ einer ergänzenden Betrachtung. Sie steht am Schluss der vorliegenden Arbeit. Kennt man g und ζ_i , so lassen sich wie im Beispiel Seite 138 des HB die reduzierte axiale Länge α des Hohlraumresonators

$$\alpha = 2 \pi A/\lambda', \quad (58)$$

die axiale Länge A selbst und der Verlustleitwert G in den beiden Grenzfällen „enges Rohr“ und „flache Dose“ als Funktionen des reduzierten Aussenradius

$$\zeta_a = 2 \pi R_a / \lambda' \quad (59)$$

berechnen. Die dafür erforderlichen Formeln des *HB* sind:

Grenzfall „enges Rohr“:

Resonanzbedingung:

$$g \ln (\zeta_a / \zeta_i) \operatorname{tg} \alpha = 1 . \quad \{5\}$$

Reduzierter Verlustleitwert:

$$\Gamma = (\mu_0 / \varepsilon_0) (t / 2 \pi \varrho) G = P (\zeta_a / \zeta_i) + Q (\zeta_a / \zeta_i) / \zeta_a , \quad \{17\}$$

wobei

$$P (\zeta_a / \zeta_i) = 2 / \ln (\zeta_a / \zeta_i) + 2 g^2 \ln (\zeta_a / \zeta_i) \quad \{21\}$$

und

$$Q (\zeta_a / \zeta_i) = (1 + \zeta_a / \zeta_i) \{g / \ln (\zeta_a / \zeta_i) + [g^2 + 1 / \ln^2 (\zeta_a / \zeta_i)] \operatorname{arc} \operatorname{ctg} [g \ln (\zeta_a / \zeta_i)]\} . \quad \{22\}$$

Grenzfall „flache Dose“:

Resonanzbedingung:

$$\alpha g = \zeta_i Z_1 (\zeta_i) / Z_0 (\zeta_i) , \quad \{39\}$$

wobei allgemein

$$Z_p (\dots) = J_p (\dots) - J_0 (\zeta_a) / N_0 (\zeta_a) \cdot N_p (\dots)$$

und $J_p (\dots)$, $N_p (\dots)$ die BESSEL- bzw. NEUMANN-Funktionen p -ter Ordnung bedeuten.

Reduzierter Verlustleitwert:

$$\Gamma = (\mu_0 / \varepsilon_0) (t / 2 \pi \varrho) G = g A (\zeta_i, \zeta_a) + g^2 B (\zeta_i, \zeta_a) , \quad \{49\}$$

wobei

$$A (\zeta_i, \zeta_a) = \alpha g [(I / I_c)^2 / \zeta_a + 1 / \zeta_i] - \zeta_i / 2 , \quad \{51\}$$

$$B (\zeta_i, \zeta_a) = (I / I_c)^2 - 1 + 2 / \alpha g - (\zeta_i / \alpha g)^2 \quad \{52\}$$

und

$$I / I_c = (\zeta_a / \zeta_i) Z_1 (\zeta_a) / Z_1 (\zeta_i) . \quad \{37\}$$

Formel {51} unterscheidet sich von der entsprechenden Formel {51} im *HB* durch den Term $-\zeta_i / 2$, der im *HB* seinerzeit versehentlich

weg blieb. In {17} und {49} bedeuten ϱ in [Ω cm] den spezifischen Widerstand der Innenfläche des Hohlraumresonators,

$$t = \sqrt{\varrho \lambda' / \pi c \mu_0} \quad [\text{cm}] \quad (60)$$

die Eindringtiefe der Oberflächenströme und

$$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-9} \quad [H \text{ cm}^{-1}]$$

die übliche Masssystemkonstante.

Im *HB* sind nur Fälle betrachtet, bei denen der Hohlraumresonator in seinem Spannungsbauch durch einen aus zwei vollen Kreisscheiben bestehenden Plattenkondensator belastet ist mit einem Plattenabstand stets kleiner, als die axiale Länge A des Hohlraumresonators. Das bedeutete im Grenzfall „flache Dose“ für αg

$$\infty > \alpha g \geq \zeta_i J_1(\zeta_i) / J_0(\zeta_i) \sim \zeta_i^2 / 2. \quad \{43\}$$

Solange ausserdem $\zeta_i < 2,4048$, der ersten Nullstelle der BESSEL-funktion $J_0(\zeta)$, bleibt, musste unter allen nach der Resonanzbedingung {39} möglichen Werten von ζ_a der kleinste, praktisch allein interessierende Wert in den Grenzen

$$\zeta_i < \zeta_a < 2,4048$$

liegen. Beim hier interessierenden Hohlraumresonator für Beschleuniger besteht der Plattenkondensator im Spannungsbauch des Hohlraumresonators nicht mehr aus zwei vollen Kreisscheiben, sondern aus zwei Kreisringen. Der mögliche Bereich für αg vergrössert sich damit von {43} principiell auf

$$\infty > \alpha g > 0. \quad (61)$$

Es besteht auch keine Veranlassung an $\zeta_i < 2,4048$ festzuhalten. Es kann grundsätzlich

$$0 < \zeta_i < \infty \quad (62)$$

sein. Die Formeln für den Grenzfall „flache Dose“ im *HB* gelten auch für die erweiterten Bereiche (61) und (62), da bei der Ableitung dieser Formeln keine über (61) und (62) hinausgehende Beschränkung nötig ist. Bei gegebenem αg und ζ_i liefert die Resonanzbedingung {39} unendlich viele Werte ζ_a . Unter diesen Werten gibt es einen kleinsten Wert grösser als ζ_i . Dieser Wert, in der Folge einfach mit ζ_a bezeichnet, interessiert hier allein. Ersetzt man für grosse Werte von ζ_i , ζ_a die Zylinderfunktionen in bekannter Weise

durch Kreisfunktionen abnehmender Amplitude, so erhält man an Stelle der Resonanzbedingung {39}

$$\zeta_a = \zeta_i + \kappa,$$

wo

$$0 < \kappa < \pi/2$$

durch

$$\operatorname{tg} \kappa = \zeta_i / \alpha g$$

bestimmt ist. Das heisst, für grosse Werte ζ_i , ζ_a spielt die Krümmung keine Rolle mehr, ein durch 2 benachbarte Meridianebenen begrenzter Sektor des Hohlraumresonators verhält sich wie eine Zweibandleitung der Länge $\lambda'/4$ für $g = 0$, der Länge 0 für $g = \infty$. Natürlich würden auch um ein ganzes Vielfaches von $\lambda'/2$ längere Zweibandleitungen der Resonanzbedingung genügen. Sie sind ausgeschlossen worden durch die obige Festsetzung, dass bei gegebenem αg und ζ_i unter ζ_a der kleinste Wert verstanden werden soll, der grösser als ζ_i ist und die Resonanzbedingung {39} befriedigt.

Trägt man, wie in *HB* Abb. 14 ζ_a als Abszisse in Funktion von αg als Ordinate mit ζ_i als Parameter auf, so erhält man eine den positiven Quadranten lückenlos bedeckende Schar von monoton fallenden Kurven. Dieser Darstellung entnimmt man folgendes:

1. Zu jedem Wertepaar αg , ζ_i gibt es stets einen und nur einen Wert ζ_a .

2. Zu jedem ζ_i gibt es für Werte ζ_a zwischen ζ_i und dem zu ζ_i und $\alpha g = 0$ gehörenden Maximalwert $\zeta_{a \max}$ von ζ_a stets einen und nur einen Wert von αg .

3. Zu jedem Wertepaar ζ_a , αg gibt es stets einen und nur einen Wert von ζ_i .

Lässt man bei einem Hohlraumresonator nach Fig. 8 im Gedankenexperiment bei gegebenem g und ζ_i den reduzierten Aussenradius von $\zeta_a = \zeta_i$ bis zum Maximalwert $\zeta_{a \max}$ von ζ_a wachsen, so fällt die reduzierte axiale Länge α vom Anfangswert $\alpha = \pi/2$ monoton bis zum Endwert $\alpha = 0$. Der Verlustleitwert G und der reduzierte Verlustleitwert Γ durchlaufen dabei ein Minimum. Dieses tatsächliche Verhalten von Γ und α wird in der Nähe von $\zeta_a = \zeta_i$ durch die Formeln {17} und {5} für das „enge Rohr“, in der Nähe von $\zeta_a = \zeta_{a \max}$ durch die Formeln {49} und {39} für die „flache Dose“ beschrieben. In der Nähe des praktisch interessierenden Minimums von G bzw. Γ wird Γ weder durch {17} noch durch {39} dargestellt. Es wird nun angenommen, das tatsächliche Minimum Γ_{\min} sei gleich dem Minimum des arithmetischen Mittel-

wertes der beiden nach {17} bzw. {49} gerechneten Γ -Werte. Zu diesem Γ_{\min} gehört ein bestimmtes $\zeta_a = \zeta_{a \min}$. Interpoliert man zwischen den über ζ_a aufgetragenen α -Werten nach {5} bzw. {39} graphisch, so kann man für $\zeta_{a \min}$ auf dem zwischen „engem Rohr“ und „flacher Dose“ interpolierenden Kurvenstück das zugehörige α_{\min} entnehmen. Zu jedem Wertepaar g, ζ_i gehört also ein ganz bestimmtes Wertetripel $\Gamma_{\min}, \zeta_{a \min}, \alpha_{\min}$. Da in der Folge nur noch mit diesen für das Minimum von Γ charakteristischen Werten

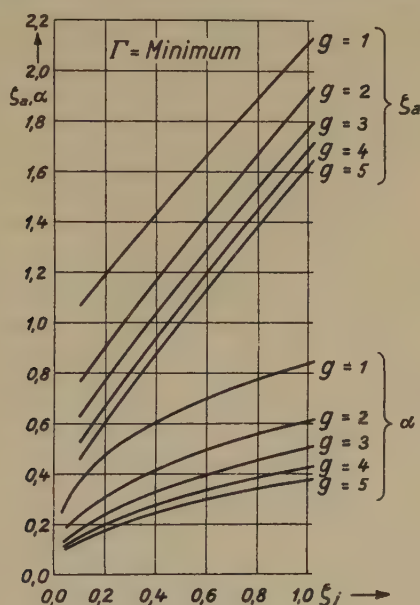


Fig. 9.

der Grössen Γ, ζ_a, α operiert wird, kann der Index „min“ weglassen. Γ, ζ_a, α bedeuten also in der Folge die in der beschriebenen Weise berechneten für das Minimum des Verlustleitwertes charakteristischen Werte. Zur Veranschaulichung sind in Fig. 9 und 10 als Ergebnisse solcher Rechnungen ζ_a, α und Γ in Funktion von ζ_i und für verschiedene Parameterwerte g aufgetragen.

Aus α und ζ_a folgen vermöge (58), (59), (55) und (5)

$$A = (\lambda/6\pi) \alpha = (1/3) (mc/eB_n) z_n \alpha \quad [\text{cm}], \quad (63)$$

$$R_a = (\lambda/6\pi) \zeta_a = (1/3) (mc/eB_n) z_n \zeta_a \quad [\text{cm}], \quad (64)$$

$$R_0 = (\lambda/6\pi) \zeta_0 = (1/3) (mc/eB_n) z_n \zeta_0 \quad [\text{cm}], \quad (65)$$

wo aus (52) und analog zu (56)

$$\zeta_0 = 3 \left(1 - 1/z_n^2\right)^{\frac{1}{2}} \left[1 - (\sqrt{5}/2) \tau\right] \quad (66)$$

ist. Endlich erhält man aus Γ analog zu {15} die *Verlustleistung* des Hohlraumresonators

$$N_{\text{res}} = \frac{1}{2} (\epsilon_0/\mu_0) (2\pi e/t) \Gamma U^2 \quad [\text{W}].$$

Daraus ergibt sich wegen (9), (8), (60), (55) und (5)

$$N_{\text{res}} = (10^3/24) (15/\pi)^{\frac{1}{2}} (m c^2/e)^{3/2} e^{\frac{1}{2}} B_n^{\frac{1}{2}} \Gamma z_n^{\frac{1}{2}} (z_n - 1)^2 n^{-2} \cos^{-2} \Phi_s [\text{W}]. \quad (67)$$

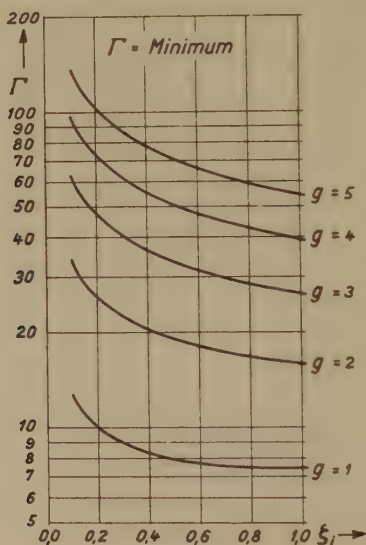


Fig. 10.

Für die den 4 Eckpunkten der rechteckähnlichen Bereiche in Fig. 6 und 7 entsprechenden Daten sind die zugehörigen Hohlraumresonatoren in der voranstehend beschriebenen Weise berechnet worden. Die Ergebnisse finden sich in der anliegenden Tabelle.

Die Genauigkeit ist die des Rechenschiebers mit der Basislänge 25 cm. Die mit der graphischen Interpolation zwischen den beiden Resonanzbedingungen {5} und {39} verbundene Unsicherheit in der Bestimmung des Wertes α aus ζ_a wird zu $\pm 5\%$ geschätzt.

In all den Fällen, wo grössere Unterschiede zwischen ζ_0 und ζ_i bestehen, müsste bei einer genaueren Berechnung des Kapazitätsmasses g statt der konzentrierten Kapazität (54) die entsprechende dynamische Kapazität eingesetzt werden.

Die Hochfrequenzverluste in der konzentrierten Kapazität und in eventuellen metallenen Schirmen, welche die Beschleunigungsstrecke S unterteilen, sowie der Wirkungsgrad des speisenden Senders sind in der Resonatorleistung N_{res} nicht berücksichtigt.

In der letzten Zeile der Tabelle ist die den Fig. 6 und 7 zugrundeliegende und nach (31) gerechnete obere Grenze γN_0 für die Erregerleistung des Magnetsystems aufgeführt.

Für niedrige Induktion und hohe Stromdichte, also für die drei Fälle $\{10^4 B_n = 1,0; I = 2000\}$ bei $U_n = 10$ bzw. $U_n = 100$ bzw. $U_n = 1000$ ist der relative Unterschied zwischen den Leistungen N_{res} und γN_0 am kleinsten. Für $U_n = 10$ ist γN_0 etwa $1/5$ von N_{res} ,

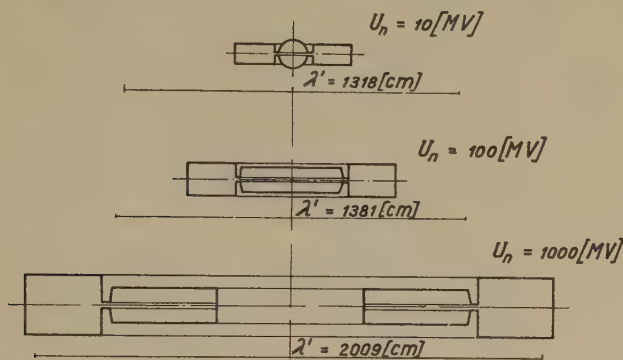


Fig. 11.

für $U_n = 100$ noch $1/4$, während für $U_n = 1000$ die Erregerleistung des Magnetsystems N_0 um etwa 15% die Hochfrequenzverlustleistung N_{res} des Resonators übertrifft. Vermutlich müsste man mindestens in den beiden Fällen $U_n = 10$ und $U_n = 100$ die Anzahl n der Leitkanäle und damit die Stromdichte I heraufsetzen, um sich dem Minimum der sich aus γN_0 und N_{res} zusammensetzenden Gesamtverluste anzunähern. Für die orientierende Berechnung dieses Minimums und der zu ihm gehörenden Anzahl n der Leitkanäle sind die Unterlagen durch die vorliegende Arbeit gegeben. Bei Projekten wird man berücksichtigen müssen, dass die Erregerleistung als Gleichleistung, die Hochfrequenzverlustleistung aber oft als impulsgetastete Leistung einzusetzen sind.

In Fig. 11 sind für die 3 Fälle $\{10^4 B_n = 1,0; I = 2000\}$ bei $U_n = 10$ bzw. $U_n = 100$ bzw. $U_n = 1000$ die Meridianschnitte der Hohlraumresonatoren mit der zugehörigen Wellenlänge maßstäblich dargestellt. Im Fall $U_n = 1000$ besteht die Möglichkeit, den inneren offenen Rand der konzentrierten Kreisringkapazität durch

Tabelle II.

U_n	[MV]	10			100			1000		
		1,0	2,0	659	1,0	2,0	690	1,0	2,0	1005
$10^4 B_n$	[V sec cm ⁻²].									
$\lambda' = \lambda/3$	[cm]									
I	[A cm ⁻²]	200	2000	200	2000	200	2000	200	2000	2000
a	[cm] . . .	10,92	3,45	19,59	5,38	10,92	5,38	10,92	3,45	19,59
τ	0,262	0,1466	0,793	0,353	0,818	0,1102	0,02332	0,01302	0,0707
n	4,98	7,90	3,01	4,10	14,02	10,66	66,7	119,4	22,0
g	2,400	2,125	2,188	1,340	2,184	1,204	2,741	2,741	1,593
ζ_0	0,218	0,258	0,0348	0,186	0,856	0,826	2,214	2,237	2,093
ζ_i	0,403	0,358	0,582	0,430	1,032	1,058	2,330	2,305	2,350
ζ_a	1,11	1,09	1,47	1,34	1,90	2,12	3,34	3,25	3,56
α	0,37	0,38	0,46	0,54	0,58	0,79	0,69	0,75	0,90
I'	26,5	23,0	20,5	11,9	17,5	9,2	20,1	20,2	12,0
S	[cm] . . .	5,0	3,2	8,3	6,1	17,8	23,5	37,5	20,9	11,4
R_0	[cm] . . .	46	54	3,7	19,5	188	91	708	716	335
R_i	[cm] . . .	85	75	61	45	227	116	746	738	393
R_a	[cm] . . .	232	228	154	140	418	233	1067	1039	569
A	[cm] . . .	78	80	48	57	128	86	222	240	144
$N_{\text{res}} \cdot 10^{-3}$	[W] . . .	3140	1090	9480	2970	25800	33200	108000	33800	843000
$\gamma N_0 \cdot 10^{-3}$	[W] . . .	14,9	225	15,7	152	125	1150	2194	38950	1184

Legende: Deuteronen $e/m = 4,790 \cdot 10^{11}$ [V⁻¹ cm³ sec⁻²] $b = s = 3$ [cm] $\vec{v} = 2 \cdot 10^{-6}$ [Ω cm] $\vec{E} = 4 \cdot 10^5$ [V cm⁻¹] $\cos \phi_s = 1$

einen unbelasteten, also $\lambda'/4$ -äquivalenten torusförmigen Resonanzraum abzuschliessen.

Durch die Wahl einer gegenüber der Umlauffrequenz der Teilchen dreimal höheren Frequenz der beschleunigenden Wechselspannung entsprechend (55) bedarf die Frage des Einflusses der Startphase einer gegenüber der kürzlich erschienenen Veröffentlichung²⁾ ergänzenden Betrachtung. Die folgenden Bezeichnungen

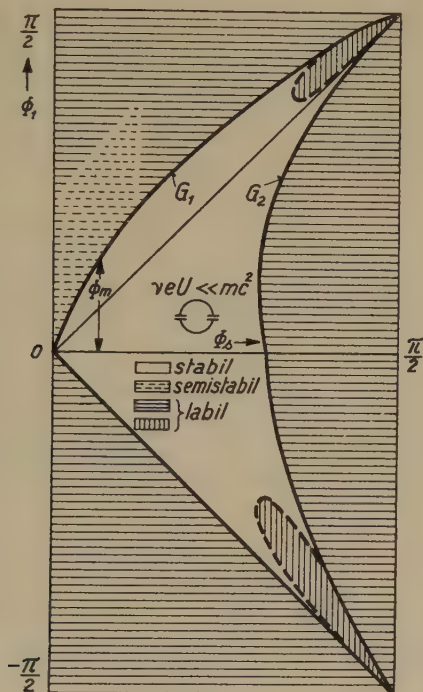


Fig. 12.

stimmen überein mit den Bezeichnungen, die folgenden Hinweise auf Formeln und Figuren beziehen sich auf die Formeln und Figuren jener Veröffentlichung.

Da nun das synchrone Teilchen in Abständen von 3π beschleunigt wird, tritt in Gleichung (2) an Stelle von 2π der Faktor 3π . Im Sonderfall

$$N = 1/2; E_0 = mc^2; v e U \ll mc^2; 2 \text{ Beschleunigungen/Umlauf}$$

folgen wieder durch numerische Auswertung der Differenzgleichungen (1) und (2) an Stelle von Fig. 2 und 4 die beiliegenden Fig. 12 und

13. Man erkennt, wie zu erwarten, das Gebiet mit stabilen Teilchenbahnen ist in Fig. 12 kleiner als in Fig. 2 und die Stromspannungskennlinie der Maschine fällt in Fig. 13 steiler ab als die entsprechende Kennlinie in Fig. 4.

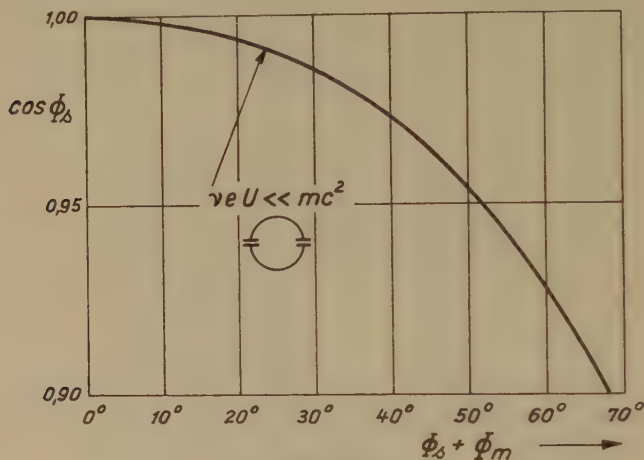


Fig. 13.

Der Firma H. W. EGLI AG. in Zürich danke ich verbindlichst, dass sie mir für Rechnungen in dieser Arbeit eine „Madas“ Rechenmaschine zur Verfügung gestellt hat.

Literatur.

- ¹⁾ W. DÄLLENBACH, Bulletin SEV, **37**, 699 (1946). Experientia II, 267 (1946).
- ²⁾ id., Helv. Phys. Acta, **20**, 267 (1947).
- ³⁾ id., Hochfrequenztechnik und Elektroakustik **61**, 129 (1943).

Zwei Bemerkungen zur Theorie der Streumatrix

von G. Wentzel.

(1. XII. 1947.)

I. Beim Problem der Streuung an mehreren Streuzentren ist die HEITLER'sche Integralgleichung, da sie auf akausale Vorgänge im Sinne von STUECKELBERG führt, nicht anwendbar. Für den Fall, dass der Abstand der Streuer gross ist, wird eine abgeänderte Integralgleichung für die Streumatrix angegeben.

II. Die Methode der analytischen Fortsetzung in die komplexe Energie-Ebene, auf die der KRAMERS-HEISENBERG'schen Dispersionsformel entsprechende Streumatrix angewendet, führt zu einer Beschreibung der spontanen Emission von Licht.

I.

Wir betrachten die Streuung einer Partikel durch ein System, das aus zwei Streukörpern besteht. Wenn die Streumatrizen der einzelnen Körper gegeben sind, wie wird die Streumatrix des zusammengesetzten Streuers beschaffen sein? Diese Frage lässt sich rein „wellenoptisch“ beantworten, wenn der Abstand der beiden einzelnen Streuer voneinander so gross ist, dass sie in ihren gegenseitigen Wellenzonen liegen.

Wird die Streumatrix unkorrekt konstruiert, so kann sie, wie STUECKELBERG¹⁾ betont hat, Matricelemente für „akausale Vorgänge“ enthalten. In unserem Problem besteht ein akausales Ereignis darin, dass die Partikel vom einen Streuer absorbiert und vom anderen emittiert wird derart, dass die Emission zeitlich *vor* der Absorption stattfindet, mit einer Zeitdifferenz $\geq d/c$, wo d , der Abstand der beiden Streuer, beliebig gross sein kann. Die Energie-Erhaltung würde erfordern, dass in der Zeit zwischen Emission und Absorption ein Teilchen negativer Energie vorhanden wäre. Wellenoptisch interpretiert, beruht eine Akausalität immer auf einer Verwechslung von auslaufenden und einlaufenden Kugelwellen: wenn bei einem kausalen Vorgang etwa eine vom ersten Streuer ausgehende Kugelwelle auftritt (Streuung vom ersten zum zweiten Körper), so erscheint fälschlich an Stelle der auslaufenden eine einlaufende Welle. Das Verbot akausaler Ereignisse, wenigstens für „makroskopische“ Abstände d , wird von STUECKELBERG als ein oberstes Postulat zur Bestimmung der S -Matrix in einer relativistischen Theorie der Wechselwirkungen von Elementarteilchen herangezogen. Es mag daher von Interesse sein, an einem einfachen

Beispiel, wo die korrekte S -Matrix elementar berechnet werden kann, zu untersuchen, welche Züge für eine „kausale“ S -Matrix charakteristisch sind.

Die einzelnen Streuer seien einfachheitshalber als isotrop angenommen. Das heisst, denken wir den n -ten Streuer (allein) an den Koordinatenursprung gesetzt, und schreiben wir mit HEISENBERG für die Wellenfunktion im Impulsraum (\mathfrak{f}^0 , \mathfrak{f} = Impulse des Teilchens im Anfangs- und Endzustand):

$$(\mathfrak{f} | \psi | \mathfrak{f}^0) = (\mathfrak{f} | 1 | \mathfrak{f}^0) + (\mathfrak{f} | R_n | \mathfrak{f}^0) \delta_+(E^0 - E), \quad (1)$$

so ist das Matricelement $(\mathfrak{f} | R_n | \mathfrak{f}^0)$ nur von den Beträgen $|\mathfrak{f}^0| = k^0$, $|\mathfrak{f}| = k$ abhängig, und zwar ist nur der Wert für $k = k^0$ massgebend für das asymptotische Verhalten in der Wellenzone. Wir setzen deshalb

$$(\mathfrak{f} | R_n | \mathfrak{f}^0) = \frac{1}{G} R_n'(k) \quad (2)$$

(G = Periodizitätsvolumen für die Wellen $e^{i\mathfrak{f}r}$). Die Wellenfunktion im Ortsraum wird dann asymptotisch:

$$\sum_{\mathfrak{f}} e^{i\mathfrak{f}r} (\mathfrak{f} | \psi | \mathfrak{f}^0) \Rightarrow e^{i\mathfrak{f}r} + R_n'(k) \frac{\varrho(k) e^{ikr}}{2ikr}, \quad (1a)$$

wo

$$\varrho(k) = \frac{1}{2\pi^2} k^2 \frac{dk}{dE}.$$

Die Matrix

$$(\mathfrak{f} | \underline{S} | \mathfrak{f}^0) = (\mathfrak{f} | 1 | \mathfrak{f}^0) + (\mathfrak{f} | \underline{R} | \mathfrak{f}^0) = (\mathfrak{f} | 1 | \mathfrak{f}^0) + (\mathfrak{f} | R | \mathfrak{f}^0) \delta(E^0 - E)$$

muss bekanntlich unitär sein; dies bedeutet für (2) die Forderung

$$R_n' + R_n'^* + \varrho R_n'^* R_n' = 0. \quad (3)$$

Um diese Bedingung zu erfüllen, genügt es, R_n' in der Form

$$R_n' = \frac{2\pi i K_n'}{1 - \pi i \varrho K_n'} \quad (4)$$

anzusetzen, wo K_n' eine beliebige *reelle* Funktion von k ist (genauer gesagt: für reelle k -Werte soll K_n' reell sein). Der Ansatz (4) ist äquivalent der HEITLER'schen Integralgleichung für die Matrix \underline{R}_n :

$$\underline{R}_n - \pi i \underline{K}_n \cdot \underline{R}_n = 2\pi i \underline{K}_n, \quad (4a)$$

wenn die hermitesche Matrix

$$(\mathfrak{f} | \underline{K}_n | \mathfrak{f}') = \frac{1}{G} K_n'(k) \delta(E' - E)$$

als wellenmechanisch *gegeben* betrachtet wird, wie etwa in HEITLER's Strahlungsdämpfungstheorie²⁾. Für das Folgende ist es aber gleichgültig, welche der beiden Matrizen K_n oder R_n als die primär gegebene angesehen wird; durch (4) bzw. (4a) (mit reellem K_n' bzw.

hermischem \underline{K}_n) wird dann lediglich die Unitarität der Matrix \underline{S}_n ausgedrückt.

Nun seien die beiden Streuer an die Orte $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ gesetzt; ihr Abstand $d = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ sei so gross, dass jeder Streuer in der Wellenzone des andern liegt. Die Matrix R , die dann in (1) an die Stelle von R_n tritt, kann elementar wellenoptisch berechnet werden, wobei zu berücksichtigen ist, dass die gestreute Partikel beliebig oft zwischen den Einzelstreuern hin und her laufen kann. Das Ergebnis lautet:

$$(\mathfrak{f}|R|\mathfrak{f}^0) = \frac{1}{G} \left\{ R_1' e^{i(\mathfrak{f}^0 - \mathfrak{f}) \cdot \mathbf{r}_1} + R_2' e^{i(\mathfrak{f}^0 - \mathfrak{f}) \cdot \mathbf{r}_2} + R_1' R_2' \frac{e^{ikd}}{2ikd} (e^{i\mathfrak{f}^0 \cdot \mathbf{r}_1 - i\mathfrak{f} \cdot \mathbf{r}_2} + e^{i\mathfrak{f}^0 \cdot \mathbf{r}_2 - i\mathfrak{f} \cdot \mathbf{r}_1}) \right\} \cdot \left[1 - R_1' R_2' \left(\frac{e^{ikd}}{2ikd} \right)^2 \right]^{-1} \quad (5)$$

Entwickelt man nämlich den letzten Faktor in eine geometrische Reihe, so entspricht jeder Summenterm von R in leicht erkennbarer Weise einem bestimmten Streuweg (vgl. (1a)). Die direkte Ausrechnung lehrt, dass die Matrix $\underline{S} = 1 + \underline{R}$ unitär ist, wenn alle \underline{S}_n unitär sind, d. h. wenn die Relationen (3) gelten.

Wir fragen nun, ob die Matrix (5) einer Integralgleichung vom Typus der HEITLER'schen Gleichung (4a) genügt. Dabei ist von vornherein zu erwarten, dass die massgebende K -Matrix folgende Struktur hat:

$$(\mathfrak{f}|K|\mathfrak{f}') = \frac{1}{G} \sum_n K_n'(k) e^{i(\mathfrak{f}' - \mathfrak{f}) \cdot \mathbf{r}_n}. \quad (6)$$

Bildet man aber, gemäss der Regel

$$(k|\underline{F}|\mathfrak{f}') = (\mathfrak{f}|F|\mathfrak{f}') \delta(E' - E), \quad (6a)$$

die Matrizen \underline{R} und \underline{K} mit (5) und (6), so zeigt sich, dass die der HEITLER'schen Gleichung (4a) entsprechende Integralgleichung (ohne Indices n) *nicht* erfüllt ist. Zwar wäre sie erfüllt, wenn man in R (5) e^{ikd} jeweils durch $\frac{1}{2}(e^{ikd} - e^{-ikd})$ ersetzen würde³⁾; diese teilweise Vertauschung von auslaufenden und einlaufenden Wellen würde aber akausalen Streuvorgängen im Sinne von STUECKELBERG entsprechen und ist deshalb unzulässig. Hier zeigt sich klar, dass die Anwendung der HEITLER'schen Integralgleichung auf ein System von mehreren Streuern zu Akausalitäten führen muss.

Indessen lässt sich eine abgeänderte Integralgleichung angeben, der die korrekte \underline{R} -Matrix genügt. Wir schreiben sie:

$$\underline{R} - \pi i \bar{K} \cdot \underline{R} = 2 \pi i \underline{K}; \quad (7)$$

dabei ist

$$(\mathfrak{f}|\bar{K}|\mathfrak{f}') = (\mathfrak{f}|K|\mathfrak{f}') \cdot 2 \bar{\delta}(E' - E), \quad (8)$$

wo K gemäss (6) definiert ist, und wo $\bar{\delta}$ einen Operator bedeutet,

der der DIRAC'schen oder HEISENBERG'schen δ_- -Funktion verwandt, wenn auch nicht damit identisch ist: Sei $f(k)$ eine langsam variierende Funktion, und $kr \gg 1$, so soll für $\bar{\delta}(k' - k) = \overset{+}{\delta}(k - k')$ gelten:

$$\int dk' \bar{\delta}(k' - k) e^{+ik'r} f(k') = e^{ik'r} f(k), \quad (9a)$$

$$\int dk' \bar{\delta}(k' - k) e^{-ik'r} f(k') = 0, \quad (9b)$$

$$\int dk' \bar{\delta}(k' - k) f(k') = \frac{1}{2} f(k). \quad (9c)$$

Die Gleichungen (9a, b) — sie sollen natürlich nur asymptotisch gelten ($kr \gg 1$) — werden auch durch die DIRAC'sche und die HEISENBERG'sche δ_- -Funktion erfüllt, während in (9c), im Falle der DIRAC'schen δ_- -Funktion, rechterhand noch der Hauptwert des Integrals

$$\frac{1}{2\pi i} \int_0^{\infty} dk' \frac{f(k')}{k' - k}$$

hinzuzufügen wäre. Derartige Terme, welche Übergängen $\mathbf{k}' \rightarrow \mathbf{k}$ ohne Energie-Erhaltung entsprechen würden, müssen in (7) — im Matrixprodukt $\bar{K} \cdot R$ — ausgeschlossen werden, schon damit (7) im Falle eines *einzigen* Streuers in die HEITLER'sche Integralgleichung (4a) übergeht ($\bar{K} = \underline{K}$). Mit anderen Worten: die Matrixmultiplikation darf nur Zustände auf der gleichen „Energieschale“ koppeln; dieser Forderung entsprechen die Definitionsformeln (9). Um dies hervorzuheben, mag man auch schreiben:

$$\bar{\delta}(k' - k) = \overset{+}{\delta}(k - k') = I_+(k') \cdot \frac{1}{2} \delta(k' - k), \quad (10)$$

wobei $I_+(k')$ ein Operator ist, der auslaufende Wellen ($e^{+ik'r}$) verdoppelt, einlaufende Wellen ($e^{-ik'r}$) zu Null macht, während er langsam variierende Funktionen unverändert lässt.

Freilich gibt weder (9) noch (10) eine vollständige Definition der in Frage stehenden Operatoren. Nähert man die beiden Streuer einander so weit, dass der eine nicht mehr in der Wellenzone des andern liegt, so ist die Streumatrix nicht mehr durch (5) gegeben, und wenn überhaupt noch eine Gleichung vom Typus (7) gilt, so wird die Art und Weise, wie das Streufeld aus der Wellenzone in die Nahzone übergeht, für die Struktur der \bar{K} -Matrix massgebend sein müssen. Ohne korrespondenzmässige Anleihen bei speziellen Feldtheorien wird sich diese Lücke kaum ausfüllen lassen.

STUECKELBERG¹⁾ gelangt in seinen auf relativistischen Feldtheorien beruhenden Überlegungen dazu, für die Streumatrix den Ansatz zu machen:

$$\underline{R} = \frac{2i\alpha}{1 - i\alpha}, \quad \underline{S} = \frac{1 + i\alpha}{1 - i\alpha}; \quad (11)$$

dabei wird α nach einem Kopplungsparameter entwickelt, und die höheren Terme dieser Entwicklung werden so bestimmt, dass keine makroskopischen Akausalitäten auftreten. Der Ansatz (11) ist formal äquivalent den Ansätzen (4), (4a), d. h. der HEITLER'schen Integralgleichung (mit $\alpha = \pi \underline{K}$). Da wir gesehen haben, dass diese Gleichung im Falle mehrerer Streuer nicht mehr gilt, wenigstens sofern \underline{K} gemäss (6), (6a) gebildet wird, erscheint es fraglich, ob der Ansatz (11) wirklich durch Einfachheit ausgezeichnet ist, d. h., ob er allgemein auf ein einfaches Bildungsgesetz für die Matrix α führt. Durch Vergleich von (11) mit (7) findet man:

$$\alpha = [1 - \pi i \cdot \frac{1}{2} (\bar{K} - \overset{+}{K})]^{-1} \cdot \pi \underline{K}, \quad (12)$$

wo $\overset{+}{K}$ aus \bar{K} durch Vertauschung der auslaufenden und einlaufenden Wellen hervorgeht: $\overset{+}{K} + \bar{K} = 2 \underline{K}$. Im Vergleich zu (11), (12) scheint es jedoch einfacher, gemäss (7)

$$\underline{R} = [1 - \pi i \bar{K}]^{-1} \cdot 2 \pi i \underline{K} \quad (7a)$$

anzusetzen⁴⁾ und nach dem allgemeinen Bildungsgesetz von \underline{K} und \bar{K} zu fragen.

Bei Beschränkung des Problems auf die Streuung eines Teilchens (beliebiger Art) durch mehrere ruhende (nicht notwendig isotrope) Streuer wird zweifellos (7) mit (8) gelten, wobei die K -Matrix sich additiv aus den K_n -Matrizen der einzelnen Streuer zusammensetzt. Aber auch bei weitergehenden Fragestellungen (bewegte Streuer, Prozesse mit Änderung der Teilchenzahl) mag die Gleichung (7) dienlich sein.

Schliesslich sei daran erinnert, dass nach KRAMERS und HEISENBERG⁵⁾ die analytische Fortsetzung der \underline{R} -Matrix (genauer gesagt: ihrer Eigenwerte) in die komplexe k -Ebene und die Aufsuchung ihrer Pole auf der positiv-imaginären Halbachse zur Bestimmung stationärer Zustände dienen kann, in denen das Teilchen an das Streuzentrum gebunden ist. Im Falle des einzelnen isotropen Streuers führt dies nach (4) auf die Gleichung

$$\frac{1}{R_n'(i\mu_n)} = \frac{1}{2\pi i K_n'(i\mu_n)} - \frac{1}{2} \varrho(i\mu_n) = 0.$$

Für zwei solche Streuer im Abstand d hat man statt dessen nach (5):

$$\frac{1}{R_1'(i\mu) R_2'(i\mu)} = \left(\frac{\varrho(i\mu) e^{-\mu d}}{2\mu d} \right)^2. \quad (13)$$

Die Lösungen μ dieser Gleichung gehen im Limes $d \rightarrow \infty$ gegen μ_1 oder μ_2 , und es ist leicht, $\mu - \mu_n$ für grosse Werte von d asymp-

totisch zu bestimmen. $E(i\mu)$ gibt das Potential der statischen Kräfte, welche die beiden Streuer durch Vermittlung des gebundenen Teilchens aufeinander ausüben. In der HEITLER'schen Theorie der Mesonstreuung (mit Berücksichtigung der Strahlungsdämpfung) ergeben sich so die Kräfte zwischen „Nukleon-Isobaren“⁶⁾ und „nackten Nukleonen“. Die HEITLER'sche Integralgleichung würde hier, da in (13) $e^{-\mu d}$ durch $\frac{1}{2}(e^{-\mu d} - e^{+\mu d})$ ersetzt wäre, zu unsinnigen Ergebnissen führen. Wir wollen aber auf diese Fragen hier nicht näher eingehen.

II.

Die HEITLER'sche Integralgleichung kann in sehr einfacher Weise dazu dienen, die Strahlungsdämpfung beim Problem der Streuung von Licht an atomaren Systemen, speziell bei der *Resonanzfluoreszenz*, zu berücksichtigen. In der R -Matrix treten die bekannten Resonanznenner $\nu^0 - \nu_{\text{Res}} + i\gamma$ auf, wo der imaginäre Term $i\gamma$ den Dämpfungseffekt darstellt. Als analytische Funktionen von ν^0 besitzen daher die R -Eigenwerte *Pole* an den Stellen $\nu_{\text{Res}} - i\gamma$. Diese Pole, bzw. die entsprechenden Residuen der Matrix $R \cdot \delta_+(L^0 - E)$, entsprechen — wie wir zeigen wollen — den *spontanen Emissionsprozessen* des betrachteten Systems.

Betrachten wir nur Zustände, in denen das Strahlungsfeld ein einziges Lichtquant enthält, so ist ein Zustand des Gesamtsystems charakterisiert durch den Wellenzahlvektor \mathbf{k} des Lichtquants ($|\mathbf{k}| = \nu/c$), dessen Polarisationsvektor \mathbf{e} ($|\mathbf{e}| = 1$), und durch die Nummer n des Atomzustandes (Energie E_n). Der HEITLER'schen Theorie entspricht es, wenn wir die K -Matrix, welche die Lichtstreuung beschreiben soll, als durch die KRAMERS-HEISENBERG'sche Dispersionsformel gegeben annehmen. In Dipolstrahlungsnäherung:

$$(\mathbf{k} \mathbf{e} n | \underline{K} | \mathbf{k}^0 \mathbf{e}^0 0) = \frac{2\pi}{G} \sqrt{\nu \nu^0} \sum_l \left\{ \frac{(\mathbf{e} \mathbf{p}_{nl}) (\mathbf{e}^0 \mathbf{p}_{l0})}{\omega_{l0} - \nu^0} + \frac{(\mathbf{e}^0 \mathbf{p}_{nl}) (\mathbf{e} \mathbf{p}_{l0})}{\omega_{ln} + \nu^0} \right\} \cdot \delta(h\nu^0 + E_0 - h\nu - E_n). \quad (14)$$

(G = Periodizitätsvolumen, $h\omega_{ln} = E_l - E_n$, \mathbf{p} = Matrix des elektrischen Moments). Der Anfangszustand (0) des Atoms sei immer der Grundzustand, so dass nur die Terme mit den Nennern $\omega_{l0} - \nu^0$ zu Resonanzen Anlass geben können.

Nehmen wir einfachheitshalber zunächst an, dass der Grundzustand nicht-entartet ist, und dass die eingestrahlte Frequenz ν^0 so klein sei, dass — wegen Energie-Erhaltung und Auswahlregeln — kein Ramansprung möglich sei, d. h. dass als Endzustand n

wieder nur der Grundzustand in Betracht komme (elastische Streuung), so reduziert sich \underline{K} auf

$$(\mathfrak{f}e0|\underline{K}|\mathfrak{f}^0e^00) = \frac{2\pi\nu}{G} (e e^0) \alpha(\nu) \delta(\nu^0 - \nu),$$

wo $\alpha(\nu)$ die Polarisierbarkeit des Grundzustandes bedeutet. Das Eigenwertproblem dieser Matrix

$$\sum_{\mathfrak{f}^0e^0} (\mathfrak{f}e0|\underline{K}|\mathfrak{f}^0e^00) u(\mathfrak{f}^0e^0) = \beta(\nu) \cdot u(\mathfrak{f}e)$$

führt, mit den Eigenfunktionen $u(\mathfrak{f}e) = (e \cdot a) [a = \text{konstanter Vektor}]$, zu den Eigenwerten

$$\beta(\nu) = \frac{2\nu^3}{3\pi c^3} \alpha(\nu).$$

Beachtet man, dass $\underline{K}^2 = \beta(\nu^0) \cdot \underline{K}$, so findet man als Lösung der HEITLER'schen Integralgleichung (vgl. (4a)) die Streumatrix:

$$\underline{R} = \frac{2\pi i \underline{K}}{1 - \pi i \beta(\nu^0)}. \quad (15)$$

Wird ferner angenommen, dass in dem betrachteten Frequenzbereich ($\nu^0 < \omega_{n0}$, $n \neq 0$) eine Resonanzfrequenz ω_{l0} liegt, so wird dort $\alpha(\nu^0)$ wie $\text{const.} (\omega_{l0} - \nu^0)^{-1}$ unendlich. In der Umgebung der Resonanzstelle kann man daher für den Nenner in (15) näherungsweise schreiben:

$$1 - \pi i \beta(\nu^0) \cong 1 + \frac{i}{2} \frac{A_{l0}}{\nu^0 - \omega_{l0}} = \frac{\nu^0 - \omega_{l0} + \frac{i}{2} A_{l0}}{\nu^0 - \omega_{l0}}, \quad (16)$$

wo A_{l0} den EINSTEIN'schen Koeffizienten (Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit) des spontanen Emissionsprozesses $l \rightarrow 0$ darstellt. Folglich variiert \underline{R} in der Resonanznähe wie

$$\frac{\alpha(\nu^0)}{1 - \pi i \beta(\nu^0)} \cong \text{const.} \frac{1}{\nu^0 - \omega_{l0} + \frac{i}{2} A_{l0}}, \quad (16a)$$

was der wohlbekannten Theorie der Resonanzfluoreszenz entspricht⁷⁾.

$1 - \pi i \beta(\nu^0)$, als analytische Funktion von ν^0 , hat Nullstellen bei $\nu^0 \cong \omega_{l0} - \frac{i}{2} A_{l0}$; dies sind die oben erwähnten Pole des \underline{R} -Eigenwerts. Die zugehörige „Energie“ des Gesamtsystems ist $E_l - \frac{i\hbar}{2} A_{l0}$; ihr Imaginärteil entspricht nach MÖLLER⁸⁾ einer zeitlich-exponentiellen Abklingung des Zustandes mit der Wahrscheinlichkeit A_{l0} pro Zeiteinheit. Dass es sich hier um die spontane Emission (Übergang $l \rightarrow 0$) handelt, wird auch durch die Struktur des zu-

gehörigen Strahlungsfeldes belegt. Um diese zu bestimmen, hat man nach den Regeln der S -Matrixtheorie folgendermassen zu verfahren: Aus den für reelle ν^0 -Werte erhaltenen Lösungen

$$(\mathfrak{f}e|\psi|\mathfrak{f}^0e^0) = (\mathfrak{f}e|1|\mathfrak{f}^0e^0) + (e|R|e^0) \delta_+(E^0 - E)$$

bilde man durch Superposition Eigenfunktionen von \underline{S} , d. h. von \underline{K} , was hier durch Multiplikation mit $(e^0 \cdot a)$ und Mittelung über die Orientierungen von e^0 , \mathfrak{f}^0 bei festem ν^0 geschehen kann. Dann führe man die analytische Fortsetzung in die komplexe E^0 - oder ν^0 -Ebene aus und betrachte die Residuen der Eigenfunktion in den Polen von R . Da hier nicht ein stationärer, sondern ein zeitlich abklingender Zustand betrachtet wird, ist man genötigt, für die δ_+ -Funktion eine Darstellung zu verwenden, welche die Zeit t noch enthält; als natürlichster Ansatz bietet sich die aus der Störungstheorie folgende Darstellung

$$\delta_+(\nu^0 - \nu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^t dt' \cdot e^{-i(\nu^0 - \nu)t'},$$

wo also t zwar beliebig gross aber endlich sein soll. Hiermit lässt sich die analytische Fortsetzung in die komplexe ν^0 -Ebene ohne weiteres durchführen (wobei ν eine reelle Variable bleibt), und man erkennt leicht, dass das Residuum der Eigenfunktion im Pol $\nu^0 = \omega_{l_0} - \frac{i}{2} A_{l_0}$ dem Emissionsfeld eines gedämpften Oszillators (Frequenz ω_{l_0} , Dämpfung A_{l_0} , Schwingungsrichtung a) entspricht. Die räumliche Struktur des Feldes kann man durch Anwendung der Feldoperatoren auf die Eigenfunktion bestimmen. Das Ergebnis deckt sich völlig mit der WEISSKOPF-WIGNER-Theorie der Dämpfung beim spontanen Emissionsvorgang⁹⁾.

Es sei daran erinnert, dass wir bei dieser Betrachtung von der KRAMERS-HEISENBERG'schen Dispersionsformel ausgegangen sind, also von einer K -Matrix, die primär *nur Streuprozesse* darstellt. Trotzdem sind wir, durch die Methode der analytischen Fortsetzung, auch zu einer Beschreibung der *spontanen Emission* gelangt. Während in der üblichen störungsmässigen Behandlung der Strahlungsprozesse die KRAMERS-HEISENBERG-Formel aus den Matrixelementen für Emission und Absorption abgeleitet wird, ergibt sich hier der Zusammenhang auch in der umgekehrten Richtung. Sieht man mit HEISENBERG die S -Theorie als den Rahmen für eine zukünftige allgemeine Theorie an, so möchte man vermuten, dass einem solchen Zusammenhang eine mehr als nur formale Bedeutung zukommt.

Zu den obigen Formeln (16), (16a) ist noch zu bemerken, dass in ihnen Terme der Ordnung A_{l0}/ω_{l0} vernachlässigt sind. Für die analytische Fortsetzung in die unmittelbare Umgebung der reellen ν^0 -Achse ist dies unbedenklich. In der nächsten Näherung werden die Pole von \underline{R} : $\nu^0 = \omega_{l0} - \frac{i}{2} A_{l0} + \varepsilon$, wo ε reell und von der Grössenordnung A_{l0}^2/ω_{l0} ist. Die hierdurch gegebene Linienverschiebung ist klein gegen die natürliche Linienbreite und deshalb uninteressant. Eine durch Selbstenergien (Bindungsabhängigkeit der Selbstenergie) bedingte Linienverschiebung¹⁰⁾ steht hier nicht zur Diskussion; in der Tat ist es ja für die HEITLER'sche Strahlungsdämpfungstheorie charakteristisch, dass die Selbstenergie (durch die Weglassung der entsprechenden Terme in der K -Matrix) subtrahiert wird.

Bisher haben wir ν^0 so klein angenommen, dass keine Raman-sprünge $0 \rightarrow n$ auftreten können ($\nu^0 < \omega_{n0}$). Für höhere Frequenzen lässt sich immerhin die *Resonanzstreuung* noch in einfacher Weise behandeln, indem man in der K -Matrix nur die Terme mit kleinen Nennern ($\omega_{l0} \cong \nu^0$) berücksichtigt. Allerdings ist die einfache Lösbarkeit der HEITLER'schen Integralgleichung, ähnlich wie dies aus der WEISSKOPF'schen Arbeit⁷⁾ bekannt ist, noch an die Bedingung gebunden, dass

$$\sum_{(n)} (\mathbf{p}_{ln} \cdot \mathbf{p}_{n\nu'}) = 0 \quad \text{für} \quad l \neq l', E_l \cong E_{l'} \cong E_0 + \hbar\nu^0, \quad (17)$$

wo die Summe über die Endzustände (n) in einem schmalen Energie-Intervall läuft. Im Falle einer Richtungsentartung ist (17) erfüllt. Dann erhält man die R -Matrix aus der Matrix $2\pi i K$, indem man die Resonanznenner $\omega_{l0} - \nu^0$ durch $\omega_{l0} - \frac{i}{2} \Gamma_l - \nu^0$ ersetzt, wo

$$\Gamma_l = \sum_{\substack{n \\ (E_n < E_l)}} A_{ln}. \quad (18)$$

Die Pole bei $\nu^0 = \omega_{l0} - \frac{i}{2} \Gamma_l$ entsprechen den spontanen Emissionsprozessen $l \rightarrow 0$, mit den richtigen Abklingungskonstanten Γ_l .

Hierbei ist aber folgendes zu beachten. Wenn man die *reelle* Variable ν^0 anwachsen und dabei einen Wert ω_{n0} überschreiten lässt, so dass ein neuer Ramansprung möglich wird, so ändert sich R als Funktion von ν^0 in *nicht-analytischer* Weise. Von verschiedenen Abschnitten der reellen ν^0 -Achse aus gelangt man daher zu verschiedenen analytischen Fortsetzungen, und die den spontanen Emissionen entsprechenden Pole werden — mit dem richtigen Imaginärteil (18) — nur dann erhalten, wenn man jeweils von dem

nächst benachbarten Abschnitt der reellen ν^0 -Achse aus analytisch fortsetzt.

Wird schliesslich ν^0 so gross gewählt, dass $h\nu^0$ die Bindungsenergie des Grundzustandes übersteigt, so liegen die Resonanzniveaus E_l im kontinuierlichen Spektrum; die Resonanzabsorption $0 \rightarrow l$ entspricht dem photoelektrischen Effekt. Durch analytische Fortsetzung sollte man nun auch die Emissionsprozesse $l \rightarrow n$ erhalten können, die der *Bremsstrahlung* entsprechen. Die Lösung der HEITLER'schen Integralgleichung für diesen Fall wird aber dadurch erschwert, dass die Bedingung (17) nicht erfüllt ist für zwei Zustände l, l' im kontinuierlichen Spektrum, die die gleichen Drehimpulsquantenzahlen aber verschiedene Energie besitzen. Dies dürfte eine besondere Untersuchung nötig machen, auf die aber hier nicht eingetreten werden soll.

Literatur.

¹⁾ E. C. G. STUECKELBERG, *Helv. Phys. Acta* **19**, S. 242, 1946. Von einer ausführlichen, noch unveröffentlichten Arbeit hat mir Herr Stueckelberg freundlicherweise das Manuskript zur Verfügung gestellt.

²⁾ Vgl. W. HEITLER, *Proc. Cambr. Phil. Soc.* **37**, S. 291, 1941; W. PAULI, *Meson theory of nuclear forces*, New York 1946, Chapter IV; G. WENTZEL, *Rev. Mod. Phys.* **19**, S. 1, 1947, Abschnitt 5b.

³⁾ J. M. BLATT (*Phys. Rev.* **72**, S. 466, 1947) hat bemerkt, dass die HEITLER'sche Integralgleichung darauf beruht, dass für die Rückwirkung der Streuwelle auf den Streuer die halbe Differenz von auslaufender und einlaufender Welle in Anrechnung gebracht wird. Für grosse Streuer (Ausdehnung gross gegen Wellenlänge) ist dies offenbar nicht haltbar. Die von B. FERRETTI und R. E. PEIERLS (*Nature* **160**, S. 531, 1947) erwähnten Schwierigkeiten der HEITLER'schen Strahlungsdämpfungstheorie dürften hiermit zusammenhängen. — Die auf der wellenmechanischen Störungstheorie fussende Begründung der HEITLER'schen Integralgleichung (vgl. Fussnote ²⁾) ist auf den Fall mehrerer Streuer nicht anwendbar, da in den Zwischenzuständen nicht zwischen auslaufenden und einlaufenden Wellen unterschieden wird.

⁴⁾ Dass \underline{S} unitär ist, d. h. $\underline{R} + \underline{R}^* + \underline{R}^* \underline{R} = 0$, folgt aus (7a) unmittelbar auf Grund der Beziehung

$$\underline{K} \bar{\underline{K}}^* = \overset{+}{\underline{K}} \underline{K} = (2 \underline{K} - \bar{\underline{K}}) \underline{K}$$

(vgl. (8) und (10)).

⁵⁾ W. HEISENBERG, *Zeitschr. f. Naturforschung* **1**, S. 608, 1946, Abschnitt Id.

⁶⁾ Vgl. W. HEITLER und N. HU, *Proc. Irish Roy. Acad.* **51**, S. 123, 1947.

⁷⁾ Vgl. V. WEISSKOPF, *Ann. d. Phys.* **9**, S. 23, 1931.

⁸⁾ C. MØLLER, *Kgl. Danske Vid. Selskab, Mat.-fys. Medd.* **22**, Nr. 19, 1946.

⁹⁾ V. WEISSKOPF und E. WIGNER, *Zeitschr. f. Phys.* **63**, S. 54, 1930.

¹⁰⁾ Vgl. H. A. BETHE, *Phys. Rev.* **72**, S. 339, 1947.

Eintrittsresonanzen schneller Neutronen an N^{14} und S^{32}

von A. Stebler und P. Huber, Basel.

(6. I. 1948.)

Zusammenfassung. Bei Bestrahlung von N^{14} und S^{32} mit einem kontinuierlichen Neutronenspektrum werden bei folgenden Neutronenenergien Eintrittsresonanzen festgestellt: An N^{14} bei 0,48; 0,64; 1,41; 1,77 und 2,20 MeV; an S^{32} bei 2,12 und 2,29 MeV. Die Energietönungen der Reaktionen $N^{14}(n, p)C^{14}$, $N^{14}(n, \alpha)B^{11}$ und $S^{32}(n, \alpha)Si^{29}$ wurden neu bestimmt und mit früheren Angaben verglichen. Die mittlere Ionisierungsarbeit in SO_2 für α -Teilchen von U^{238} wird zu 31,8 eV gemessen.

1. Einleitung.

Ein Beitrag zur Kenntnis der Struktur der Atomkerne bildet die experimentelle Bestimmung von Kernniveaus. Ihre Kenntnis hat neben der praktischen Bedeutung für Kernreaktionen Interesse für eine Theorie der Kerne. Eine Methode zur Bestimmung von Kernniveaus besteht in der Messung des Wirkungsquerschnittes σ von Reaktionen in Abhängigkeit von der Energie der einfallenden Teilchen. Vermag das primäre Teilchen der Energie ε gerade ein Niveau des Zwischenkernes zu bilden, so wird die Einfangwahrscheinlichkeit grösser sein als für die Nachbarenergien $\varepsilon \pm \Delta\varepsilon$, und der Wirkungsquerschnitt der Reaktion besitzt eine Resonanzstelle. Es ist sinnvoll, bei dieser Vorstellung von einer Eintrittsresonanz des Teilchens zu sprechen. Aus den Resonanzstellen im Energiediagramm lassen sich die Niveaus des gebildeten Zwischenkernes berechnen, sofern für die Resonanzlage die Natur der Reaktion bekannt ist und die Übergänge in den Grundzustand des Endkerns erfolgen.

Die vorliegende Methode, die erstmals WILHELMY¹⁾ und später andere Autoren²⁾ benützten, verwendeten wir in dieser Arbeit, um die Niveaus der Kerne N^{15} und S^{33} zu bestimmen. Die Reaktionen werden durch Neutronen erzeugt. Eine gute Bestimmung der Resonanzstellen von σ wäre bei Benützung einer monochromatischen Neutronenquelle möglich, deren Energie stetig ver-

¹⁾ E. WILHELMY, Zs. f. Phys. **107**, 769 (1937).

²⁾ H. ZAGOR und F. VALENTE, Phys. Rev. **67**, 133, (1945). In dieser Arbeit findet sich eine Zusammenstellung früherer Messungen.

schiebbar ist. Eine solche Anordnung verwendeten BARSCHALL und BATTAT¹⁾. Da uns kein solcher Neutronengenerator zur Verfügung stand, arbeiteten wir mit einer Quelle kontinuierlich verteilter Energie. Neutronen einheitlicher Energie wurden mit der *d-d*-Reaktion hergestellt und in einem geeigneten Graphitmoderator gegen kleinere Energien hin verwaschen. In einer Ionisationskammer wurden mit diesem Kontinuum Reaktionen an N^{14} oder S^{32} ausgelöst und die Energieverteilung der Reaktionsprodukte gemessen. Um einen Vergleich aus der Spektroskopie zu gebrauchen, misst diese Methode die Emissionslinien (α , p) bei Anregung durch ein kontinuierliches Spektrum (n).

2. Die Neutronenquelle.

2.1. Der Neutronengenerator.

Als Neutronenquelle benutzen wir die Kernumwandlung $D^2 + D^2 = He^3 + n^1$.

Die D^2 -Ionen entstehen in einer Gasentladung²⁾ von 60 kV Betriebsspannung und werden in einer einstufigen Beschleunigungsstrecke bis zu max. 200 kV nachbeschleunigt. Als Spannungsquelle dient ein Kaskadengenerator³⁾.

Zur Trennung der Molekül- und Atomionen wird der Kanalstrahl magnetisch um 45° abgelenkt. Der reine Atomionenstrahl trifft eine Target aus schwerem Eis. Der Targetträger dient zugleich als Faradaykäfig in dem der Ionenstrom dauernd gemessen wird. Damit die in der Target ausgelösten Elektronen die Strommessung nicht fälschen, werden sie durch ein Gegenfeld am Verlassen des Faradaykäfigs verhindert. Dieses Gegenfeld wird durch eine besondere auf — 300 V aufgeladene Elektrode erzeugt, die infolge der Targetblende vom Ionenstrahl nicht direkt getroffen werden kann.

Die vom Kanalstrahl nach Durchgang der Kathodenblende ausgelösten Sekundärelektronen werden durch Permanentmagnete am Eintritt in das Beschleunigungsfeld verhindert. Damit konnten wir die zusätzliche Belastung des Hochspannungsgenerators durch Elektronenstrom stark herabsetzen und die entstehende schädliche Röntgenstrahlung wesentlich reduzieren. Zudem wird eine zerstörende Wirkung auf den Kanal durch die im Beschleunigungsfeld fokussierten Sekundärelektronen vermieden.

¹⁾ H. BARSCHALL und M. BATTAT, Phys. Rev. **70**, 245 (1946).

²⁾ P. HUBER und F. METZGER, H.P.A. **19**, 200 (1946).

³⁾ Der Kaskadengenerator wurde von der Fa. Haefely & Cie., Basel gebaut. Wir möchten an dieser Stelle für das uns erwiesene Entgegenkommen danken.

Die Beschleunigungsspannung bestimmt man mit einem Potentiometer von $10^9 \Omega$ durch Messung der Spannung (stat. Voltmeter) an einem Teilwiderstand von $10^6 \Omega$. Die Gasentladungsspannung ermitteln wir aus der Strommessung bei $4 \cdot 10^8 \Omega$ vorgeschaltetem Widerstand. Diese Widerstandswerte wurden unbelastet statisch und vollbelastet ballistisch gemessen. Beide Methoden führten zu übereinstimmenden Messergebnissen. Die Genauigkeit der Spannungsmessung beträgt $\pm 5\%$.

Die Pumpanlage¹⁾ besteht aus zwei parallelgeschalteten zweistufigen Öldiffusionspumpen, die auf eine kleine ebenfalls zweistufige Öldiffusionspumpe als gemeinsame Vorpumpe arbeiten. Als Vorräum- und Vorpumpe benutzen wir eine zweistufige rotierende Pfeiffer'sche Pumpe. Der gesamte Apparat besitzt bei 10^{-4} mm Hg eine Pumpgeschwindigkeit von $140 \text{ l} \cdot \text{s}^{-1}$.

Mit der beschriebenen Anlage können magnetisch ausgeblendete D^+ -Ströme bis zu $400 \mu\text{A}$ hergestellt werden.

2.2. Das Neutronenspektrum.

Bei bestimmter Deuteronenenergie liefert die d - d -Reaktion Neutronen mit einheitlicher Energie²⁾. In diesem Abschnitt wird die Energieverteilung der Neutronen berechnet, die entsteht, wenn Deuteronen mit bekanntem Energiespektrum in einer dicken Target (z. B. schweres Eis) abgebremst werden. Das Energiespektrum der Deuteronen, welches in unserer Gasentladung bei gegebenen Betriebsbedingungen entsteht, konnten wir nicht einfach bestimmen. Dagegen ist es leicht ein Energiespektrum von Protonen unter gleichen Betriebsdaten festzustellen. Für die folgende Berechnung benutzten wir für Deuteronen als erste Näherung den gleichen Verlauf des Spektrums wie für Protonen.

Zur Bestimmung des Spektrums der Protonen wurde eine dicke Bor-Target mit leichtem Wasserstoff bestrahlt. Die Reaktion $B^{11}(p\gamma)C^{12}$ besitzt bei 162 kV eine scharfe Resonanzstelle³⁾. Mit festgehaltener Gasentladungsspannung haben wir die Intensität der Gammastrahlung in Abhängigkeit von der Beschleunigungsspannung gemessen. Die γ -Strahlung setzt ein, sobald die Beschleunigungsspannung den Wert $A_1 = 162 \text{ kV} - V_g$ (V_g = Gasentladungsspannung in kV) erreicht und wächst dann bis zur Spannung $A_2 = 162 \text{ kV}$. Von hier an bleibt die γ -Intensität konstant (Fig. 1a). Die

¹⁾ Der Firma B.B.C. danken wir für die Herstellung der Hochvakuumpumpen.

²⁾ E. HUDSPETH und H. DUNLAP, Phys. Rev. **57**, 971 (1940).

³⁾ J. HOLTSMARK, Zs. f. Ph. **118**, 48 (1941).

Differentiation der aufgenommenen Intensitätskurve liefert unmittelbar das Energiespektrum des Kanalstrahls. Es ergibt sich eine symmetrische Intensitätsverteilung der Protonen (Fig. 1 b) von einer, der Gasentladungsspannung entsprechenden Breite. Das bedeutet, dass in der Entladung die Protonen alle Energiewerte zwischen 0 und $e \cdot V_g$ annehmen können und dass im Mittel die Spannung $\frac{V_g}{2}$ durchlaufen wird. Da die an einem Deuteronenkanalstrahl durchgeführten kalorimetrischen Energiemessungen¹⁾ zu dem gleichen Ergebnis führten, darf auch für die aus der Gasentladung

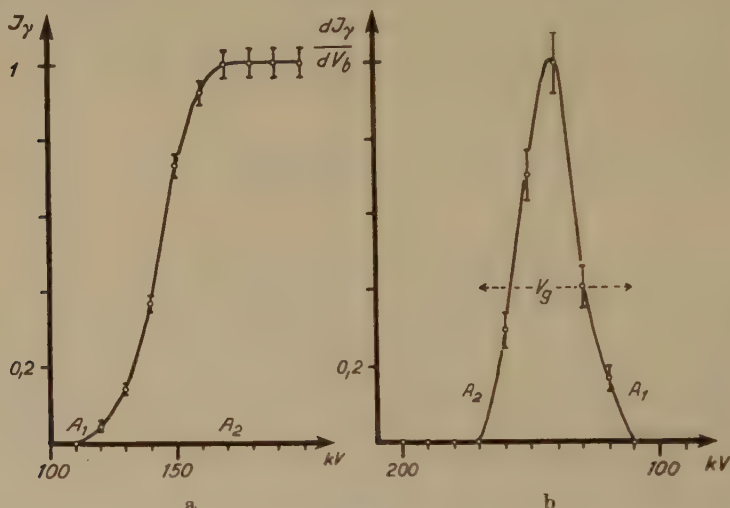


Fig. 1.

Spektrum des Protonenkanalstrahls bestimmt aus der Reaktion $B^{11}(p\gamma)C^{12}$.

kommenden Deuteronen eine zu $\frac{V_g}{2}$ symmetrische Intensitätsverteilung angenommen werden. Der Berechnung der Energieverteilung der Neutronen wurde deshalb für das Deuteronenspektrum eine Gauss'sche Verteilung um den Mittelwert der total durchlaufenen Spannung $V_m = V_b + \frac{V_g}{2}$ (V_b = Beschleunigungsspannung) zugrunde gelegt:

$$J(V)dV = K \cdot e^{-a \left(\frac{V_m - V}{V_g/2} \right)^2} \quad \text{für } V_b \leq V \leq V_b + V_g$$

$$J(V)dV = 0 \quad \text{für } V \leq V_b$$

K ist eine Normierungskonstante und a ist ein Mass für die Breite des Spektrums.

¹⁾ P. HUBER, H.P.A. 14, 175 (1941).

Die Deuteronen verlieren in der Target ihre kinetische Energie. Die Zahl der Deuteronen bleibt aber praktisch konstant bis zum Ende der Reichweite, da ja nur ein verschwindend kleiner Bruchteil mit dem schweren Wasserstoff der Target zur Reaktion kommt. Mit abnehmender Energie der Deuteronen nimmt der Wirkungsquerschnitt einer Kernreaktion ab. Nach GAMOW¹⁾ gilt für die Wahrscheinlichkeit der d - d -Reaktion in Abhängigkeit von der Deuteronenenergie

$$\varphi \sim e^{-\frac{1,4}{\sqrt{V}}}.$$

Dabei ist V die Deuteronenenergie in MeV. Diese Beziehung wurde durch die Messungen von ROBERTS²⁾ experimentell bestätigt. Damit lässt sich das Spektrum $F(V)$ der Neutronen als Funktion der Energie (V in MeV) der sie erzeugenden Deuteronen angeben.

$$F(V) dV = \left[K \cdot e^{-\frac{1,4}{\sqrt{V}}} \cdot \int_V^{V_b+V_g} e^{-a \left(\frac{V_m - V^*}{V_g/2} \right)^2} \cdot dV^* \right] dV \text{ für } V_b \leq V \leq V_b + V_g$$

$$F(V) dV = \left[K \cdot e^{-\frac{1,4}{\sqrt{V}}} \cdot \int_{V_b}^{V_b+V_g} e^{-a \left(\frac{V_m - V^*}{V_g/2} \right)^2} \cdot dV^* \right] dV \text{ für } V < V_b.$$

Die Umrechnung von $F(V)$ als Funktion der Energie E_n der Neutronen ergibt sich unter Benützung des Energie- und Impulsatzes³⁾, sowie der Energietönung Q der d - d -Reaktion⁴⁾. In Fig. 2 sind die Spektren graphisch dargestellt, und zwar sowohl $F(V)$ wie $F(E_n)$. E_n = Neutronenenergie.

Es wurden hierzu folgende Zahlenwerte verwendet:

$$V_b = 0,155 \text{ MeV}, V_g = 0,060 \text{ MeV}, Q = 3,31 \text{ MeV}, a = 4,6.$$

Für $a = 4,6$ liegt das Maximum der Dichtefunktion $F(V)$ bei 167 kV, für $a = 0,9$ bei 160 kV. Die Lage des Maximums wird durch die Breite des Deuteronenspektrums nicht wesentlich beeinflusst, sondern ist durch die Art des Anstieges der Integralfunktion

$$\int_V^{V_b+V_g} e^{-a \left(\frac{V_m - V^*}{V_g/2} \right)^2} \cdot dV^*$$

¹⁾ M. LIVINGSTONE und H. BETHE, Rev. of mod. Phys. **9**, 285 (1937).

²⁾ R. ROBERTS, Phys. Rev. **5**, 813 (1937).

³⁾ M. LIVINGSTONE und H. BETHE, Rev. of. mod. Phys. **9**, 277 (1937).

⁴⁾ T. BONNER und W. BRUBAKER, Phys. Rev. **59**, 237 (1941).

im Gebiete $V_b \leq V \leq V_b + \frac{V_g}{3}$ bestimmt. Aus dieser Berechnung ergibt sich daher für unseren Neutronengenerator ($V_b = 155$ kV, $V_g = 60$ kV) ein Spektrum mit der Maximalintensität bei der Energie von $3,02 \pm 0,03$ MeV. Der Fehler ist bedingt durch die Unbestimmtheit des Deuteronspektrums.

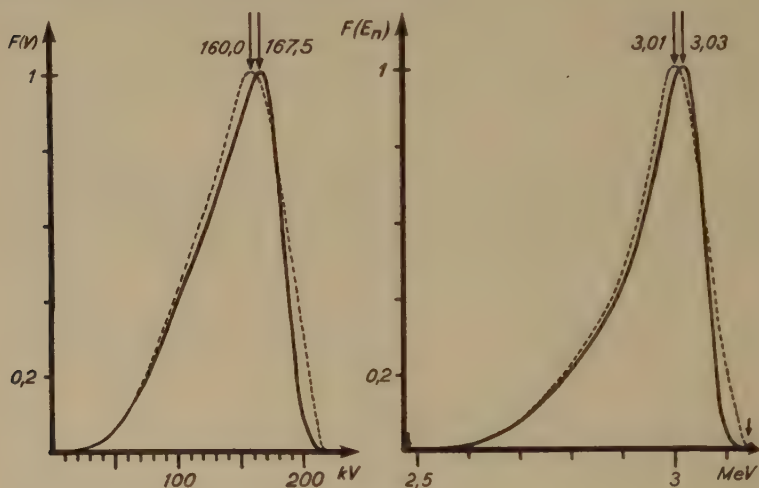


Fig. 2.

Energiespektrum der Neutronen.

----- $a = 0,9$ ——— $a = 4,6$.

2.3. Die Erzeugung eines kontinuierlichen Neutronenspektrums.

Zur eindeutigen Bestimmung von Resonanzen ist es zweckmässig, ein Neutronenspektrum zu benutzen, dessen Verteilungsfunktion im betrachteten Energiebereich ($a \leq E_n \leq 3$ MeV) keine Wendepunkte besitzt. Ein solches Spektrum erzeugen wir durch Bremsung der $d-d$ -Neutronen in einem geeigneten Streukörper. Im Mittel verliert ein Neutron durch einen elastischen Stoss die Energie

$$\overline{\Delta E} = \left(1 - \frac{M^2 + 1}{(M + 1)^2}\right) E_n.$$

Dabei bedeuten: E_n = Energie des Neutrons vor dem Stoss.

M = Atomgewicht des Streukörpers.

Der gesamte Energieverlust eines Neutrons hängt von der erlittenen Stosszahl ab. Die aus dem Streukörper austretenden Neutronen haben nur dann die von uns verlangte Energieverteilung, wenn der Verlauf des totalen Wirkungsquerschnittes der Streuatome im Intervall $a \leq E_n \leq 3$ MeV keine Wendepunkte zeigt. Die

Neutronenverteilung wird noch stark von der Geometrie des Streukörpers abhängen. Weiterhin nimmt \overline{AE} bei gegebener Anordnung mit wachsendem M ab. Da es in den vorliegenden Messungen möglich war, die Reaktion $N^{14}(np)C^{14}$ bis zu Neutronenenergien von 0,4 MeV nachzuweisen, wählten wir a zu 0,4 MeV¹⁾. Als Streusubstanz ist deshalb Kohlenstoff²⁾ geeignet. Auch die an den totalen Wirkungsquerschnitt gestellten Anforderungen treffen in diesem Falle zu³⁾.

3. Die Messanordnung.

Zum Nachweis der Kernreaktionen verwenden wir eine Ionisationskammer in deren Füllgas die Kernumwandlungen hervorgerufen werden. Die Ionisationskammerimpulse werden linear verstärkt und mit einem Impulsspektrographen registriert.

3.1. Ionisationskammer und Sättigungsverhältnisse.

Der Aufbau der Ionisationskammer und des zugehörigen Hochspannungsgerätes entspricht in den wesentlichen Teilen einer schon früher beschriebenen Anordnung⁴⁾. In der hier verwendeten Kammer ist die Hochspannungselektrode an einer mit der Kammerwandung starr verbundenen Platte aus Steatit befestigt. Das gleiche keramische Material wurde zur Halterung der Sammelelektrode verwendet⁵⁾. Die Anordnung ist so getroffen, dass die Eigenfrequenz der Elektroden oberhalb des in unserer Messapparatur verstärkten Frequenzbandes liegt. Dadurch wird die Kammer für Erschütterungen hinreichend unempfindlich.

Auf der Auffängerelektrode der Ionisationskammer werden die positiven Ladungsträger gesammelt. Diffusion und Rekombination entziehen der Messung einen gewissen Teil der Ionen. Das Verhältnis der gemessenen zur tatsächlich frei gewordenen Ladung sei mit

¹⁾ Die Stickstoffkerne erhalten von 3 MeV-Neutronen Rückstossenergien bis zu 0,75 MeV. Reaktionen sind in Gegenwart dieser Rückstöße nur dann einfach nachzuweisen, wenn sie grössere Energien besitzen. In unserem Falle beschränkten wir uns auf die Messung von Reaktionsenergien > 1 MeV. Dies gibt für den Prozess $N^{14}(np)C^{14}$ eine minimale Neutronenenergie von 0,4 MeV.

²⁾ Der Graphit (Kohlenstoffgehalt $> 99\%$) wurde von den CECE-Graphitwerken in Zürich zur Verfügung gestellt. Der Direktion danken wir hierfür bestens.

³⁾ C. BAILEY, Phys. Rev. **70**, 583 (1946).

⁴⁾ E. BALDINGER und P. HUBER, H.P.A. **12**, 330 (1939).

⁵⁾ Als Kitt haben wir das säurefeste Araldit verwendet. Dieses wurde uns von der CIBA Basel in verdankenswerter Weise zur Verfügung gestellt.

$J(E)$ bezeichnet. Nach der von G. JAFFÉ¹⁾ entwickelten Theorie der Kolonnenionisation gilt dann:

$$J(E) = \frac{1}{1 + \frac{\alpha N_0}{8 \pi D} \cdot f(x)} \quad \text{und} \quad x = \left(\frac{b_0 \cdot u \cdot E}{2 D} \right)^2.$$

Hierbei bedeuten:

α = Rekombinationskoeffizient.

D = Diffusionskoeffizient.

b_0 = Eine durch Kammergas und Kammergeometrie bestimmte Konstante, die sich umgekehrt proportional zum Kammerdruck ändert.

N_0 = Spezifische Ionisation der geladenen Teilchen.

u = Ionenbeweglichkeit.

E = elektrische Feldstärke.

Die Funktion $f(x)$ wurde von H. ZANSTRA²⁾ tabelliert. Mit wachsendem E strebt sie gegen Null. Sättigung kann nach dieser Beziehung erst bei sehr hohen Feldstärken erreicht werden. Mit Stickstoff lässt sich aber in der in dieser Arbeit verwendeten Kammer für $E = 10 \text{ kV cm}^{-1}$ und $p \leq 5 \text{ ata}$ der Wert $J(E) = 1$ bis auf einige Promille annähern.

Da die spezifische Ionisation N_0 der α -Teilchen in dem benutzten Energiebereich grösser ist als die der Protonen, wird bei sonst gleichen Bedingungen $J(E)_\alpha < J(E)_p$, d. h. für Protonen wird bei kleineren Feldstärken Sättigung erreicht als für α -Teilchen. Diesem Umstand muss bei allen Messungen, wo Sättigung für α -Teilchen nicht erhalten werden konnte, Rechnung getragen werden.

Die in dieser Arbeit experimentell ermittelten Sättigungskurven stimmen mit den nach JAFFÉ berechneten innerhalb der Messgenauigkeit ($\pm 4\%$) überein.

3.2. Verstärker und Eichgerät.

Die erste Stufe des Impuls-Verstärkers³⁾ ist unmittelbar auf die Ionisationskammer montiert. Zur Herabsetzung magnetischer Störungen, hervorgerufen durch elektrische Durchschläge am Neutronengenerator, besteht die Abschirmung aus Eisen von 5 mm Wandstärke. In der ersten Stufe wird eine als Triode geschaltete ausgesuchte Sylvania-Röhre, Typ 6 C 6 verwendet. Der Anodenruhestrom wird auf einen konstanten Wert stabilisiert, um die Schwankungen des Verstärkungsgrades zu verkleinern.

Der Verstärker dient dazu, die auf der Auffängerelektrode gesammelte Ladung derart zu verstärken, dass sie im Impulsspektro-

¹⁾ G. JAFFÉ, *Annalen d. Ph.* **42**, 303 (1913).

²⁾ H. ZANSTRA, *Physica* **2**, 818 (1935).

³⁾ E. BALDINGER, W. HÄLG, P. HUBER und A. STEBLER, *H.P.A.* **19**, 423 (1946).

graphen registriert werden kann. Die Beträge der Ladungen werden unabhängig von den Sammelzeiten der Ionen richtig gemessen, wenn die Frequenzcharakteristik des Verstärkers entsprechend eingestellt ist. Eine mögliche Einstellung ergibt sich, wenn die obere Grenzfrequenz ω_0 der Bedingung genügt

$$\omega_0 \ll \frac{1}{t_s}$$

t_s = grösste Laufzeit der Ionen.

Bei dieser Messmethode wird die Aufladung der Sammelelektrode ballistisch gemessen.

Die Ladungsempfindlichkeit des Verstärkers kann während der Messung kontrolliert werden. Dazu erzeugen wir mit einem Eichgerät am Widerstand R Spannungsstösse ΔV (Fig. 3).

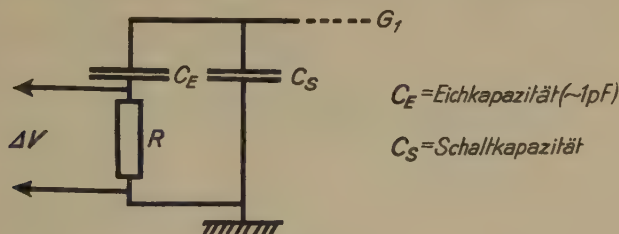


Fig. 3.

Eichanordnung¹⁾.

Entsprechend ΔV ändert sich das Potential des Gitters G_1 der ersten Verstärkerstufe um den Betrag $\Delta V_{G_1} = \Delta V \cdot \frac{C_E}{C_E + C_S}$. Wird in der Ionisationskammer die Ladung Q gesammelt, so entsteht am Gitter der Spannungssprung $\Delta V_{G_1}' = \frac{Q}{C_E + C_S}$. Zur Eichung wählen wir ΔV so, dass ΔV_{G_1} gleich $\Delta V_{G_1}'$ wird und somit bestimmt sich die Ladung Q zu $Q = \Delta V \cdot C_E$. Diese Methode der Eichung ist so lange richtig, als t_s und die Anstiegszeit der Spannungsstösse ΔV klein sind gegenüber der Zeitkonstante $(C_E + C_S) \cdot R_g$. (R_g = differentieller Widerstand der Gitterstromcharakteristik).

Zur Herstellung der Spannungsstösse wird ein zweistufiger Gleichstromverstärker benutzt, der von positiven Impulsen eines Glimmlampenkippgenerators (3 Hz) übersteuert wird. Im Ruhezustand sperrt die erste Stufe, die zweite leitet. Die Kippimpulse rufen im zweiten Anodenkreis trapezförmige Stromimpulse mit scharf defi-

¹⁾ Die Eichkapazität wurde mit einer Präzisionskapazität auf 6 $\%$ genau bestimmt.

nierter Anstiegszeit (t_A) und Amplitude (i_2) hervor. Ihre Abklingzeit ist etwa 10^{-1} s. Der Anodenwiderstand besteht aus genau bekannten Teilwiderständen R (total $200\ \Omega$). Die an R erzeugten Spannungsstöße ΔV werden zur Eichung verwendet. Der Ruhestrom (i_2) der zweiten Stufe kann auf 0,3 % genau gemessen werden. Je nach der Wahl von R und i_2 lässt sich ΔV im Verhältnis 1 : 4000

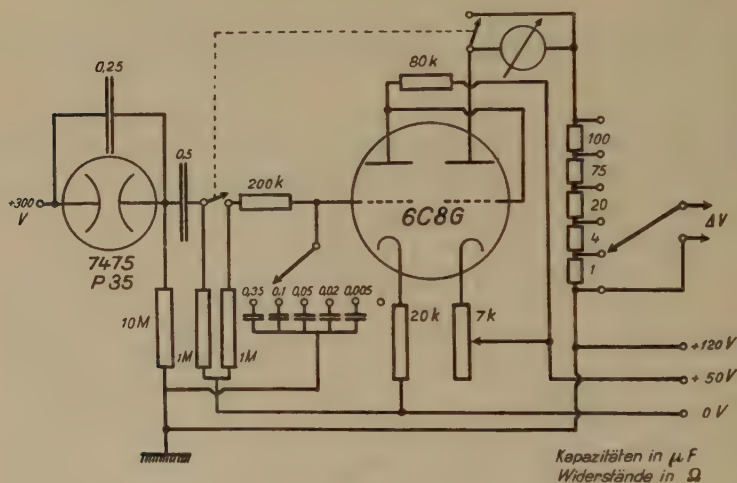


Fig. 4.

Schaltschema des Eichgeräts.

variieren. R - C -Glieder im Gitterkreis der ersten Gleichstromverstärkerstufe gestatten t_A zwischen $2 \cdot 10^{-5}$ s und $1 \cdot 10^{-2}$ s zu verändern. Wie die Sammelzeiten der Ionen, so muss auch t_A der Ungleichung $t_A \ll \frac{1}{\omega_0}$ genügen.

3.3. Der Impulsspektrograph.

Die Arbeitsweise des Impulsspektrographen und seine Verwendung bei der Untersuchung von Kernreaktionen hat MAEDER¹⁾ beschrieben. In dieser Arbeit wurden die Spektrogramme nach einer schon früher veröffentlichten Methode²⁾ ausgewertet.

¹⁾ D. MAEDER, H.P.A. **20**, 139 (1947).

²⁾ D. MAEDER, P. HUBER und A. STEBLER, H.P.A. **20**, 230 (1947).

4. Die Messungen an Stickstoff.¹⁾

Das Stickstoffisotop N^{14} wird mit schnellen Neutronen kontinuierlich verteilter Energie bestrahlt. Ausgehend von monochromatischen Neutronen erzeugen wir die Energieverteilung mit einem geeigneten Graphitmoderator (Abschnitt 2.3). Durch Absorption eines Neutrons in N^{14} entsteht ein angeregter Zwischenkern N^{15} der unter Emission eines α -Teilchens oder eines Protons in B^{11} beziehungsweise C^{14} zerfällt. Die kinetische Energie (E_z) der Reaktionsprodukte ist mit Hilfe einer Ionisationskammer messbar.

Bezeichnet man die Zahl der Neutronen mit J_n , die der Reaktionen mit J_z und betrachtet beide in Abhängigkeit von der Neutronenenergie E_n , so gilt die Beziehung

$$J_z(E_n) = K \cdot \sigma_z(E_n) \cdot J_n(E_n).$$

Hier bedeuten K eine durch die Messanordnung gegebene Konstante und σ_z den Wirkungsquerschnitt der Reaktion.

Entspricht die Anregungsenergie des eingefangenen Neutrons einem Niveau des Zwischenkerns, so wird für diese Neutronenenergie σ_z und demzufolge auch J_z ein Maximum haben. Der Verlauf von J_z orientiert uns daher über vorhandene Energieniveaus des Zwischenkerns. In der Ionisationskammer wird die Zahl der Reaktionen J_z in Abhängigkeit von der Reaktionsenergie E_z gemessen. Die Funktion $J_z(E_z)$ lässt sich mit Hilfe der Energietönung des Prozesses auf eine Funktion $J_z(E_n)$ in Abhängigkeit von der Neutronenenergie umrechnen, sofern nur Übergänge in den Grundzustand des Endkerns erfolgen.

In dieser Methode wird, um einen Vergleich aus der Spektroskopie zu brauchen, der Stickstoff mit einem kontinuierlichen Spektrum (n) angeregt und seine Emissionslinien (α, p) gemessen. Daraus schliesst man auf das Niveauschema des Zwischenkerns.

4.1. Messung der Energietönung der Reaktion $N^{14}(np)C^{14}$.

Die (np)-Reaktion an Stickstoff wird mit langsamen Neutronen in einer Ionisationskammer ausgelöst. Die Registrierung erfolgt mit dem Impulsspektrographen. Fig. 5a zeigt eine Aufnahme mit 1500 Kernumwandlungen, Fig. 5b die entzerrte lineare Auswertung.

Die Halbwertsbreite der symmetrischen Kurve beträgt ungefähr 40 kV und ist durch den Untergrund des Verstärkers und die Schwankungen der von den Reaktionsprodukten erzeugten Ionen-

¹⁾ Der für diese Messungen verwendete Stickstoff besitzt einen Reinheitsgrad von $> 99,5\%$.

zahl gegeben. Der Untergrund des Verstärkers bedingt eine Halbwertsbreite von 20 ± 8 kV. Die Energie des Maximums der Verteilungskurve entspricht daher der Reaktionsenergie. Insgesamt wurden 5600 Impulse ausgemessen. Das Maximum lässt sich aus fünf unabhängigen Aufnahmen mit einer Genauigkeit von 4% festlegen. Unter der Annahme eines mittleren Energieaufwandes von $36,3 \text{ eV}^1$ zur Bildung eines Ionenpaares, ergibt sich aus der gemessenen Ladung eine Reaktionsenergie von $0,63 \pm 0,01 \text{ MeV}^2$.

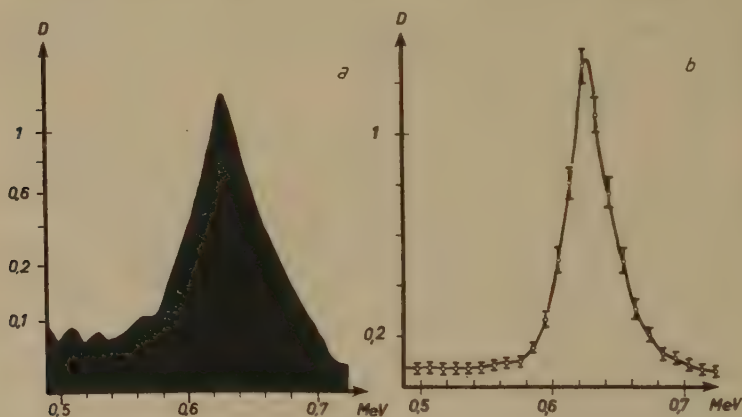


Fig. 5.

Verteilungskurve der $N^{14}(n,p)C^{14}$ -Reaktion mit langsamen Neutronen.

a) 2. Kopie des Spektrogrammes; b) lineare Entzerrung von a
(1500 Impulse $> 0,45 \text{ MeV}$; $p = 3 \text{ ata N}_2$; $E = 8 \text{ kV cm}^{-1}$.)

Eine Zusammenstellung bisheriger Messungen ergibt:

BARSHALL und BATTAT ³⁾	0,710	MeV
BONNER und BRUBAKER ³⁾	0,620	MeV
BOGGILD ⁴⁾	0,60	MeV
HUBER, HUBER und SCHERRER ⁵⁾	$0,57 \pm 0,04$	MeV
Aus den Massenwerten und der β -Energie von C^{14} ⁶⁾	0,60	MeV
Vorliegende Messung	$0,63 \pm 0,01$	MeV.

¹⁾ F. ALDER, P. HUBER und F. METZGER, H.P.A. **20**, 139 (1947).

²⁾ Hierbei wird angenommen, dass die Ionisierungsarbeit unabhängig von Teilchenart und -energie ist.

³⁾ H. BARSHALL und M. BATTAT, Phys. Rev. **70**, 245, (1947).

⁴⁾ J. BOGGILD, Dans. Vid. Sels. **23**, 23 (1945).

⁵⁾ O. HUBER, P. HUBER und P. SCHERRER, H.P.A. **13**, 209 (1940).

⁶⁾ P. LEVY, Phys. Rev. **72**, 248 (1947).

Die Messungen von HUBER, HUBER und SCHERRER sind auf eine Ionisierungsarbeit von 36,3 eV korrigiert. In ihrer Arbeit wurde bei der Berechnung der Eichkapazität das Randfeld vernachlässigt. Der dadurch entstehende Fehler bewirkt, dass die Ladungen und damit die Energien um mindestens 4% zu klein gemessen wurden.

4.2. Messung der Energietönung der Reaktion $N^{14} (n\alpha) B^{11}$.

Die Reaktion $N^{14} (n\alpha) B^{11}$ kann, der negativen Energietönung wegen, nur mit schnellen Neutronen durchgeführt werden. Zur Bestimmung der Energietönung $Q (n\alpha)$ benutzten wir zwei verschiedene Methoden:

a) Bei bekannter Neutronenenergie E_n lässt sich $Q (n\alpha)$ aus der Energie der Reaktionsprodukte berechnen:

$$Q (n\alpha) = E_\alpha - E_n$$

E_α = kinetische Energie des α -Teilchens und des B^{11} -Kerns.

b) Die (np) - und $(n\alpha)$ -Prozesse werden zusammen unter gleichen Bedingungen registriert. Es gilt dann $E_n = E_\alpha - Q(n\alpha) = E_p - Q(np)$ und somit

$$Q (n\alpha) = E_\alpha - E_p + Q (np)$$

E_p = kinetische Energie des Protons und des C^{14} -Kerns. $Q(np)$ = Energietönung der Reaktion $N^{14} (np) C^{14}$.

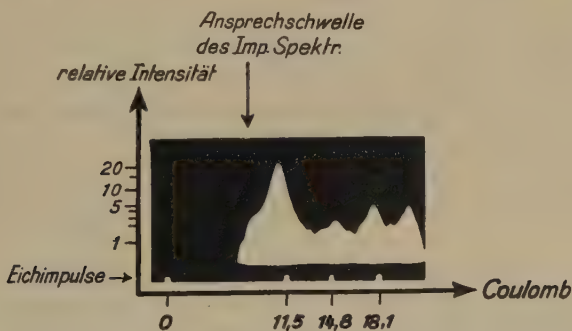


Fig. 6.

Spektrogramm der Stickstoffreaktionen und der Uran- α -Teilchen: 1. Kopie (5000 Impulse > 2,2 MeV; $p = 14,5$ ata N_2 ; $E = 11$ kV cm^{-1} .)

4.21. Bestimmung von $Q (n\alpha)$ nach der Methode b.

In der Ionisationskammer (Fülldruck 14,5 ata N_2) erzeugen Neutronen von 3 MeV die Reaktion. Gleichzeitig mit den $(n\alpha)$ - und (np) -Prozessen werden die α -Teilchen von U^{234} und U^{238} , die aus einer auf der Hochspannungselektrode der Kammer elektrolytisch

niedergeschlagenen UO_2 -Schicht ($5 \cdot 10^{-3}$ cm Luftäquivalent) austraten, gemessen. In zwei unabhängigen Messreihen registrierten wir insgesamt 45000 Teilchen. Fig. 6 zeigt die 1. Kopie einer Teilaufnahme (5000 Teilchen) und Fig. 7 eine linear aufgetragene Verteilungskurve mit 23000 Impulsen.

Wir bestimmten die bei dem hohen Kammerdruck entstehenden Sättigungsdefizite der α -Teilchen und Protonen und korrigierten die gemessenen Ladungen. Dazu wurden sowohl für die U^{238} - α -Teilchen wie auch für die durch thermische Neutronen ausgelösten Protonen der (n,p) -Reaktion Sättigungskurven aufgenommen. Das

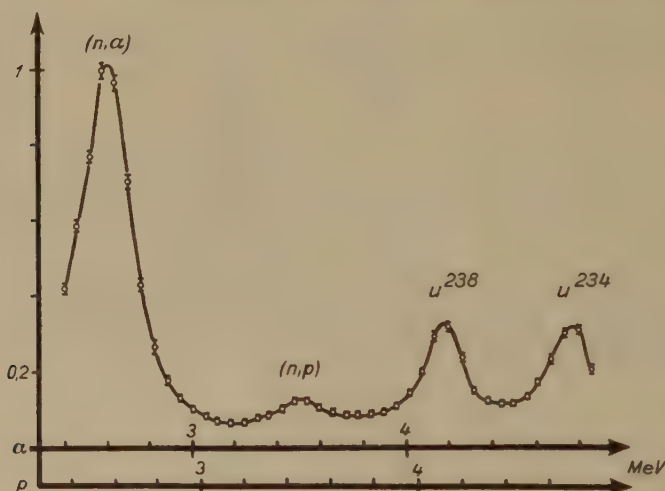


Fig. 7.

Verteilungskurve der Stickstoffreaktionen und der Uran- α -Teilchen
(23000 Impulse $> 2,2$ MeV; $p = 14,5$ ata N_2 ; $E = 11$ kV cm^{-1} .)

Defizit der U^{238} - α -Teilchen ergab sich zu 2% und das der 0,6 MeV-Protonen zu 0,6% (Feldstärke 11 kV cm^{-1} , Druck 14,5 ata). Die Sättigungsdefizite für die in der Reaktion gebildeten schnellen α -Teilchen und Protonen wurden in erster Näherung den obigen Werten gleichgesetzt.

Für die korrigierten Ladungen der Maxima der $(n\alpha)$ - und (np) -Reaktionen beziehungsweise der U^{238} - α -Teilchen ergaben sich die Werte:

$$A(\text{U}^{238}) = 18,23 \pm 0,05 \cdot 10^{-15} \text{ Coulomb}$$

$$A(n, p) = 15,11 \pm 0,12 \cdot 10^{-15} \text{ Coulomb}$$

$$A(n, \alpha) = 11,32 \pm 0,09 \cdot 10^{-15} \text{ Coulomb}$$

Die Energie der α -Teilchen des U^{238} wurde zu $4,18 \pm 0,03$ MeV angenommen¹⁾. $Q(n\alpha)$ bestimmt sich damit unter Verwendung von $Q(np)$ (Abschnitt 4.1) zu:

$$Q(n\alpha) = -0,24 \mp 0,08 \text{ MeV.}$$

Entsprechend ergibt sich die Energie des Maximums der $(n\alpha)$ -Reaktion:

$$E_\alpha = 2,60 \mp 0,04 \text{ MeV}$$

4.22. Bestimmung von $Q(n\alpha)$ nach der Methode a.

In den obigen Messungen wurde der Neutronengenerator mit $V_b = 155$ kV und $V_g = 60$ kV betrieben. Bei diesen Betriebsbedingungen liegt das Maximum der Verteilungskurve der Neutronen bei 3,02 MeV (Abschnitt 2.2). Dieser Energie der Neutronen ist das Maximum der $(n\alpha)$ -Prozesse in Fig. 7 zuzuordnen. Diese Zuordnung ist richtig, da der Untergrund der Messapparatur keine Verschiebung der Energie des Maximums bewirkt. Aus E_α und E_n ergibt sich für $Q(n\alpha)$ der Wert:

$$Q(n\alpha) = -0,42 \mp 0,13 \text{ MeV.}$$

Der angegebene Fehler ist durch die Unbestimmtheit der Neutronenenergie ($\mp 0,09$ MeV) und die Ungenauigkeit der Messung von E_α ($\mp 0,04$ MeV) bedingt. Der Fehler der Neutronenenergie stammt zu gleichen Teilen von der Unsicherheit der Form des Gasentladungsspektrums (Abschnitt 2.2), der Ungenauigkeit der Energietönung der d - d -Reaktion²⁾ und der Spannungsmessung am Neutronengenerator.

In der Folge benutzen wir den Wert von $Q(n\alpha) = -0,24$ MeV. Diese Wahl ist gerechtfertigt, da die Methode b mit Ausnahme der Uranenergie und der Energietönung $Q(np)$ nur auf genau ausführbaren Relativmessungen basiert. Zudem sind $E(U^{238})$ und $Q(np)$ präzise messbar. Die nach der Methode a bestimmte Energietönung ist jedoch mit den Absolutfehlern der vier zugrunde liegenden Grössen behaftet.

¹⁾ F. ALDER, P. HUBER und F. METZGER, H.P.A. **20**, 239, 1947.

²⁾ Es scheint uns möglich, dass der relativ grosse Unterschied der Ergebnisse der beiden Methoden durch einen zu grossen Q -Wert der d - d -Reaktion zustande kommt.

Die Zusammenstellung bisher gemessener Werte für $Q(n\alpha)$ ergibt:

Aus den Massenwerten ¹⁾	$Q(n\alpha) = -0,27 \pm 0,11$ MeV
BONNER und BRUBAKER ²⁾	$Q(n\alpha) = -0,3$ MeV
BALDINGER und HUBER ³⁾	$Q(n\alpha) = -0,43 \pm 0,1$ MeV
BARSCALL und BATTAT ⁴⁾	$Q(n\alpha) = -0,260$ MeV
Vorliegende Messungen	$Q(n\alpha) = -0,24 \pm 0,08$ MeV

4.3. Bestrahlung von N^{14} mit Neutronen kontinuierlicher Energieverteilung.

Der Streukörper zur Erzeugung eines kontinuierlichen Neutronenspektrums ist aus Graphitquadraten der Grösse $5 \times 10 \times 20$ cm aufgebaut und zeigt die in Fig. 8 dargestellte Form. Die vom Streukörper austretenden Neutronen erzeugen in der Ionisationskammer die Reaktionen.

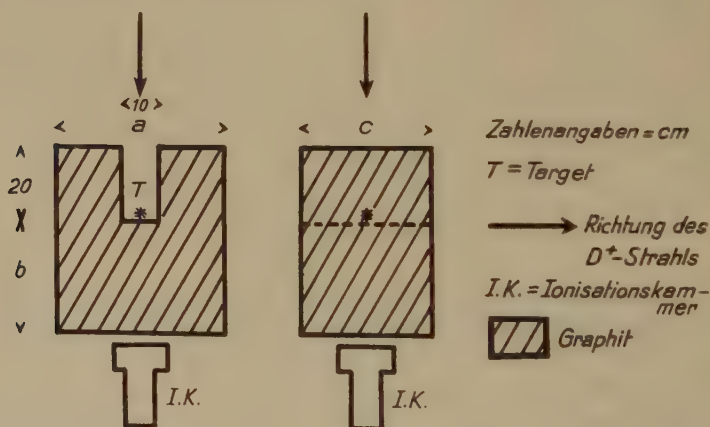


Fig. 8.

Anordnung des Graphitmoderators.

Fig. 9 zeigt die Auswertung eines Spektrogrammes mit 43 000 registrierten Kernreaktionen. Die Dimensionen des hierzu verwendeten Moderators betragen $a = 60$ cm, $b = 15$ cm, $c = 35$ cm.

Zum Vergleich diene die Impulsverteilung in Fig. 10, die unter den gleichen Versuchsbedingungen wie Fig. 9 aber ohne Graphit erhalten wurde.

¹⁾ J. MATTAUCH und S. FLÜGGE, Kernphys. Tabellen, Springer-Verlag, Berlin 1942.

²⁾ T. BONNER und W. BRUBAKER, Phys. Rev. **49**, 778 (1931).

³⁾ E. BALDINGER und P. HUBER, H.P.A. **12**, 330 (1939).

⁴⁾ H. BARSCALL und M. BATTAT, Phys. Rev. **70**, 245 (1946).

In beiden Spektrogrammen erscheint ein ausgeprägtes Maximum bei einer Energie von 2,60 MeV, welches der Häufigkeitsverteilung

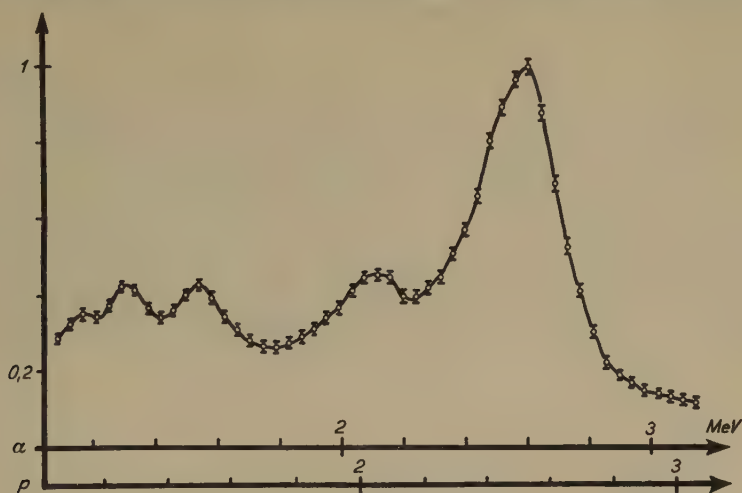


Fig. 9.

Stickstoffreaktionen mit kontinuierlichem Neutronenspektrum
(43000 Impulse > 1 MeV; $p = 12$ ata N_2 ; $E = 11$ kV cm^{-1} .)

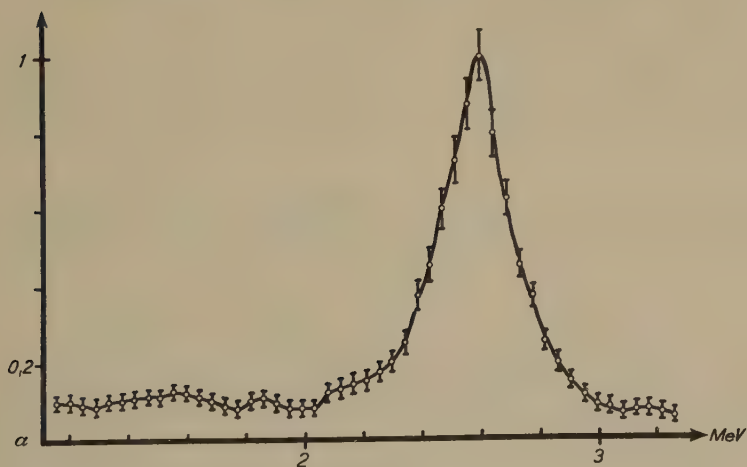


Fig. 10.

($n\alpha$)-Reaktion an Stickstoff mit monochromatischen Neutronen
(2100 Impulse > 2 MeV; $p = 16$ ata N_2 ; $E = 11$ kV cm^{-1} .)

der Neutronen unseres Generators entspricht. Die vier weiteren Maxima in Fig. 9 treten nur bei Messungen mit dem Streukörper

auf. In der Einleitung zu Abschnitt 4 wurde erläutert, dass sie sich den Anregungsniveaus des Zwischenkerns N^{15} zuordnen lassen. Gegen diese Deutung sind prinzipiell noch zwei Einwände möglich.

1. Die spezielle Wahl der Geometrie des Streukörpers und Verunreinigungen des Graphits könnten bewirken, dass das durch ihn erzeugte kontinuierliche Neutronenspektrum den in Abschnitt 2.3 gestellten Bedingungen nicht entspricht, sondern für Neutronenenergien $0,4 \leq E_n \leq 3$ MeV ausgeprägte Maxima besitzt.

2. Die Endkerne B^{11} und C^{14} der $(n\alpha)$ - und (np) -Reaktionen besitzen noch angeregte Niveaus, so dass vom Zwischenkern aus sowohl Übergänge in die Grundzustände, wie auch in angeregte Zustände möglich sind. Die Übergangswahrscheinlichkeiten können dabei mit der Neutronenenergie variieren.

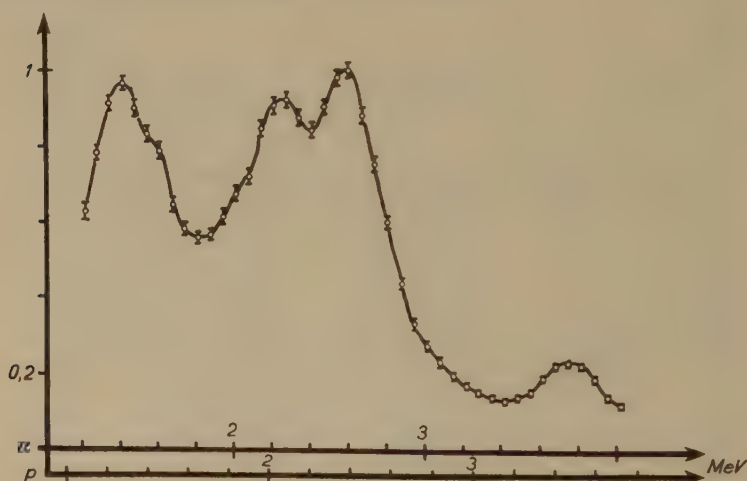


Fig. 11.

Stickstoffreaktionen mit kontinuierlichem Neutronenspektrum
(40000 Impulse $> 1,5$ MeV; $p = 16$ ata N_2 ; $E = 11$ kV cm^{-1} .)

Dass der erste Einwand nichtig ist, wurde experimentell nachgewiesen. Zu diesem Zwecke bestrahlte man unter sonst gleichen Bedingungen wie bei Stickstoff gasförmiges SO_2 und untersuchte die Reaktion $S^{32}(n\alpha)Si^{29}$. Die zu Stickstoff entsprechende Impulsverteilung¹⁾ (Fig. 16) zeigt neben dem Hauptmaximum noch zwei weitere. Rechnet man nun für Stickstoff und für Schwefel die den Maxima entsprechenden Neutronenenergien aus, so ist keine Übereinstimmung festzustellen.

¹⁾ Die Messungen mit SO_2 sind in Abschnitt 5 beschrieben.

Das auch die Geometrie einer symmetrischen Graphitanordnung keinen Einfluss auf die Lage der in Stickstoff festgestellten Maxima hat, konnte experimentell nachgewiesen werden. Die Änderung der Graphitanordnung verschiebt nur die relativen Intensitäten der Maxima (Fig. 11).

Der zweite Einwand lässt sich durch die folgende Überlegung entkräften: Aus den Messungen ohne Graphit (Fig. 7 und Fig. 10) geht hervor, dass für Neutronenenergien von etwa 3 MeV nur Übergänge von N^{14} in den Grundzustand von B^{11} , resp. C^{14} erfolgen. Nun nimmt aber die Wahrscheinlichkeit für die Emission geladener Teilchen des Gamowfaktors wegen mit kleiner werdender Energie stark ab. Es ist deshalb für Neutronen niedriger Energie als 3 MeV noch unwahrscheinlicher, dass der Endkern der Reaktion angeregt zurückbleibt¹⁾. Er könnte aber noch Niveaus besitzen, die sich energetisch nur wenig vom Grundzustand unterscheiden, vom Zwischenkern aus aber nicht erreicht werden können, wenn man ihn mit 3 MeV-Neutronen erzeugt. Solche Übergänge müssten wegen Drehimpulsauswahlregeln verboten sein. Man kann sich nun fragen, ob von tieferen Niveaus des Zwischenkerns aus solche Übergänge stattfinden. Diese Möglichkeit ist aber auszuschliessen, da die Wellenlängen für 3 MeV-Neutronen bereits gross gegenüber dem Kernradius sind, so dass diese Neutronen dem Zwischenkern kein Impulsmoment übertragen können. Demzufolge unterscheiden sich alle hier anregbaren Niveaus in N^{15} in keiner Weise bezüglich des Drehimpulses und die Annahme ist berechtigt, dass die auftretenden Maxima durch Niveaus im Zwischenkern N^{15} hervorgerufen sind.

Um die den Niveaus zugehörenden Neutronenenergien ermitteln zu können, muss festgestellt werden, welchen Reaktionen die gemessenen Maxima zuzuordnen sind. Hierzu lassen sich zwei verschiedene Wege einschlagen:

a) Geladene Teilchen sind in einer Ionisationskammer stets einem „Randeffekt“ unterworfen, da das Zählvolumen nur eine endliche Ausdehnung besitzt. Dieser Effekt ist für α -Teilchen wesentlich kleiner als für Protonen gleicher Energie. Durch geeignete Druckvariation lässt sich deshalb zwischen α -Teilchen und Protonen unterscheiden, sofern ihre Energien nicht zu verschieden sind.

¹⁾ Bis jetzt sind folgende Anregungsniveaus bekannt: B^{11} : 1,92 MeV, 3,89 MeV C. SMITH und E. MURELL, Proc. Camb. Soc. **35**, 298 (1939); C^{14} : 5,24 MeV R. HUMPHREYS und W. WATSON, Phys. Rev. **60**, 542 (1941).

b) Setzt man bei festgehaltenem Fülldruck die Kammer Spannung herab, so werden die Sättigungsdefizite der α -Teilchen und Protonen vergrößert. Die Zunahme ist für α -Teilchen der höheren spezifischen Ionisation wegen stärker als für Protonen. Dieses verschiedene Verhalten gestattet ebenfalls die $(n\alpha)$ - bzw. die (np) -Reaktionen zu erkennen.

Die Methode *b* hat den Vorteil, dass die Zahl der registrierten Reaktionen bei konstanter Neutronenintensität fest bleibt, dagegen bringen die ungünstigeren Sättigungsverhältnisse eine Verwischung der Gruppen und somit eine Verschlechterung des Auflösungsvermögens mit sich. In diesen Messungen haben wir uns deshalb für die Methode *a* entschieden.

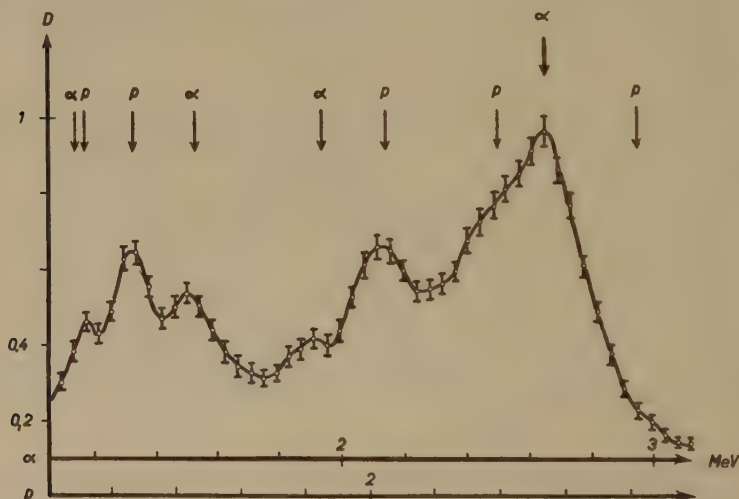


Fig. 12.

Stickstoffreaktionen mit kontinuierlichem Neutronenspektrum bei hohem Druck (18000 Impulse > 1 MeV; $p = 15$ ata N_2 ; $E = 11$ kV cm^{-1} .)

Fig. 12 zeigt eine bei 15 ata N_2 aufgenommene Impulsverteilung (Graphit: $a = 60$ cm, $b = 30$ cm, $c = 45$ cm). Die Zahl der registrierten Reaktionen beträgt 18000. Zur Erzielung eines günstigen Auflösungsvermögens wird die obere Grenze des Messbereiches auf 3,2 MeV festgesetzt. Ausser dem starken $(n\alpha)$ -Hauptmaximum sind fünf weitere erkennbar. Wie später gezeigt wird, ist die in Fig. 9 noch nicht festgestellte Gruppe einer $(n\alpha)$ -Reaktion zuzuordnen. Sie liegt in der unmittelbaren Nachbarschaft des ausgeprägten (np) -Maximums. Eine Trennung der Gruppen war in dieser Mess-

anordnung möglich, da 1. die Verwaschung der Maxima infolge von Impulsüberlagerungen geringer ist (es wurden pro Zeiteinheit 2,5mal weniger Reaktionen registriert als in der, der Fig. 9 zugrunde liegenden Messung) und 2. die bei dem hohen Kammerdruck merklich verschiedenen Sättigungsdefizite eine zusätzliche Energieverschiebung der α -Teilchen und Protonen verursachen. Unmittelbar ober- und unterhalb des Hauptmaximums lässt der Verlauf der Impulsverteilungskurve noch zwei weitere Gruppen vermuten. Diese können aber nicht aufgelöst werden, da sie in den Flanken des Hauptmaximums liegen. Die Möglichkeit, das durch den Neutronengenerator bedingte Hauptmaximum zu verschieben und damit die Gruppen zu trennen, war nur in beschränktem Umfange durchführbar. Die Variation der Beschleunigungsspannung zwischen 100

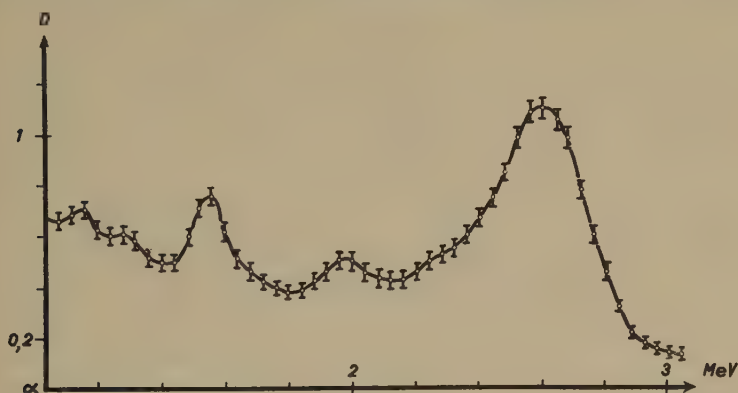


Fig. 13.

Stickstoffreaktionen mit kontinuierlichem Neutronenspektrum bei kleinem Druck
18000 Impulse > 1 MeV; $p = 2$ ata N_2 ; $E = 10$ kV cm^{-1} .)

und 180 kV gestattet eine Veränderung der Neutronenenergie von 2,9 nach 3,1 MeV. Ein Vergleich der Fig. 9 ($E_n = 3,0$ MeV) mit Fig. 12 ($E_n = 3,1$ MeV) zeigt eine zwar merkliche, aber zur Trennung ungenügende Verschiebung. Die Bestrahlung unter einem anderen Winkel als 0° zum Deuteronenstrahl verlagert wohl das Hauptmaximum bis 2,5 MeV (90°), verbreitert es aber gleichzeitig und bewirkt deshalb keine bessere Auflösung. In sämtlichen Messreihen (~ 150000 Reaktionen), die mit hohen Fülldrücken der Kammer (> 10 ata) durchgeführt wurden, zeigt die Impulsverteilungskurve das Vorhandensein dieser zwei Gruppen. Ihre Existenz darf daher als sicher betrachtet werden, jedoch lässt sich die Energie nicht genau festlegen.

Die Einordnung der sieben festgestellten Teilchengruppen in $(n\alpha)$ - und (np) -Prozesse ergibt sich durch Vergleich von Fig. 12 mit der Impulsverteilung bei einem Kammerdruck von 2 ata N_2 (Fig. 13). Der grosse Randeffekt für Protonen bewirkt, dass hier nur noch α -Teilchen und B^{11} resp. C^{14} -Kerne registriert werden.

Tabelle 1 zeigt eine Zusammenstellung der Teilchengruppen bezüglich ihrer Energiewerte, wie sie von anderen Autoren und in dieser Arbeit erhalten wurden.

Tabelle 1.
(Energiewerte in MeV)

Vorliegende Messungen		Barschall und Battat*) ¹⁾		Wilhelmy ²⁾	Zagor und Valente ³⁾	Maurer ⁴⁾	Hansen ³⁾
$(n\alpha)$	(np)	$(n\alpha)$	(np)	$(n\alpha)$	$(n\alpha)$	(αn)	$(n\alpha)$
1,14 \pm 0,04	1,11 \pm 0,04	1,21	1,18				
	1,27 \pm 0,03		1,33		1,33		1,31
1,54 \pm 0,04				1,42	1,64	1,40	1,75
1,97 \pm 0,06					1,94	2,00	1,94
	2,06 \pm 0,06		2,08	2,04	2,15		2,31
	2,40 \pm 0,1			2,59	2,64		2,58
	2,82 \pm 0,1				2,98	2,70	2,93
				3,21		3,25	3,18
						3,49	
						3,74	3,7
						3,86	3,82

*) Zur Umrechnung der gemessenen Neutronenenergien in die angeführten Werte wurde benützt: $Q(np) = 0,63$ MeV; $Q(n\alpha) = -0,24$ MeV.

Rechnet man mit Hilfe der Energietönung die Neutronenenergie zu jeder festgestellten (np) resp. $(n\alpha)$ -Gruppe aus, so ergibt sich das in Fig. 14 dargestellte Schema der Anregungsniveaus des Zwischenkerns. Die Energiewerte der Resonanzneutronen betragen in MeV:

¹⁾ H. BARSCHALL und M. BATTAT, Phys. Rev. **70**, 245 (1946).

²⁾ E. WILHELMY, Zs. f. Ph. **107**, 769 (1937).

³⁾ H. ZAGOR und F. VALENTE, Phys. Rev. **67**, 133 (1945).

⁴⁾ W. MAURER, Zs. f. Ph. **107**, 721 (1927).

$0,48 \pm 0,05$, $0,64 \pm 0,04$, $1,41 \pm 0,09$, $1,77 \pm 0,11$, $2,20 \pm 0,12$.
Daraus ergeben sich die Niveaus des Zwischenkerns N^{15} :

$$E_0 = E_n \cdot \frac{14}{15} + E_b$$

E_0 = Energie des Niveaus

E_b = Bindungsenergie des Neutrons in N^{15} .

Soweit die α -Teilchen noch gemessen werden konnten, lässt sich jedem Übergang nach C^{14} auch ein Übergang nach B^{11} zuordnen.

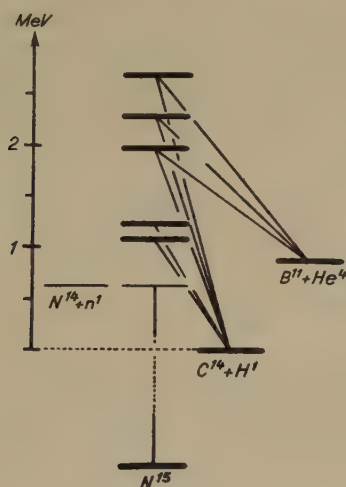


Fig. 14.

Niveauschema von N^{15} .

Diskussion.

Die in dieser Arbeit erhaltenen Energiewerte für die Teilchengruppen der $(n\alpha)$ - und (np) -Reaktion decken sich innerhalb der Messgenauigkeit mit den von BARSCHALL und BATTAT gefundenen. Ebenso ergeben sich keine Widersprüche beim Vergleich unserer Messresultate mit denjenigen von Maurer.

Dagegen bestehen zwischen unseren Ergebnissen und denjenigen von WILHELMY, ZAGOR und VALENTE und HANSEN Unterschiede. Diese Autoren bestrahlten N^{14} mit Neutronen einer kontinuierlichen Energieverteilung, deren Maximalenergie oberhalb 10 MeV ist. Es erscheint daher möglich, dass vom entstehenden hoch an-

geregten Zwischenkern N^{15} aus, nicht nur Übergänge in den Grundzustand von B^{11} , sondern auch in angeregte Zustände stattfinden¹⁾. Unter diesen Umständen kann die Zahl der Teilchengruppen, die einem bestimmten Niveau von N^{15} zugeordnet sind, grösser als eins werden.

ZAGOR und VALENTE verwendeten eine Messanordnung, die auch noch Protonen kleinerer Energie als 1,5 MeV zu registrieren gestattete. Es liegt deshalb nahe, die von ihnen bei 1,33 MeV festgestellte Teilchengruppe der (np) -, statt der $(n\alpha)$ -Reaktion zuzuschreiben. Dies würde auch mit dem von uns erhaltenen Resultate übereinstimmen.

THIBAUD und COMPARAT²⁾ haben mit der von WILHELMY angewendeten Methode ebenfalls Messungen an N^{14} durchgeführt. Die statistischen Fehler ihrer Messpunkte sind jedoch so gross, dass die Realität gewisser $(n\alpha)$ -Gruppen bezweifelt werden muss.

5. Die Messungen mit SO_2 .

Neutronen von 3 MeV Energie lösen an Schwefel die Reaktionen



aus³⁾. Zur Kammerfüllung benutzten wir SO_2 ⁴⁾, welches durch Einwirkung von H_2SO_4 auf Na_2SO_3 hergestellt und mit fraktionierter Destillation gereinigt wurde. Der Isolationswiderstand der Aufhängerelektrode der Ionisationskammer sinkt rasch mit steigendem SO_2 -Fülldruck.

Isolationswiderstand bei Stickstofffüllung: $10^{14}\Omega$
(Raumtemperatur 18°)

Isolationswiderstand bei 1,9 ata SO_2 : $10^{13}\Omega$

Isolationswiderstand bei 2,1 ata SO_2 : $10^{12}\Omega$

Eingangswiderstand der 1. Verstärkerstufe: $10^{10}\Omega$

¹⁾ Bis jetzt sind von B^{11} folgende Niveaus bekannt: 1,93 MeV und 3,89 MeV C. SMITH und E. MURELL Proc. Camb. Phil. Soc. **35**, 298 (1939).

²⁾ J. THIBAUD und P. COMPARAT, J. de Phys. et Rad. **10**, 161 (1939).

³⁾ P. HUBER, H.P.A. **14**, 163 (1941).

⁴⁾ Aus den Massenwerten nach J. MATTAUCH und S. FLÜGGE (Kernphys. Tab. Berlin, Springer-Verlag 1942) ergeben sich für die an Sauerstoff möglichen Reaktionen folgende Energietönungen: $O^{16}(n\alpha)C^{13}$ $Q = -2,30$ MeV und $O^{16}(np)N^{16}$ $Q = -5,24$ MeV. Mit Neutronen von 3 MeV kann nur die $(n\alpha)$ -Reaktion ausgelöst werden. In unserer Messanordnung werden α -Teilchen von 0,7 MeV nicht mehr registriert.

Damit der Isolationswiderstand gross bleibt gegenüber dem Eingangswiderstand der 1. Stufe, verwendeten wir nie grössere Kammerdrucke als 2,0 ata. Bei diesem Drucke wird der Randeffect der in der (np) -Reaktion entstehenden Protonen so gross, dass sie nicht mehr mit genügender Genauigkeit gemessen werden können.

5.1. Messung des mittleren Energieverlustes pro Ionenpaar in SO_2 und Bestimmung der Energietönung der Reaktion $S^{32}(n\alpha)Si^{29}$.

Zur Bestimmung der Ionisierungsarbeit in SO_2 wird die durch $U^{238}\alpha$ -Teilchen gebildete Ladung gemessen. Bei einem Kammerdruck von $1,0 \pm 0,1$ ata SO_2 und einer Feldstärke von $11,0 \pm 0,5$ kV cm^{-1} ergibt sich eine Ladung von $20,8 \pm 0,3 \cdot 10^{-15}$ Coulomb.

Der nach der Theorie von G. JAFFÉ¹⁾ aus den aufgenommenen Sättigungskurven berechnete Grenzwert für eine unendlich grosse Feldstärke beträgt $21,1 \pm 0,4 \cdot 10^{-15}$ Coulomb. Die Energie der α -Teilchen ist $4,18 \pm 0,03$ MeV. Somit beträgt die mittlere Energie zur Erzeugung eines Ionenpaares in SO_2

$$31,8 \pm 0,9 \text{ MeV.}$$

Der Q -Wert der Reaktion $S^{32}(n\alpha)Si^{29}$ wird bestimmt, indem man die Reaktionsenergie, erzeugt durch schnelle monochromatische Neutronen, mit der Energie von $U^{238}\alpha$ -Teilchen vergleicht. In unserer Messanordnung fiel das Maximum der Impulsverteilung der untersuchten Reaktion mit dem der gleichzeitig registrierten $U^{238}\alpha$ -Teilchen zusammen. Wird die Messung getrennt, aber unter gleichen Bedingungen durchgeführt²⁾, so stimmen innerhalb der erreichbaren Messgenauigkeit die den beiden Maxima zugeordneten Ladungen überein. Die Energie des Hauptmaximums der $(n\alpha)$ -Reaktion ergibt sich somit zu $4,18 \pm 0,06$ MeV. Die diesem Maximum entsprechende Neutronenenergie ist $3,02 \pm 0,09$ MeV³⁾ und die Energietönung beträgt daher

$$Q = 1,16 \pm 0,15 \text{ MeV}$$

in Übereinstimmung mit dem früher angegebenen Wert⁴⁾.

¹⁾ G. JAFFÉ, Annalen d. Ph. **42**, 303 (1913).

²⁾ Der Kammerdruck wurde mit 1% und die Feldstärke mit 2% Genauigkeit gleich eingestellt.

³⁾ Siehe Abschnitt 4.22.

⁴⁾ P. HUBER, H.P.A. **14**, 185 (1941).

Fig. 15 zeigt eine Impulsverteilung der Reaktion $S^{32}(n\alpha)Si^{29}$ mit 9000 im Energiebereich zwischen 2,8 und 4,8 MeV registrierten Prozessen (Druck: $1,94 \pm 0,02$ ata SO_2 . Feldstärke $11,0 \pm 0,5$ kV cm^{-1}).

Trotz der positiven Energietönung liess sich diese $(n\alpha)$ -Reaktion nicht mit thermischen Neutronen in messbarem Umfange hervor-

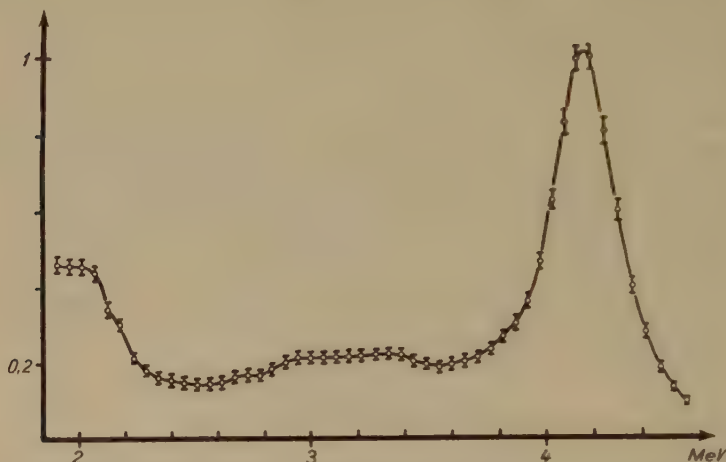


Fig. 15.

$(n\alpha)$ -Reaktion an S^{32} mit monochromatischen Neutronen
(9000 Impulse $> 2,8$ MeV; $p = 1,96$ ata SO_2 ; $E = 11$ kV cm^{-1} .)

rufen. Der Grund ist in dem schon beträchtlichen Gamowfaktor zu suchen, welcher den Austritt der α -Teilchen aus dem Zwischenkern bestimmt.

5.2. Die Bestrahlung von S^{32} mit Neutronen kontinuierlicher Energieverteilung.

Zur Erzeugung des kontinuierlichen Neutronenspektrums wird die gleiche Graphitanordnung wie in Fig. 8 verwendet. Fig. 16 zeigt eine mit diesem Neutronenspektrum erhaltene Impulsverteilung.

Neben dem auch ohne Graphit festgestellten Hauptmaximum bei 4,18 MeV (Fig. 15) treten noch zwei weitere Maxima auf, die in sieben unabhängigen Messreihen stets getrennt erscheinen. Im Energiebereich von 2,8 bis 4,8 MeV wurden total 9000 Reaktionen registriert. Die Energien der beiden Maxima ergeben sich zu $3,45 \pm 0,09$ MeV und $3,28 \pm 0,09$ MeV. Unter Verwendung der

Wärmetönung der Reaktion $S^{32} (n\alpha) Si^{29}$ findet man für die entsprechenden Neutronenenergien $2,29 \pm 0,24$ MeV und $2,12 \pm 0,24$ MeV. Die Differenz der beiden Grössen lässt sich aber mit höherer Genauigkeit zu $0,17 \pm 0,07$ MeV angeben. Bei Stickstoff liegen diesen beiden Werten die dort bestimmten Energien von $2,12 \pm 0,12$ MeV und $1,77 \pm 0,12$ MeV am nächsten¹⁾. Der Vergleich zeigt, dass die Maxima der Impulsverteilungen in Schwefel und in Stickstoff nicht durch das Neutronenspektrum bewirkt sind.

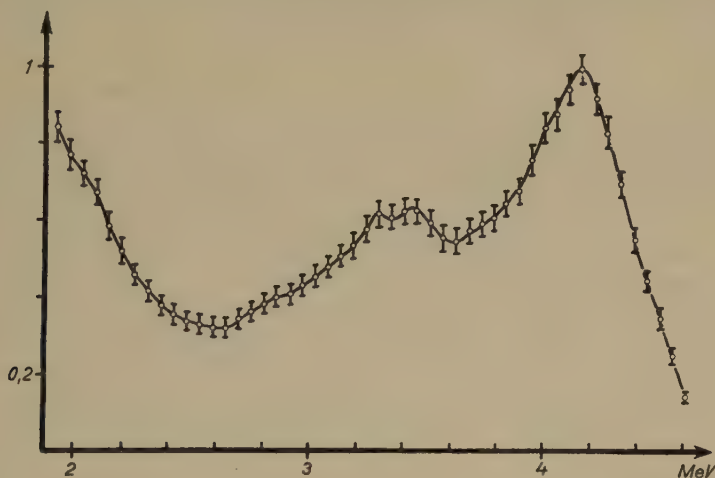


Fig. 16.

$(n\alpha)$ -Reaktionen an S^{32} mit kontinuierlichem Neutronenspektrum
(9000 Impulse $> 2,8$ MeV; $p = 1,96$ ata SO_2 ; $E = 11$ kV cm^{-1} .)

Als Ursache der beiden bei Schwefel festgestellten Gruppen kommen auch nicht Übergänge vom Zwischenkern S^{33} in angeregte Zustände von Si^{29} in Frage. Es sind die gleichen Gründe, die wir bereits in Abschnitt 4.3 angegeben haben, die eine solche Deutung ablehnen. Die beiden Maxima werden wiederum durch Resonanzniveaus im Zwischenkern S^{33} erzeugt.

WILHELMY²⁾ beobachtete bereits an S^{32} die $(n\alpha)$ -Reaktion mit einem kontinuierlichen Neutronenspektrum. Er fand Teilchengruppen bei 2,80 MeV und 4,15 MeV. Die entsprechenden Neutro-

¹⁾ Siehe Abschnitt 4.3. Auch dort lässt sich die Differenz der beiden Energien genauer angeben: $0,43 \pm 0,06$ MeV.

²⁾ E. WILHELMY, Zs. f. Ph. **107**, 769 (1937).

nenenergien betragen 1,64 MeV und 2,99 MeV. Die Energie von 2,99 MeV fällt mit der des Hauptmaximums unserer Neutronenverteilung zusammen. Die andere von WILHELMY festgestellte Gruppe entspricht wohl den zwei von uns gemessenen Resonanzmaxima.

Der Kommission des Bundes zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung, der Basler chemischen Industrie und der Firma Brown, Boveri & Co. danken wir für die grosse finanzielle Hilfe. Herr Dr. Baldinger hat uns durch Diskussionen und Mitarbeit wesentlich unterstützt.

Les formules de l'effet Doppler dans la théorie ellipsoïdale de la relativité restreinte (erreur des formules d'Einstein)

par J. Dreyfus-Graf (Genève).

(3. II. 1948.)

La *théorie ellipsoïdale des liaisons ondulatoires*, telle qu'elle a été publiée jusqu'à présent¹⁾, permettait de voir et de prévoir divers phénomènes de la diffraction dans le cas de liaisons *stationnaires*, c'est-à-dire dans le cas où toutes les distances caractérisant la liaison restaient invariables pendant la durée de l'observation.

Que va-t-il se passer si, au lieu d'être constante, la distance d [m] qui sépare l'émetteur 1 du récepteur 2 devient variable?

La théorie ellipsoïdale de la relativité *restreinte* se propose de traiter les liaisons *quasi-stationnaires*: c'est-à-dire d'étudier les phénomènes ondulatoires provoqués par des distances caractéristiques qui varient à une vitesse *constante* $v = \Delta d / \Delta t$ [m/sec], à l'exclusion de ceux qui seraient dus à des accélérations. Les formules ainsi obtenues seront comparées avec celles d'EINSTEIN, concernant l'effet DOPPLER.

1. *Les relais virtuels de la liaison stationnaire comme référentiel spatio-temporel.*

Selon le *principe de liaison* de la théorie ellipsoïdale, l'espace ou milieu de propagation, qui participe à la liaison par onde, est peuplé de *relais virtuels*, ceux-ci étant disposés de manière que le transport d'énergie entre l'émetteur 1 et le récepteur 2 s'effectue dans le *minimum de temps*. L'onde étant *sinusoïdale* (longueur d'onde stationnaire $\lambda = \lambda_1$ [m]) et à front *sphérique*, l'émetteur 1 et le récepteur 2 sont représentables par des *boules* de diamètre $\lambda_1/2$ [m]. Le milieu de propagation est supposé *isotrope* et *homogène*, la vitesse de phase y étant c [m/sec] dans toutes les directions. Ainsi chaque relais virtuel (qui peut être considéré comme récepteur et comme émetteur virtuels) est représentable par une *boule*, de diamètre $\lambda_1/2$ [m].

Si nous imaginons, dans la fig. 1a, que le centre du relais 3_0 coïncide avec celui de l'émetteur (réel) 1 et que le centre du relais 3_q coïncide avec celui du récepteur (réel) 2, la *phase* φ_0 , selon (4), du

plus bref chemin d'onde élémentaire peut être représentée par le *mécanisme figuratif* de la chaîne des relais virtuels $3_0, 3_1 \dots 3_{q-1}, 3_q$. Tout se passe comme si la chaîne constituait un mécanisme de transmission par boules de friction (ou par engrenages) dont la vitesse équatoriale serait $c \cdot \pi/2$ [m/sec]. Ainsi chaque relais virtuel est caractérisé non seulement par son diamètre $\lambda_1/2$ [m], mais encore par la *distance* (multiple de $\lambda_1/2$ [m]) de son centre à celui de l'émetteur ou du récepteur réel, et par sa *vitesse angulaire* $2\pi f_1 = \omega_1 = \frac{2\pi c}{\lambda_1}$ [1/sec]. Celle-ci correspond à un *chronomètre de phase* automatiquement synchronisé avec celui de l'émetteur 1. Tout autre chemin d'onde élémentaire (indirect) pourrait être figuré par une chaîne de boules tournantes analogue, bien que coudée. (La polarisation n'intervenant pas dans le présent exposé, il nous suffit de savoir que tous les axes de rotation sont parallèles entre eux). Ainsi, la liaison stationnaire fournit un *référentiel spatio-temporel*, qui permet de mesurer, par des expériences mentales, les transformations de phase qui doivent résulter de variations de distances.

2. *La liaison quasi-stationnaire, transformation de la phase du plus bref chemin d'onde élémentaire par une vitesse axiale (=longitudinale) v.*

D'après le *principe de liaison*, les positions relatives des relais virtuels sont déterminées aussi bien par celle de l'émetteur que par celle du récepteur. Par conséquent, nous envisageons successivement les deux éventualités suivantes :

a) *Récepteur 2 mobile par rapport aux relais virtuels stationnaires*: Selon la fig. 1a, la phase d'onde φ_0 , selon (4) progresse à la vitesse c [m/sec] en direction du récepteur 2, qui vient à la rencontre de cette phase à la vitesse v_2 [m/sec]. Les phases relatives et le mécanisme figuratif sont alors exprimés par les formules (6) à (11). (Emetteur et récepteur sont dessinés au-dessous de leurs relais de coïncidence pour illustrer le mécanisme).

b) *Emetteur 1 mobile par rapport aux relais virtuels stationnaires*: Selon la fig. 1b, l'émetteur 1 rattrappe partiellement, à la vitesse v_1 , la phase φ_0 , selon (4), qu'il émet en direction du récepteur 2. Il en résulte les formules (12) à (17).

On déduit, des deux éventualités a) et b), la transformation cherchée, en considérant que $v_2 = v_1 = v =$ vitesse relative.

c) *Mouvement relatif, chemin d'onde physique*: En éliminant, des formules (6) à (17), les symboles primés (qui correspondent à des auxiliaires mathématiques), on obtient pour la longueur d'onde quasi-stationnaire cherchée λ_2 [m], mesurable au récepteur 2, les deux expressions (23) et (24). Celles-ci donnent numériquement le même résultat, bien que l'une contienne une somme de vitesses, et

$$(3) a_{xt} = a_0 \cos \varphi_0; (4) \varphi_0 = 2\pi \frac{d - ct_1}{\lambda_2} = 2\pi \left(\frac{d_0 - ct_0}{\lambda_1} - \frac{ct}{\lambda_1} \right) = -\frac{2\pi ct}{\lambda_1} = -\omega_1 t = -2\pi \nu_1 t$$


Pour trouver la longueur d'onde λ_α [m], mesurable au récepteur 2, pendant un intervalle de temps $T_\alpha = \frac{\lambda_\alpha}{c}$, on décompose, selon la

fig. 1c, la vitesse v en deux composantes, l'une axiale (= longitudinale), $v_\alpha = v \cdot \cos \alpha$, l'autre normale (= transversale) $v \cdot \sin \alpha$. On constate qu'alors tout se passe comme si la composante axiale existait seule. En effet, la composante normale n'a d'autre effet que de tourner l'émetteur (isotrope) autour de son centre, ce qui équivaut à déplacer le récepteur sur une surface *équiphase*. On déduit donc les formules (31) à (33) en remplaçant v par $v \cdot \cos \alpha$ dans les formules (24) = (25), (26) et (22).

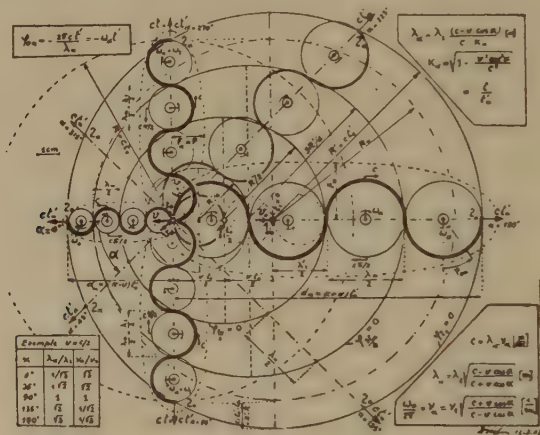


Fig. 2.

Liaisons modifiées aux vitesses relatives $v_\alpha = v \cdot \cos \alpha$ [m/sec]; effet DOPPLER. Images spatio-temporelles des phases $\varphi_{0\alpha}$ [m·m] des plus brefs chemins d'onde élémentaires.

La fig. 2 montre synoptiquement les transformations de phase mesurables depuis plusieurs récepteurs 2_α , disposés circulairement (à l'instant $t_1 = 0$) autour d'un émetteur qui se déplace vers le récepteur $2_{\alpha=0}$ à la vitesse constante v . On constate que la sphéricité des fronts d'onde reste conservée, mais qu'elle est affectée d'une excentricité croissante. Le temps de liaison t'_α , selon (33) est un auxiliaire mathématique.

4. Transformations de l'ellipsoïde de liaison et de l'amplitude reçue.

En relativité restreinte (qui ne tient pas compte des accélérations), l'ellipsoïde de liaison, de rayon r , selon (7) dans la théorie ellipsoïde I, se transforme comme son plus bref chemin d'onde élémentaire. Quant à l'amplitude reçue, selon (10), (13), (15), (74a) de la théorie ellipsoïdale I, elle reste invariable quels que soient la vitesse $v \leq c$ et l'angle α , car les dimensions du récepteur, tel que 2_α , et

des relais virtuels correspondants diminuent ou augmentent avec $\lambda_\alpha/2$. Ainsi toutes les formules ellipsoïdales de la diffraction restent valables en y remplaçant λ par le λ_α du plus bref chemin d'onde élémentaire non intercepté par un écran, selon (31).

5. Erreur des formules d'EINSTEIN concernant l'effet DOPPLER et l'aberration.

En comparant les formules ellipsoïdales (31) à (33) avec les formules correspondantes publiées dans la *théorie de la relativité restreinte* d'EINSTEIN²⁾, on obtient le tableau suivant :

Effet DOPPLER	Théorie d'EINSTEIN (onde plane)		Théorie ellipsoïdale (onde sphérique)		[]
longueur d'onde	(41)	$\lambda'_\alpha = \lambda_1 \cdot \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	(31)	$\lambda_\alpha = \lambda_1 \cdot \frac{1 - \frac{v}{c} \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \alpha}} = \lambda_1 \sqrt{\frac{c - v \cos \alpha}{c + v \cos \alpha}}$	m
fréquence	(42)	$\nu'_\alpha = \nu_1 \cdot \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$	(32)	$\nu_\alpha = \nu_1 \cdot \frac{1 + \frac{v}{c} \cos \alpha}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \alpha}} = \nu_1 \sqrt{\frac{c + v \cos \alpha}{c - v \cos \alpha}}$	$\frac{1}{\text{sec}}$
coefficient	(43)	$K'_\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1 - \beta^2}$	(33)	$K_\alpha = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \beta^2 \cos^2 \alpha}$	
vitesse de phase	(44)	$c' = \lambda'_\alpha \cdot \nu'_\alpha \neq c; (\alpha \neq 0^\circ, 180^\circ)$	(34)	$c = \lambda_\alpha \cdot \nu_\alpha = \lambda_1 \cdot \nu_1 \equiv c$	$\frac{\text{m}}{\text{sec}}$

B₂ 12.3.47-28.148

On constate que numériquement les formules d'EINSTEIN (41) à (43) diffèrent des formules ellipsoïdales (31) à (33), sauf pour $\alpha=0$ et $\alpha=180^\circ$. En multipliant (41) par (42), on trouve que la vitesse de phase *einsteinienne* $c' = \lambda'_\alpha \cdot \nu'_\alpha$ n'est pas la même dans toutes les directions α , et qu'elle diffère de la vitesse stationnaire c , sauf pour $\alpha=0^\circ$ et $\alpha=180^\circ$, ce qui est en *contradiction* avec les résultats de l'expérience de MICHELSON, base de ces formules elles-mêmes. Ainsi les formules d'EINSTEIN doivent contenir une erreur. Il paraît se confirmer, une fois de plus³⁾, que l'onde «plane» (des théories relativistes autant que classiques) n'est nullement identique à une onde *sphérique* dont l'émetteur se trouverait très éloigné. En effet, en multipliant les formules *ellipsoïdales* (31) par (32), on trouve que la vitesse c reste bien constante dans toutes les directions, en accord avec les résultats de l'expérience de MICHELSON. Et la fig. 2 montre *de visu* que la sphéricité de l'onde sphérique reste conservée: les cercles y restent des cercles, toujours représentables par la *géométrie euclidienne*, car le coefficient de dilatation (33) rétablit la *symétrie sphérique*, contrairement au coefficient (43) d'EINSTEIN.

D'autre part, les formules d'EINSTEIN de la relativité *restreinte* indiquent un certain angle d'*aberration*, qui ne figure pas dans les formules ellipsoïdales correspondantes. Or, partant de considéra-

tions tout différentes, d'autres physiciens, tels que GRIMSEHL-TOMASCHEK⁴⁾, ont démontré que le phénomène de l'aberration devait être exclu physiquement de la relativité *restreinte* (qui se limite à des mouvements *uniformes*), «car il appartient à la même classe de phénomènes que ceux qui caractérisent les mouvements *non uniformes*, tels que l'expérience du pendule de FOUCAULT».

Les contradictions des théories relativistes, autant que classiques, étant ainsi mises en évidence, il appartiendra à des expérimentateurs qualifiés de vérifier les formules développées dans le présent exposé. Comme aucune hypothèse n'a été faite sur le milieu de propagation, sauf qu'il est homogène et isotrope, ces formules peuvent s'appliquer aussi bien à des ondes *acoustiques* idéalisées dans l'air qu'aux ondes *électro-magnétiques* dans le vide. Ce qui devrait en faciliter la vérification.

Une fois que l'onde sphérique, selon les représentations de la théorie ellipsoïdale aura remplacé l'onde «plane», on peut espérer que la physique sortira de diverses impasses où elle paraît engagée actuellement.

BIBLIOGRAPHIE

¹⁾ J. DREYFUS-GRAF, Physique des liaisons I, *la théorie ellipsoïdale des liaisons ondulatoires*, diffraction par un mur, confrontation avec les théories de FRESNEL, KIRCHHOFF et SOMMERFELD, chez Rouge & Cie, Lausanne 1946.

²⁾ LORENTZ, EINSTEIN, MINKOWSKI, *Das Relativitätsprinzip*, Leipzig und Berlin 1913, p. 44.

³⁾ J. DREYFUS-GRAF, *Helv. Phys. Acta* XIX, 6—7 (1946), *de la théorie ellipsoïdale des liaisons ondulatoires* (erreurs des théories de FRESNEL, KIRCHHOFF, SOMMERFELD et MAXWELL).

⁴⁾ GRIMSEHL-TOMASCHEK, *Lehrbuch der Physik*, Bd. II, 2, Berlin 1938, p. 414.

Methode zur Diffusionsmessung zweier Flüssigkeiten vermitteltst Ultraschallwellen

von M. Kannuna.

(15. IV. 1948.)

Zusammenfassung. Es wird eine neue Methode zur Messung der Diffusionskoeffizienten von Flüssigkeiten beschrieben. Dieselbe beruht auf der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit als Funktion der Konzentration vermitteltst der Beugung des Lichtes an Ultraschallwellen. Die prinzipielle Eignung der Methode wird anhand einer ausgeführten Bestimmung der Diffusionskoeffizienten von Methylalkohol in Wasser als Funktion der Konzentration nachgewiesen.

Einleitung.

Zur Messung der Diffusionsvorgänge zweier ineinander diffundierenden Flüssigkeiten ist es notwendig, die Konzentration c als Funktion des Ortes und der Zeit zu bestimmen.

Hierfür sind bereits eine grosse Anzahl *mechanischer*¹²⁾, *chemischer*, *optischer*^{7) 10) 19) 17) 29) 24) 28)}, *elektrischer*¹⁴⁾, *radioaktiver* usw. Methoden*) ersonnen worden, von denen vor allem diejenigen von Bedeutung sind, die gestatten c kontinuierlich während des Vorganges der Diffusion zu verfolgen. Alle bisher verwendeten Methoden müssen, um anwendbar zu sein, jeweils bestimmte Voraussetzungen (verschiedene Farbe, verschiedene Brechungsexponenten usw. der ineinander diffundierenden Flüssigkeiten) erfüllen.

In der vorliegenden Arbeit wird nun eine prinzipiell neue Methode beschrieben, deren Anwendbarkeit nur durch wenige Bedingungen begrenzt ist.

Das Prinzip dieser Methode besteht kurz darin, die *Schall-Geschwindigkeit* in der Diffusionssäule als Funktion des Ortes und der Zeit zu messen. Ist der Zusammenhang zwischen Schallgeschwindigkeit v und Konzentration c für die zu untersuchenden Flüssigkeiten bekannt, so lässt sich auch c als Funktion des Ortes und der Zeit und damit die Diffusionskoeffizienten D bestimmen.

*) Ein ausführliches Verzeichnis der Literatur bis zum Jahre 1929 findet sich in: Handbuch der Phys. und Tech. Mechanik von F. AUERBACH und W. HORT, Bd. VII, 635, 1931.

Betr. Literatur seit 1929 siehe das Verzeichnis am Schluss dieser Arbeit.

Die Schallgeschwindigkeitsmessung erfolgte durch Ausmessung der beim Durchgang von Licht durch ein Ultraschallfeld entstehenden Beugungsbilder⁸⁾⁹⁾¹⁸⁾.

Diese Methode hat gegenüber den bisher bekannten in manchen Fällen gewisse Vorteile. Zu ihrer Anwendung ist es nur nötig, dass sich die beiden Flüssigkeiten in Bezug auf die Schallgeschwindigkeit unterscheiden; sie ist dagegen unabhängig z. B. von Unterschieden der Brechungsindizes, der Farbe usw.

Als Beispiel für die Anwendung dieser *Ultraschallmethode* wird in der vorliegenden Arbeit die Diffusion von Methylalkohol in Wasser untersucht.

Diese beiden Flüssigkeiten wurden gewählt, erstens weil bereits Messungen von A. GIACOMINI¹³⁾, über die Schallgeschwindigkeit als Funktion der Konzentration vorlagen, und zweitens weil von verschiedenen Autoren¹⁰⁾¹²⁾²⁹⁾ auch schon mit den gleichen Flüssigkeiten Diffusionsmessungen angestellt worden waren, so dass ein Vergleich mit unserer Methode möglich ist. Leider zeigte sich im Verlaufe der Arbeit, dass diese beiden Flüssigkeiten für einen ersten Versuch mit einer neuen Methode etwas unglücklich gewählt waren, weil bei ihrer Durchmischung eine starke Volumenkontraktion und daher grosse *Lösungswärme* auftritt⁵⁾. Diese Erscheinung bewirkt, dass das Diffusionsgesetz besonders kompliziert wird und dass weiterhin die Komplikation entsteht, dass sich die Lage der Trennungsschicht während der Versuchsdauer verschiebt.

Aus diesen Gründen liegt das Hauptinteresse der vorliegenden Arbeit weniger in den quantitativen Ergebnissen als in der Untersuchung über die prinzipielle Eignung der Methode zu Diffusionsmessungen.

Theorie der Methode.

Geht ein paralleles monochromatisches Lichtbündel durch ein Ultraschallfeld, das sich in einem durchsichtigen Körper befindet, hindurch, so gilt bekanntlich:

$$\sin \alpha_k = k \frac{\lambda}{\Lambda}, \quad (1)$$

wobei α den Beugungswinkel, λ die Lichtwellenlänge, Λ die Schallwellenlänge und k die Ordnungszahl des untersuchten Beugungsspektrums bedeutet.

Bildet man die Beugungserscheinung mit einer Linse (Brennweite f) auf einen Schirm ab, so wird bei kleinen Beugungswinkeln:

$$\sin \alpha_k = \frac{s_k}{2f},$$

wobei s_k = Abstand zwischen zwei korrespondierenden Beugungsspektren.

Ist die Schallfrequenz n bekannt, so wird die Schallgeschwindigkeit v nach Gl. (1):

$$v = \frac{k \cdot \lambda \cdot n \cdot 2f}{s_k}.$$

Also gilt für zwei verschiedene Flüssigkeiten bei gleichen Ordnungszahlen der Beugungsspektren:

$$\frac{v}{v'} = \frac{s'}{s}.$$

Diffundieren zwei Flüssigkeiten ineinander, so lässt sich vermittelt feiner Lichtbündel, welche in verschiedenen Höhen durch die Diffusionssäule hindurchgehen, die Schallgeschwindigkeit in den durchstrahlten Schichten bestimmen.

Da es viel einfacher und zuverlässiger ist, v nicht absolut sondern relativ zu einer Standardflüssigkeit, als solche wurde Wasser gewählt, zu messen, ergibt sich v der durchstrahlten Schicht als:

$$v = v_{\text{H}_2\text{O}} \frac{s_{\text{H}_2\text{O}}}{s} = v_{\text{H}_2\text{O}} \cdot d. \quad (2)$$

Ist nun $v = f(p)$ (p = Gewichtskonzentration) bekannt, so können die Werte von v nach Gl. (2) in Konzentrationen umgerechnet werden.

Nach A. FICK gilt für den Diffusionsvorgang:

$$\frac{\delta c}{\delta t} = D \frac{\delta^2 c}{\delta x^2}, \quad (3)$$

wobei t die Zeit, D den Diffusionskoeffizienten, x den Abstand von der ursprünglichen Trennungsschicht und c die *Volumenkonzentration* bedeutet.

Das FICK'sche Gesetz gilt jedoch nur für stark verdünnte Lösungen, d. h. solange z. B. die Kräfte der diffundierenden Teilchen aufeinander vernachlässigbar sind, und solange die innere Reibung des Lösungsmittels sich nicht mit der Konzentration der Lösung merkbar ändert.

Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, so werden die Diffusionskoeffizienten von der Konzentration abhängig sein, und es gilt dann das allgemeinere BOLTZMANN'sche Gesetz:

$$\frac{\delta c}{\delta t} = \text{div} (D \cdot \text{grad } c),$$

oder wenn wir wieder nur die Diffusion in der x -Richtung betrachten:

$$\frac{\delta c}{\delta t} = \frac{\delta}{\delta x} \left(D \frac{\delta c}{\delta x} \right). \quad (4)$$

Für eine unendlich hohe Diffusionssäule wäre diese Gleichung unter den folgenden Grenzbedingungen zu lösen:

$$\begin{aligned} &\text{für } t = 0 && \text{und } x > 0 && \text{ist } c = c_0 \\ &\text{für } t = 0 && \text{und } x < 0 && \text{ist } c = 0 \\ &\text{für } x = \pm \infty && \text{ist } \frac{\delta c}{\delta x} = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

wobei c_0 die Anfangskonzentration derjenigen Komponente ist, deren Diffusion gemessen werden soll, in unserem Fall Methylalkohol.

Macht man nach BOLTZMANN die Annahme, dass c nur eine Funktion der Variablen $y = \frac{x}{\sqrt{t}}$ ist, dann geht Gl. (4) über in:

$$-\frac{y}{2} \frac{dc}{dy} = \frac{d}{dy} \left(D \frac{dc}{dy} \right) \quad (6)$$

und die Grenzbedingungen (5) in:

$$\begin{aligned} &\text{für } y = +\infty \text{ ist } c = c_0 \text{ und } \frac{dc}{dy} = 0 \\ &\text{für } y = -\infty \text{ ist } c = 0 \text{ und } \frac{dc}{dy} = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Unter Berücksichtigung dieser Grenzbedingungen lautet die Lösung von (6):

$$D(c) = -\frac{1}{2} \frac{dy}{dc} \int_0^c y \cdot dc.$$

Die Annahme, dass c eine reine Funktion der Variablen y ist, muss natürlich von Fall zu Fall geprüft werden. In unseren Experimenten hat sich diese Annahme bestätigt, wie weiter unten noch belegt werden wird.

Versuchsanordnung.

Für die Untersuchung des Ultraschallfeldes wurde die Methode von R. BÄR und E. MEYER³⁾ mit einer kleinen Modifikation verwendet. Diese Methode hat den Vorteil, dass man mit ihr das ganze Schallfeld an beliebiger Stelle abtasten kann. Anstatt einer grossen Anzahl von Lochblenden wurden nur sechs rechteckige Spalte, die vertikal untereinander lagen, verwendet.

Die Einzelheiten der verwendeten Anordnung zeigt schematisch die Fig. 1.

Das Licht einer Quecksilberlampe Hg wird durch einen asphärischen Kondensor L_1 auf die Lochblende B_1 ($\varnothing = 1$ mm) gesammelt. Zwischen L_1 und B_1 befindet sich ein Zeissfilter F , das nur das blaue Licht der Wellenlänge 4356 A.E. durchlässt.

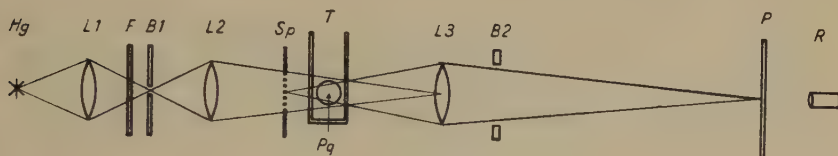


Fig. 1.

Das von der Blende B_1 ausgehende monochromatische Licht wird durch die Projektionslinse L_2 ($\varnothing = 3,9$ cm, $f = 15$ cm) schwach konvergent gemacht und fällt dann auf den die sechs Spalte enthaltenden Schirm Sp . Jeder dieser Spalte ist 0,1 mm breit und 0,2 mm hoch. Die Distanz zwischen je zwei Spalten beträgt ungefähr 3 mm.

Diese sechs Spalte*) werden durch eine gute Abbildungslinse L_3 ($\varnothing = 3,3$ cm, $f = 27$ cm) auf einen Schirm oder die photographische Platte P abgebildet. Die scharfe Einstellung wird mit der Lupe R kontrolliert.

Zwischen der Linse L_3 und der photographischen Platte P steht noch eine zweite Blende B_2 , die einen photographischen Compourverschluss enthält. Mit dem Auslöser des Verschlusses ist eine Vorrichtung verbunden, die während der Öffnung das Schallfeld einschaltet, resp. im Moment des Schliessens ausschaltet. Hiermit wird erreicht, dass die Wechsellspannung nur während der Expositionszeit (ca. 1 Sek.) an dem Piezoquarz anliegt, und daher sowohl eine schädliche Erwärmung als auch die durch den „Quarz-

*) Sie sind im folgenden derart numeriert, dass der der Trennungsschicht am nächsten liegende mit Nr. 1 bezeichnet wird.

wind“ veranlasste Störung in der schalldurchstrahlten Flüssigkeit möglichst vermieden wird.

Zwischen den Spalten Sp und der Linse L_3 befindet sich das Diffusionsgefäss T , ein Leyboldtrog (Dimension $3 \times 10 \times 10$ cm) mit gut planparallelen Glasplatten. Der Trog steht in einem Aluminiumblock von den Dimensionen $28 \times 15 \times 19$ cm. Der ausgesparte Hohlraum für den Trog hat die Dimension $12 \times 3,7 \times 11$ cm. Mit dem zugehörigen Deckel war das Gewicht dieses Aluminiumgehäuses etwa 17,5 kg, so dass es bei der grossen spezifischen Wärme des Aluminiums eine beträchtliche Wärmekapazität hatte, was für die Konstanthaltung der Temperatur der zu untersuchenden Flüssigkeiten günstig war. Das Al-Gehäuse war auf einem horizontierbaren, drehbaren Tisch aufmontiert. Die Feineinstellung der Drehung geschah vermittelt einer Schraube.

Der Ultraschall wurde durch eine runde Piezoquarz-Scheibe Pq ($\varnothing = 20$ mm) erzeugt, die für die Frequenz 7500 kHz geschliffen war. Der Piezoquarz trug als Elektroden zwei Staniolfolien, und war auf einer der schmalen Aussenseiten des Troges aufgeklebt. Der Abstand zwischen dem unteren Rand des Quarzes und dem Trogboden betrug 19,3 mm. Um dauernd eine gute elektrische Isolation des Piezoquarzes zu gewährleisten, war derselbe durch ein darüber gekittetes Cibanitgehäuse geschützt. Die Wechselspannung lieferte ein Sender der Firma Habicht, Schaffhausen, der mit einem Quarz von der Frequenz 7508,8 kHz gesteuert war. Die Anodenspannung des Senders wurde aus einem stabilisierten Netzanschlussgerät entnommen.

Da die Temperatur den Diffusionsvorgang sehr stark beeinflusst, war es notwendig, dieselbe möglichst konstant zu halten. Dieses geschah durch eine automatisch regulierte elektrische Heizung des ganzen Laboratoriums. Die Temperatur im Diffusionstrog variierte dabei, selbst über einen Zeitraum von 20 Tagen, höchstens um $\pm 0,2^\circ \text{C}$.

Die Übereinanderschichtung der beiden zu untersuchenden Flüssigkeiten (Wasser und Methylalkohol) geschah folgendermassen: In den Diffusionstrog wurde eine abgemessene Menge Methylalkohol eingefüllt. Dann liess man durch eine Spritz-Flasche mit einem angesetzten kapillaren Ausflussrohr das Wasser langsam unter den Alkohol einlaufen. Die Trennungsschicht der beiden Flüssigkeiten lag ca. 18 mm oberhalb des oberen Quarzrandes.

Die Ausführung der Versuche

geschah folgendermassen: Zunächst wurden im Diffusionstrog die beiden Flüssigkeiten übereinander geschichtet, dann der Trog in den Al-Block gebracht und gewartet, bis sich das Temperaturgleichgewicht (ca. $19,3^{\circ}\text{C}$) eingestellt hatte. Daraufhin wurde das Schallfeld eingeschaltet und gleichzeitig die photographische Platte belichtet (Belichtungszeit, wie oben erwähnt, bei allen Versuchen ca. 1 Sek.). Auf der gleichen photographischen Platte konnten bis zu dreizehn Aufnahmen gemacht werden. Als Beispiel sei das Ergebnis eines Diffusionsversuches in Fig. 2 reproduziert.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
6
5
4
3
2
1

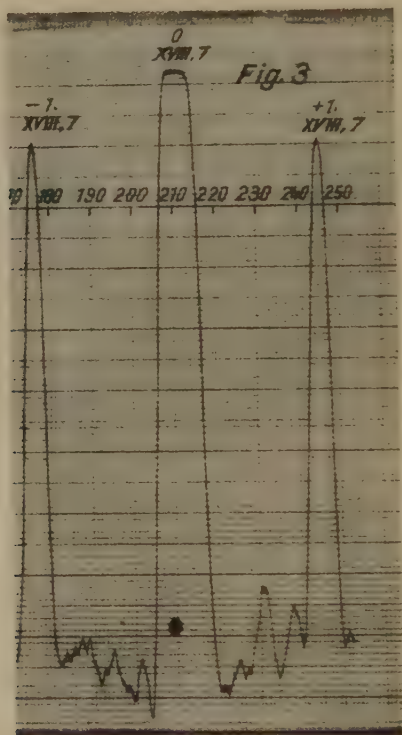
Fig. 2.

Die vertikalen, mit römischen Ziffern bezeichneten Reihen sind die gleichzeitig aufgenommenen Beugungsbilder der sechs Spalte (Nr. 1—6). Zwischen den Aufnahmen der Reihen IV—XIII liegen je genau 24 Stunden Zeitdifferenz. Die Aufnahmen I—III beziehen sich auf reines Wasser.

Um die Abstände der Beugungsspektren möglichst genau zu messen, wurden die Platten mit einem Moll'schen Mikrophotometer ausphotometriert. Fig. 3 zeigt als Beispiel das Photogramm eines einzelnen Beugungsbildes.

Die Schwankungen im unteren Teil der Kurven sind durch das Korn der Platte verursacht. Die Vergrößerung in der Abszissenrichtung war fünfzigfach.

Aus diesen Photogrammen wurden die Abstände s zweier korrespondierender Beugungsspektren folgendermassen entnommen: In dem Photogramm werden fünf willkürliche der Abszisse parallele Geraden gezogen, aus deren Schnittpunkten mit der Photometerkurve man den mittleren Abstand s der Schwerpunktslinien



der beiden Beugungsspektren bestimmt. Hierdurch erreichte man eine mittlere Genauigkeit von $\pm 4 \mu$ für eine Einzelmessung von s . Da die Grössenordnung der s etwa 1 mm betrug, so war die relative Genauigkeit ungefähr $\pm 0,4\%$.

Aufnahme der Eichkurve.

Auf die im vorigen Abschnitt beschriebene Weise wurde als erstes das Verhältnis d der Schallgeschwindigkeit im Wasser zu derjenigen verschiedener Konzentrationen p von Methylalkohol in Wasser, die „Eichkurve“ bestimmt, also $d = f(p)$.

Diese Kurve wurde auf zwei verschiedene Weisen aufgenommen, wobei sich beide Versuche nur durch die Herstellung der Lösungen unterschieden. Das eine Mal wurden sukzessive zu einer bestimmten Wassermenge im Diffusionstrog abgewogene Mengen Methylalkohol zugesetzt. Im anderen Fall wurde jede Konzentration separat hergestellt. Immer wurde natürlich gewartet, bis die Lösungswärme abgeführt war.

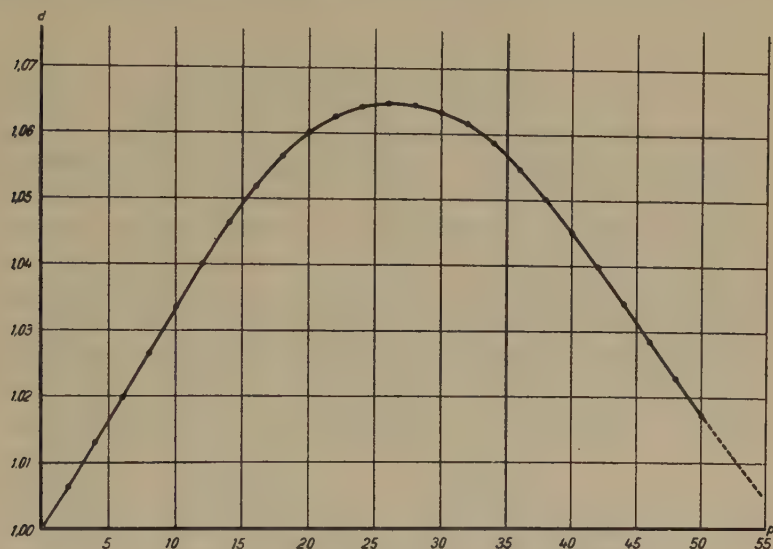


Fig. 4.

Die Temperatur bei allen diesen Messungen betrug $19,3^{\circ}\text{C}$.

Im Verlaufe dieser Versuche zeigte sich, dass die Abstände s für die verschiedenen Spalte, auch bei derselben Konzentration, nicht genau gleich waren. Diese kleinen Unterschiede dürften daher rühren, dass infolge der Chladnifiguren des Piezoquarzes sowie der Schallbeugung an seinem Rande⁴⁾ die Schallwellenflächen nicht streng eben waren. Es wurden daher für die Eichkurve die Mittelwerte aller sechs Spalte gebildet und, da die Ergebnisse beider Versuche innerhalb der Fehlergrenze übereinstimmten, das Mittel aus beiden Kurven als definitive „Eichkurve“ genommen; sie ist dargestellt in Fig. 4.

Ein Vergleich der so erhaltenen Kurve mit derjenigen von A. GIACOMINI¹³⁾ zeigt, dass beide innerhalb der Fehlergrenze übereinstimmen, wenn man berücksichtigt, dass sie erstens bei verschiedenen Temperaturen aufgenommen wurden, und dass zweitens zwischen dem von GIACOMINI und uns verwendeten Methyl-

alkohol*) ein Schallgeschwindigkeitsunterschied von 2 m/sec. bestand, wie eine freundlicherweise von Prof. GIACOMINI ausgeführte Vergleichsmessung ergab. Eine exakte Reduktion auf gleiche Temperatur konnte nicht ausgeführt werden, da die Temperaturkoeffizienten von Methylalkohol-Wasser-Gemischen uns nicht bekannt waren; es sind nur die von Äthylalkohol-Wasser-Gemischen¹³⁾ gemessen. Nach persönlicher Mitteilung von GIACOMINI sind aber die Verhältnisse in beiden Fällen sehr ähnlich.

Die Diffusionsversuche.

Selbstverständlich musste zuerst untersucht werden, ob nicht das Schallfeld während der angegebenen Bestrahlungsdauer und bei der verwendeten Schallintensität eine merkliche Durchmischung der diffundierenden Flüssigkeiten, d. h. eine Störung des Diffusionsvorganges, bewirkte.

Zu diesem Zweck wurden in der üblichen Weise die beiden Komponenten übereinandergeschichtet, und unmittelbar darauf das Schallfeld 21 mal je eine Sekunde lang in Abständen von 30 Sek. eingeschaltet, wobei sechs Aufnahmen und zwar während der

Tabelle 1.

3. Spalt		4. Spalt
Nr. der Aufnahme	$\frac{s}{2}$ in mm	$\frac{s}{2}$ in mm
1	0,2291	0,2292
2	2288	2290
3	2292	2289
4	2291	2295
5	2289	2289
6	2292	2290
	0,22905	0,22908
	$\pm 0,00007$	$\pm 0,00009$

1., 5., 9., 13., 17. und 21. Bestrahlung gemacht wurden. Da der obere Rand des Quarzes, wie erwähnt ca. 18 mm unterhalb der Trennungsschicht lag, entsprach dies praktisch einer Messung in reinem Wasser. Tabelle 1 zeigt das Ergebnis dieses Versuches für die beiden Spalte in der Mitte des Schallfeldes. Die erste Kolonne gibt die Nummer der Aufnahme, die zweite die Abstände $s/2$.

*) Das von uns verwendete „Methanol pur.“ stammte von SIEGFRIED, Zofingen.

Nach 4 Tagen, in denen die Diffusion bereits fortgeschritten war, wurde ein analoger Versuch mit 17-maliger Bestrahlung, d. h. mit fünf Aufnahmen ausgeführt. Das Ergebnis ist in Tabelle 2 dargestellt. Wie ersichtlich sind die Abstände $s/2$ sowohl in Tabelle 1 als auch in Tabelle 2 bei ein und demselben Spalt innerhalb der

Tabelle 2.

3. Spalt		4. Spalt
Nr. der Aufnahme	$\frac{s}{2}$ in mm	$\frac{s}{2}$ in mm
1	0,2211	0,2172
2	2204	2175
3	2204	2177
4	2205	2177
5	2203	2176
	0,22054	0,21754
	$\pm 0,00014$	$\pm 0,00009$

Fehlergrenze *konstant*, während sich bei den Messungen am dritten und vierten Spalt in Tabelle 2 infolge der stattgefundenen Diffusion eine deutliche Differenz zeigt.

Die Konstanz in Tabelle 1 ist selbstverständlich. Wenn durch das Schallfeld eine merkliche Durchmischung stattgefunden hätte, so müsste sich in den Werten der Tabelle 2 ein systematischer Gang zeigen, und daher der mittlere Fehler des Mittels grösser sein als in Tabelle 1. Das ist aber nicht der Fall, woraus zu schliessen ist, dass jedenfalls unter diesen Versuchsbedingungen *keine* zusätzliche Durchmischung festzustellen ist.

Nach diesen Vorversuchen wurden die eigentlichen Diffusionsmessungen ausgeführt. Auf derselben photographischen Platte wurden zuerst nochmals die Beugungsspektren in reinem Wasser aufgenommen, dann die Flüssigkeiten übereinandergeschichtet und 24 Stunden stehen gelassen. Nach dieser Zeit wurde die erste Aufnahme gemacht und nachfolgend 15 weitere in Abständen von je 24 Stunden, so dass sich dieser Versuch insgesamt über 16 Tage erstreckte.

Zum Vergleich wurde noch ein zweiter, völlig analoger Versuch ausgeführt, der sich aber über 20 Tage ausdehnte. Die mittlere Temperatur betrug beide Male während der Versuche $19,3^{\circ}\text{C}$ mit Schwankungen von maximal $\pm 0,2^{\circ}\text{C}$. Das zur Temperaturmessung verwendete Thermometer (geteilt in $0,02^{\circ}\text{C}$) besass ein

Hg-Gefäß von 4 cm Länge und stand so in dem Trog, dass seine Mitte und die Mitte des Piezoquarzes sich horizontal gegenüber standen. Die gemessenen Temperaturen stellen also nur grobe Mittelwerte über einen mit Ultraschall durchstrahlten Querschnitt dar. Für die ersten 36 Minuten während und nach der Übereinanderschichtung (Dauer der Schichtung etwa 15 Minuten) gibt

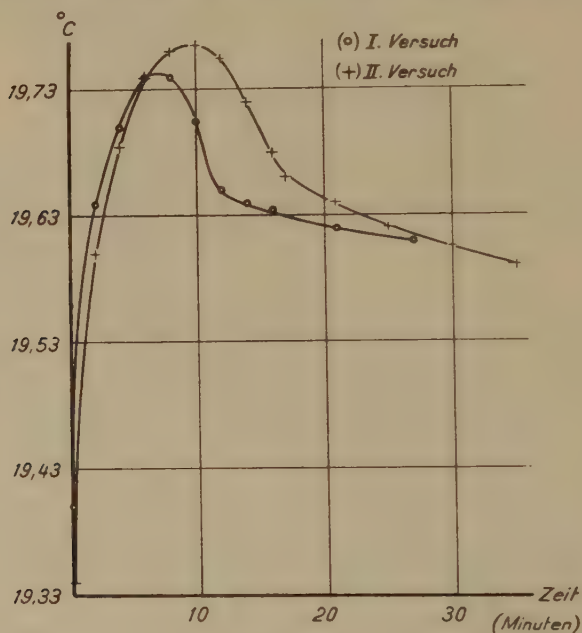


Fig. 5.

Fig. 5 die Änderung der Temperatur für beide Versuche an. Die Anfangstemperatur wurde wieder nach 6 Stunden resp. 8 Stunden erreicht.

Nach der Ausmessung der Platten wurden für jeden der sechs Spalte die d -Werte als Funktion der Zeit aufgetragen. Fig. 6 zeigt als Beispiel diese Kurve für den 4. Spalt.

Diese $d = f(t)$ -Kurven zeigten merkwürdigerweise, dass die Maximalwerte von d (d_{\max}) für die einzelnen Spalte nicht alle gleich hoch, sondern teilweise tiefer, teilweise höher lagen als der d_{\max} -Wert der Eichkurve. (Dieser d_{\max} -Wert der Eichkurve ist in der Fig. 6 ebenfalls angegeben.) Die Ursache für diese Streuung dürfte wohl auch der komplizierten Struktur des Schallfeldes in der Nähe des Quarzes (Chladni Figuren usw.) zuzuschreiben sein.

Der Eichkurve, als einem Mittelwert aus einer grossen Zahl von Messungen über alle Spalte, darf ein wesentlich grösseres Gewicht als den erwähnten $d = f(t)$ -Kurven für die einzelnen Spalte zugeschrieben werden. Daher wurden alle Kurven derart parallel der Ordinate verschoben, dass ihre Maxima mit dem Maximalwert der Eichkurve zusammenfielen.

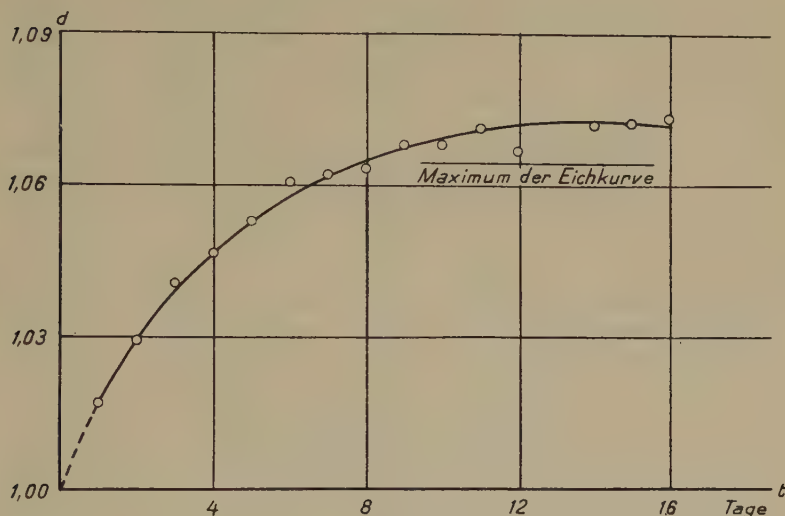


Fig. 6.

Dass dieses berechtigt ist, geht auch daraus hervor, dass der Mittelwert \bar{d}_{\max} über sämtliche ausgeführten Messungen an allen Spalten innerhalb der Messfehler mit dem d_{\max} der Eichkurve übereinstimmt. So war $\bar{d}_{\max} = 1,0656$ gegenüber dem Maximalwert der Eichkurve 1,0647.

In den Tabellen 3 und 4 sind die Resultate beider Diffusionsversuche nach Korrektur mit der beschriebenen Verschiebung zusammengestellt, und zwar d als Funktion der Zeit t (t in Tagen) für die verschiedenen Spalt-Nummern 1–6.

In den Tabellen 5 und 6 sind diese d -Werte vermittelt der Eichkurve (Fig. 4) in die entsprechenden p -Werte umgewandelt, so dass die Tabellen 5 und 6 die Gewichtskonzentration als Funktion der Zeit für die einzelnen Spalte, d. h. auch als Funktion des Ortes enthalten.

Tabelle 3. I. Diffusionsversuch.

t in Tagen	$d = f(t)$ für die Spalt-Nummern:					
	1	2	3	4	5	6
1	1,0227	1,0202	1,0097	1,0093	1,0092	1,0031
2	399	387	252	218	194	142
3	496	482	357	308	278	229
4	554	538	431	383	351	300
5	593	577	492	445	413	361
6	618	606	540	493	466	414
7	634	627	575	536	511	461
8	644	638	604	568	549	500
9	647	644	622	593	577	532
10	647	646	636	611	600	560
11	644	647	644	629	616	582
12	637	645	647	639	631	601
13	629	643	645	645	639	614
14	620	638	640	647	645	626
15	608	631	627	642	647	635
16	596	621	613	638	647	641

Tabelle 4. II. Diffusionsversuch.

t in Tagen	$d = f(t)$ für die Spalt-Nummern:					
	1	2	3	4	5	6
1	1,0163	1,0168	1,0137	1,0133	1,0094	1,0093
2	363	345	289	259	209	172
3	462	438	409	353	305	245
4	525	498	493	436	385	315
5	568	538	542	493	449	380
6	599	568	575	537	494	442
7	621	589	595	572	529	493
8	636	607	608	594	556	533
9	642	620	619	612	577	563
10	646	629	627	623	592	585
11	647	633	635	633	606	601
12	646	639	639	638	617	614
13	641	641	643	643	627	625
14	637	645	646	645	634	633
15	628	647	647	647	639	639
16	619	645	646	645	642	644
17	607	641	642	643	644	647
18	595	630	637	642	647	647
19	580	630	629	635	646	647
20	566	624	621	630	644	646

Tabelle 5. I. Diffusionsversuch.

t in Tagen	$p = f(t)$ für die Spalt-Nummern:					
	1 $x = 20,77$	2 23,57	3 26,43	5 29,30	5 32,25	6 35,12 mm
1	6,76	6,04	2,98	2,86	2,84	1,02
2	11,90	11,56	7,56	6,48	5,80	4,34
3	15,14	14,64	10,64	9,18	8,32	6,82
4	17,44	16,78	12,92	11,46	10,46	8,96
5	19,44	18,56	15,00	13,36	12,34	10,80
6	21,16	20,30	16,86	15,02	14,08	12,36
7	22,68	22,00	18,44	16,68	15,68	13,90
8	24,50	23,30	20,14	18,12	17,22	15,28
9	26,00	24,50	21,52	19,44	18,56	16,52
10	26,00	25,60	23,02	20,66	19,86	17,72
11	27,80	26,00	24,50	22,12	21,00	18,82
12	29,50	27,50	26,00	23,40	22,38	19,96
13	30,70	28,20	27,50	24,76	23,40	20,82
14	31,62	29,50	28,90	26,00	24,76	21,96
15	32,50	30,36	30,88	28,40	26,00	22,82
16	33,36	31,48	32,18	29,50	26,00	23,90

Tabelle 6. II. Diffusionsversuche.

t in Tagen	$p = f(t)$ für die Spalt-Nummern:					
	1 $x = 20,77$	2 23,57	3 26,43	4 29,30	5 32,25	6 35,12 mm
1	4,96	5,08	4,20	4,10	2,94	2,88
2	10,86	10,28	8,62	7,72	6,24	5,18
3	13,94	13,14	12,20	10,68	9,08	7,32
4	16,24	15,22	15,02	13,08	11,50	9,38
5	18,12	16,78	16,96	15,02	13,50	11,36
6	19,80	18,12	18,44	16,74	15,06	13,28
7	21,40	19,18	19,58	18,30	16,40	15,02
8	23,00	20,40	20,42	19,48	17,56	16,54
9	24,04	21,30	21,22	20,70	18,56	17,86
10	25,60	22,12	22,00	21,60	19,40	18,98
11	26,00	22,52	22,82	22,52	20,30	19,96
12	26,90	23,30	23,30	23,30	21,08	20,82
13	28,70	23,86	24,20	24,20	22,00	21,72
14	29,50	24,76	25,40	24,76	22,68	22,52
15	30,80	26,00	26,00	26,00	23,40	23,30
16	31,70	27,50	26,90	27,50	24,04	24,30
17	32,62	28,70	28,40	28,20	24,50	26,00
18	33,46	30,60	29,50	28,40	26,00	26,00
19	34,36	30,60	30,64	29,96	26,90	26,00
20	35,10	31,24	31,48	30,60	27,80	26,90

Berechnung der Diffusionskoeffizienten.

Die Berechnung erfolgte, wie oben ausgeführt, auf Grund der von **BOLTZMANN** angegebenen Gleichung:

$$D(c) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{dy}{dc} \int_0^c y \cdot dc, \quad (8)$$

wobei c die *Volumenkonzentration* ist. Wie ebenfalls bereits erwähnt, liegt dieser Formel die Voraussetzung zugrunde, dass c eine reine Funktion von $y = \frac{x}{\sqrt{t}}$ ist. Daher muss $\frac{x}{\sqrt{t}}$ für eine bestimmte Konzentration konstant sein, d. h. x als Funktion von \sqrt{t} aufgetragen, sollte für konstante Konzentration eine Gerade durch den Null-Punkt ergeben. Zur Prüfung ob dieses der Fall war, wurden aus der Kurvenschar $p = f(t)$ die Kurven $x = f(\sqrt{t})$ für Konzentrationsintervalle von 2 zu 2 % gebildet.

Als Nullpunkt der x -Achse wurde die Lage der Trennungsschicht unmittelbar nach der Schichtung genommen, deren Abstand vom Trogboden 5,73 cm betrug. Von diesem Nullpunkt aus wurden die den sechs Spalten entsprechenden Abstände x gerechnet. Infolge der Konvergenz der die Spalte und den Trog durchsetzenden Lichtbündel waren diese Abstände in der Diffusionssäule nicht mit den wirklichen, ausserhalb des Troges gemessenen Distanzen identisch, sondern mussten aus der Geometrie der optischen Anordnung berechnet werden. Die so für die Trogmitte berechneten Werte von x der sechs Spalte zeigt Tabelle 7.

Tabelle 7.

Spalt Nr.	x in mm
1	20,7 ₇
2	23,5 ₇
3	26,4 ₃
4	29,3 ₀
5	32,2 ₅
6	35,1 ₂

Die durch den Konzentrationsgradienten in der Diffusionssäule verursachte Krümmung der Lichtstrahlen und die hierdurch bewirkte Änderung der Abstände x , konnte bei unserer Anordnung, wie eine leichte Rechnung zeigte, vernachlässigt werden.

Auch eine Krümmung der Schallstrahlen fällt nicht in Betracht, wie folgende Überlegung zeigt. Da der Konzentrationsgradient

senkrecht zur Schallrichtung verläuft, bewirkt er natürlich auch eine, mit wachsendem Abstand von der Schallquelle zunehmende Deformation der Wellenflächen. Infolge dessen steht die Richtung der Schallstrahlen nicht mehr senkrecht auf der Verbindungslinie der sechs Spalte, was zu Fehlern in der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit v führen könnte, da die Verbindungslinien korrespondierender Punkte der Beugungsbilder mit der Richtung der Wellennormalen zusammenfallen. In unseren Versuchen wurde stets der senkrechte Abstand s zweier Spaltbeugungsbilder gemessen. Daher wird, wenn die Schallrichtung nicht mit der Richtung von s zusammenfällt, sondern mit ihr den Winkel φ bildet,

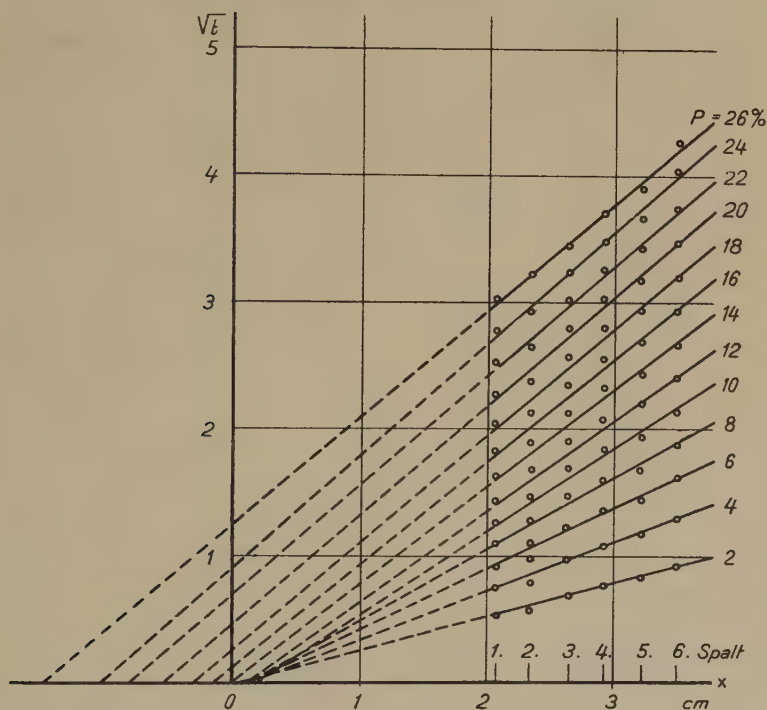


Fig 7.

der wahre Abstand zweier korrespondierender Punkte um den Faktor $\frac{1}{\cos \varphi}$ grösser. Damit wird auch die berechnete Schallgeschwindigkeit v in demselben Verhältnis verfälscht sein.

Da in unserer Anordnung der Abstand zwischen dem Quarz und den durch die Spalte hindurchgehenden Lichtbündeln nur etwa 2 cm betrug, so lässt sich leicht überlegen, dass bei den vor-

handenen Konzentrationsgradienten auch dieser Fehler vernachlässigbar klein ist.

Fig. 7 zeigt die erhaltenen Kurven $x = f(\sqrt{t})$. Wie ersichtlich, lassen sich diese gut durch eine Schar von Geraden darstellen, deren Verlängerungen (d. h. ihre Extrapolationen bis zum Schnitt mit der x -Achse) sich jedoch nicht in einem Punkt schneiden. Auf diese Tatsache wird noch weiter unten eingegangen. Für die Berechnung der Diffusionskoeffizienten wurden die Geraden so

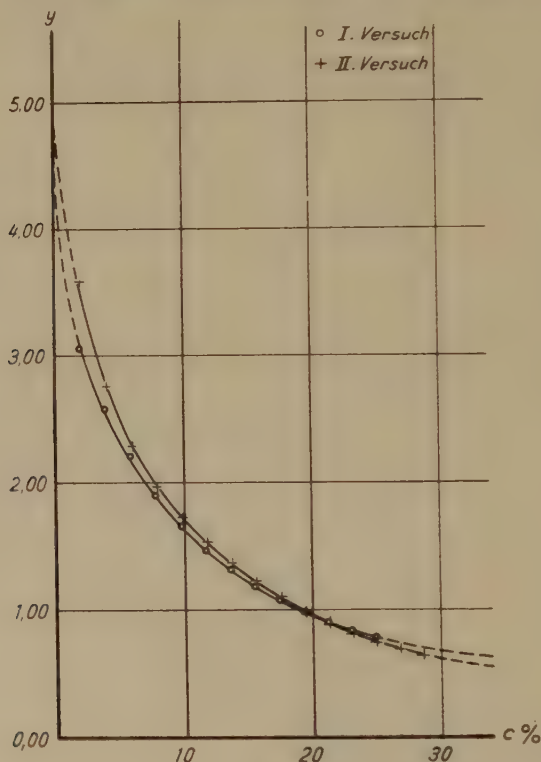


Fig. 8.

gedreht, dass sie sich in dem angenommenen Nullpunkt schneiden. Auf die Begründung dieser zunächst sehr willkürlich scheinenden Massnahme werden wir ebenfalls weiter unten näher eingehen.

Aus dieser neuen Schar von Geraden wurden nun die zugehörigen Kurven $y = \frac{x}{\sqrt{t}} = f(c)$ gezeichnet, nachdem die Gewichtsprocente p durch Multiplikation mit den entsprechenden Dichten in Volumenprocente c umgerechnet worden waren. Die Dichten waren mit der Pyknometermethode bestimmt worden.

Fig. 8 zeigt die Kurven $y = \frac{x}{\sqrt{t}} = f(c)$ für die beiden Versuche (I. Versuch \circ , II. Versuch $+$).

Da $y = f(c)$ die in Gleichung (8) enthaltene Funktion darstellt, so lassen sich mit deren Hilfe nunmehr die Diffusionskoeffizienten $D(c)$ ermitteln. Diese Berechnung erfolgte auf graphischem Wege, indem an verschiedenen Punkten der Kurve (Fig. 8), welche

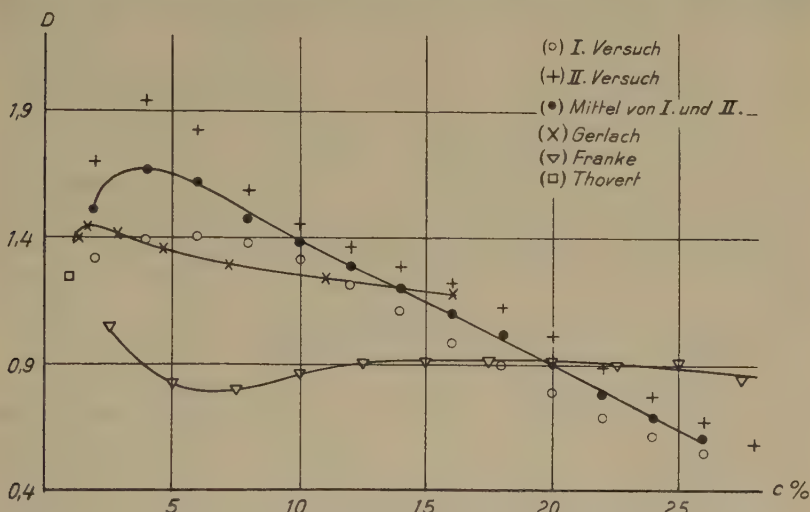


Fig. 9.

Konzentrationsintervallen von je 2% entsprachen, jeweils die Tangenten $\frac{dy}{dc}$ und die zugehörigen Flächen $\int_0^c y \cdot dc$ entnommen wurden. Die Bestimmung der Tangenten erfolgte vermitteltst der Spiegelmethode, diejenige der Flächen mit dem Planimeter. Die so erhaltenen Werte von D als Funktion der Konzentration sind in Fig. 9 für beide Versuche eingetragen. Die Mittelwerte von D bei gleicher Konzentration sind durch ausgefüllte Kreise in der Figur angegeben; durch diese ist eine ausgezogene Kurve gelegt.

Diskussion der Resultate.

Zunächst sollen die Gründe dargelegt werden, welche die oben erwähnte Drehung der Geraden $x = y \cdot \sqrt{t}$ (Fig. 7) einigermaßen rechtfertigen.

Die Berechnung der Diffusionskoeffizienten nach Gleichung (8) erfolgte unter der Voraussetzung der Grenzbedingungen (7), d. h.

im wesentlichen unter der Annahme einer unendlich langen Diffusionssäule. Anhand der Tabellen 5 und 6 lässt sich ungefähr abschätzen, bis zu welchem Zeitpunkt etwa diese Grenzbedingungen in unseren Versuchen als erfüllt angesehen werden können.

Betrachtet man z. B. in beiden Tabellen die Werte für den 9. Versuchstag, so sieht man, dass hier die Konzentrationsdifferenz zwischen dem 1. und dem 6. Spalt 9,5 bzw. 6,2% beträgt. Da die Distanz zwischen diesen beiden Spalten 1,44 cm, der Abstand des untersten (6.) Spaltes vom Trogboden ca. 2,22 cm beträgt, so würde, unter Voraussetzung eines konstanten Konzentrationsgradienten, die Konzentration am Trogboden im Mittel etwa 5% betragen. Da in Wirklichkeit der Gradient mit wachsendem Abstand von der Trennungsschicht aber abnimmt, so wird die tatsächliche Konzentration am Trogboden noch kleiner sein. (Eine ähnliche Überlegung lässt sich auch für die freie Oberfläche des Methylalkohols anstellen.) Es kann daher angenommen werden, dass bis zum 9. Tag die vorausgesetzten Randbedingungen als angenähert erfüllt betrachtet werden können.

Wie die Tabellen 5 und 6 zeigen, lässt sich zu diesem Zeitpunkt die Geradenschar $x = y \cdot \sqrt{t}$ bis etwa zur Konzentration von 18% zeichnen. Wie Fig. 7 zeigt, liegen die Schnittpunkte der den Konzentrationen 2–18% entsprechenden Geraden mit der x -Achse in der Tat noch relativ gut in der Nähe des Nullpunktes, besonders wenn man berücksichtigt, dass in Wirklichkeit, infolge einer unvermeidlichen geringen Durchmischung beim Übereinanderschichten, die Trennungsschicht ja nicht scharf sondern über einen kleinen Bereich verschmiert ist. Die kleine Drehung, die nötig ist um diese Geraden durch den Nullpunkt gehen zu lassen, dürfte daher noch innerhalb der Fehlergrenze liegen.

Für die Konzentrationen oberhalb 18% weichen dagegen die Schnittpunkte mit der x -Achse stärker vom angenommenen Nullpunkt ab, was sicher seinen Grund in einer zunehmenden Verlangsamung des Diffusionsvorganges infolge der Begrenzung der Diffusionssäule hat.

Die hierdurch verursachten Fehler sind nur sehr schwer abzuschätzen und daher sollten eigentlich die vier Geraden oberhalb 18% bei der Bildung der Kurven $y = f(c)$ und $D = f(c)$ nicht berücksichtigt werden. Versuchsweise wurden aber auch diese Geraden durch den Nullpunkt hindurchgelegt und die entsprechenden D -Werte berechnet. Der Verlauf sowohl der $y = f(c)$ -Kurven (Fig. 8) als auch derjenige der $D = f(c)$ -Kurven (Fig. 9) scheint diese „Gewaltanwendung“ bis zu einem gewissen Grade

zu rechtfertigen, da sich die entsprechenden Punkte gut dem Verlauf beider Kurven anschliessen. Würde man daher diese neue Lage der Geradenschar $x = y \cdot \sqrt{t}$ als richtig ansehen, so muss eine Erklärung für deren ursprünglichen Verlauf gefunden werden. Bei unserer Versuchsanordnung lag die Trennungsschicht ca. 2,5 cm näher an der freien Oberfläche als am Trogboden. Daher muss sich die Wirkung der Begrenzung durch die Flüssigkeitsoberfläche früher auf den Diffusionsvorgang auswirken als diejenige durch den Trogboden. Macht man die plausible Annahme, dass die verlangsamende Wirkung sich auf die Spalte in der Nähe der Trennungsschicht zunächst stärker auswirkt als auf die weiter entfernten, so könnte hierdurch der tatsächlich beobachtete Verlauf der, höheren Konzentrationen entsprechenden, Geraden erklärt werden. Eine wirkliche quantitative Abklärung dieser Frage wäre aber sehr schwierig, und daher darf natürlich den vier letzten Punkten der Kurven in den Figuren 8 und 9 kein allzu grosses Gewicht beigelegt werden.

Die Werte beider D -Kurven weisen ausserdem im Gebiet von 26% einen zusätzlichen Fehler auf, indem der Wert 26% genau dem Maximum der Eichkurve entspricht, wo die Messgenauigkeit naturgemäss am kleinsten ist.

Auch die ersten drei Punkte, besonders aber diejenigen von 2%, der Kurven $D = f(c)$ weisen zusätzliche Fehler auf. Da nämlich, wie beschrieben, die erste Aufnahme 24 Stunden nach der Schichtung gemacht wurde, so fehlen in den Kurven $d = f(t)$ und daher auch in den Kurven $p = f(t)$ die Messpunkte für die Konzentration 2% bei den Spalten Nr. 1–5, diejenigen für 4% bei Nr. 1 und 2 und der Messpunkt für 6% bei Nr. 1. Zur Zeit der Aufnahme hatten eben diese Konzentrationen die betreffenden Stellen in der Diffusionssäule bereits passiert.

Die den Konzentrationen 2–6% entsprechenden Geraden der Fig. 7 mussten daher ganz oder teilweise aus extrapolierten Abschnitten der $p = f(t)$ -Kurven entnommen werden. Da nun die beiden Kurven in Fig. 8 aus diesen Geradenscharen abgeleitet sind, so geht eine entsprechende Unsicherheit für die Konzentrationen 2–6% in diese Kurven ein. Zur Bestimmung aller

Flächen $\int_0^c y \cdot dc$ sowie der Tangente $\frac{dy}{dc}$ im Punkte $c = 2\%$ war

es notwendig, die Kurve $y = f(c)$ bis zu $c = 0$ zu extrapolieren. Wie aus Fig. 8 ersichtlich, ist diese Extrapolation verhältnismässig willkürlich und weiterhin zusätzlich mit den Fehlern der ersten

drei Punkte behaftet. Da die Tangente $\frac{dy}{dc}$ im Punkt $c = 2\%$ sehr stark von der gewählten Extrapolation abhängt, und natürlich auch die entsprechende Unsicherheit im Integral sich hier am stärksten auswirkt, so weist der Wert der Diffusionskoeffizienten D (2%) sicher einen besonders grossen Fehler auf. Daher sind in Fig. 9 sowohl die Gebiete unterhalb etwa 4% als auch oberhalb 18% mit Vorbehalt aufzunehmen.

Die Kurven des ersten (\circ) und des zweiten ($+$) Versuches (Fig. 9) zeigen scheinbar im Konzentrationsbereich von ca. $8\text{--}26\%$ eine fast konstante systematische Abweichung, was vielleicht auf gewisse Unterschiede in den Anfangs- oder in den Versuchsbedingungen hindeutet. Eine Ursache solcher Abweichungen könnte vor allem darin liegen, dass die bei der Übereinanderschichtung auftretende Durchmischung (in einem kleinen Bereich in der Umgebung der Trennungsschicht) bei beiden Versuchen nicht die gleiche war. Darauf deutet auch der Verlauf der beiden Temperaturkurven in Fig. 5 hin, sowie die ebenfalls erwähnte Tatsache, dass sich die Anfangstemperaturen in den Diffusionssäulen beider Versuche zu verschiedenen Zeiten wieder einstellen.

Die durch die auftretende Lösungswärme hervorgerufenen Temperaturänderungen, welche in der Umgebung der Trennungsschicht am grössten sind, haben natürlich eine, sich dem Diffusionsstrom überlagernde, Konvektion zur Folge. Hierdurch wird der Diffusionsvorgang noch weiter kompliziert. Es sei auch noch bemerkt, dass die Integration der BOLTZMANN'schen Gleichung (4) für endliche Randbedingungen bisher noch nicht im Angriff genommen wurde (vgl. R. FÜRTH im zitierten Handbuch).

In Fig. 9 sind ausser unseren Resultaten noch die Messungen von G. FRANKE¹⁰) (∇), B. GERLACH¹²) (\times) und J. THOVERT²⁹) (\square) eingetragen, die auch die von uns verwendeten Flüssigkeiten mit zwei verschiedenen anderen Methoden untersuchten.

Die Versuche von FRANKE sowie die von THOVERT wurden vermittelst optischer Methoden ausgeführt, welche der von WIENER angegebenen Methode ähnlich waren. Die Höhe der Diffusionssäule betrug bei FRANKE 15 cm , bei THOVERT $1\text{--}3\text{ cm}$. GERLACH benutzte die Schwimmermethode, sein Gefäss war 70 cm hoch.

Die Randbedingungen (Gl. 7) dürften bei FRANKE und GERLACH ebenfalls nicht streng erfüllt sein. THOVERT berücksichtigte zwar seine Randbedingungen, verwendete aber das nicht gültige FICK'sche Gesetz.

Wie aus den vorangegangenen Ausführungen hervorgeht, dürfte sich die beschriebene Methode gut zu Diffusionsmessungen eignen,

doch wären, wie sich im Laufe der Versuche zeigte, zu ihrer Anwendung als Präzisionsmethode noch einige wesentliche Verbesserungen anzubringen.

Erstens sollten, damit die Diffusionsvorgänge bis zu höheren Konzentrationen verfolgt werden können, viel längere Diffusionsäulen zur Verwendung kommen, um die angegebenen einfachen Randbedingungen besser zu erfüllen.

Zweitens wäre besondere Aufmerksamkeit darauf zu richten, dass die Schallwellenflächen möglichst eben sind. Dies würde einmal die Verwendung von Straubelquarzen (Piezoquarze, die so geschliffen sind, dass ihre Durchmesser in jeder Richtung proportional zur Wurzel aus den jeweiligen Elastizitätsmoduln sind) bedingen, die annähernd kolbenförmig schwingen. Weiter müsste die Distanz zwischen Spalten und Schallquelle so gross gewählt werden, dass die Messung in der „Fernzone“ des Schallfeldes stattfindet, d. h. in dem Bereich, in dem die Interferenzen durch Beugung am Rande des Quarzes etc. fast keine Störungen verursachen.

Die in diesem Falle merklich werdende Deformation der Schallwellenflächen liesse sich z. B. eliminieren entweder durch Verwendung von Lochblenden an Stelle der Spalte, oder dadurch, dass man den Schallstrahl aus einer homogenen Flüssigkeit durch eine dünne Trennwand in die Diffusionsäule eintreten lässt.

Besondere Aufmerksamkeit sollte natürlich auch auf die Herstellung möglichst scharfer Trennungsschichten verwendet werden⁷⁾. Wie erwähnt, liess die von uns verwendete Methode der Schichtung zu wünschen übrig.

Zum Schluss möchte ich noch meinem hochverehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. EDGAR MEYER, für die Anregung zu dieser Arbeit sowie für sein grosses Interesse an derselben und für die vielen wertvollen Ratschläge herzlichst danken. Ferner fühle ich mich den Herren Dr. K. MEYER und Dr. H. BÖMMEL für ihre stete Hilfsbereitschaft und viele wertvolle Diskussionen zu grossem Dank verpflichtet. Herrn Prof. Dr. K. ZUBER danke ich ebenfalls für manche Hilfe und Ratschläge.

Dem Vertreter der Rechenmaschinen „Facit“, Herrn GUJONI danke ich für die leihweise Überlassung einer elektrischen Rechenmaschine.

Physikalisches Institut der Universität Zürich.

Literatur.

- 1) BAIN, Mc.: Am. Chem. Soc. **53**, 59, 1931.
 - 2) BAIN, Mc. und DAWSON: Proc. Roy. Soc. **148**, 32, 1935.
 - 3) BÄR, R. und E. MEYER: Phys. ZS. **34**, 393, 1935.
 - 4) BORN, H.: ZS. f. Phys. **120**, 383, 1942.
 - 5) BOSE, E.: Akd. d. Wiss. in Göttingen (math. phys. Klasse) 306, 1906.
 - 6) COLE und GARDON: J. Phys. Chem. **40**, 733, 1936.
 - 7) COULSON, C. A., J. T. COX, A. G. OGSTON und J. ST. L. PHILPOT: Proc. Roy. Soc. **192**, 382, 1948.
 - 8) DEBYE, P.: Phys. ZS. **33**, 849, 1932.
 - 9) DEBYE, SEARS: Proc. Nat. Acad. Sc. **18**, 409, 1932.
 - 10) FRANKE, G.: Ann. d. Phys. **14**, 675, 1932.
 - 11) FÜRTH, R.: ZS. f. Phys. **79**, 275, 1932. Ebd. **91**, 609, 1934. Kolloid. ZS. **59**, 306, 1932. Phys. ZS. **26**, 720, 1925.
 - 12) GERLACH, B.: Ann. d. Phys. **10**, 437, 1931.
 - 13) GIACOMINI, A.: „La Ricerca Scientifica“ Nr. **9**, 620, 1940. Pont. AC. SC. Acta **6**, 93, 1941.
 - 14) HARNED und FRENCH: Ann. N. Y. Acad. Sci. **46**, 267, 1945.
 - 15) HARTLEY: Proc. Roy. Soc. A **168**, 401, 1938.
 - 16) HIEDEMANN und ASBACH: Phys. ZS. **35**, 26, 1934.
 - 17) LAMM, O.: Biochem. J. **30**, 528, 1936. Nova Acta Regiae Soc. Sci. Upsaliensis (4) **10**, Nr. 6, 1937. Kolloid. ZS. **98**, 45, 1942. Arkiv Kemi Mineral Geol. B **16**, Nr. 17, 1943. Ebd. B **17**, Nr. 13, 1943.
 - 18) LUCAS, BIQUARD: Journal de Phys. et Rad. **3**, 464, 1932.
 - 19) MÜNTER, E.: Ann. d. Phys. **11**, 558, 1931.
 - 20) MOUQUIN und CATHCAT: Am. chem. Soc. **57**, 1791, 1935.
 - 21) NEURATH, H.: Biol. Chem. **126**, 438, 1938. Science **93**, 431, 1941. Chem. Rev. **30**, 357, 1942.
 - 22) PHILPOT: Nature **141**, 283, 1938.
 - 23) POLSON, A.: Kolloid. ZS. **88**, 51, 1939.
 - 24) SITTE, K.: SZ. f. Phys. **91**, 646, 1934. Ebd. **79**, 320, 1932.
 - 25) STRAUBEL: ZS. f. Hochfrequenztech. **38**, 14, 1932.
 - 26) SVEDBERG, TH.: ZS. phys. Chem. **127**, 51, 1937. Proc. Roy. Soc. B. **127**, 1, 1938.
 - 27) SVENSSON: Arkiv. Kemi Min. Geol. A **22**, Nr. 10, 1946.
 - 28) TISELIUS: Kolloid. ZS. **66**, 11, 1934. Ebd. **59**, 306, 1932.
 - 29) THOVERT, J.: Ann. chim. phys. (7) **26**, 366, 1902.
 - 30) WILLIAM, J.: Chem. Rev. **14**, 171, 1934.
 - 31) ZUBER, R.: Phys. ZS. **30**, 882, 1930.
 - 32) ZUBER, R. und K. SITTE: ZS. f. Phys. **79**, 306, 1932. Ebd. **79**, 291, 1932.
-

Über Untersetzer

von E. Baldinger und R. Casale*), Basel.

(2. II. 1948.)

Zusammenfassung. Zunächst wird nachgewiesen, dass jede Kippschaltung auf drei verschiedene Arten betrieben werden kann, nämlich als Generator, als „Flip-Flop“- und als Untersetzerstufe. Ein einfacher Untersetzer vom Multivibratortyp wird näherungsweise durchgerechnet und ferner eine Eingangsstufe beschrieben, welche die Zählung von Spannungsimpulsen beliebiger Form erlaubt. Nach einer kurzen Diskussion der Zählverluste folgt ein Schema eines Untersetzers mit einem Auflösungsvermögen von 10^{-6} Sekunden.

I. Kippschaltungen und ihre verschiedenen Betriebszustände.

Der erste Untersetzer wurde 1931 von WYNN-WILLIAMS¹⁾ gebaut, und Anordnungen dieser Art haben sich bald als wertvolles Hilfsmittel erwiesen. Man verwendet sie heute zu den verschiedensten Zwecken wie z. B. zur Zählung von Impulsen, zur Frequenzunterteilung, als Kurzzeitmesser, Frequenzmesser usw. Ein Untersetzer stellt also ein sehr vielseitiges Messgerät dar, dessen Bedeutung als bekannt vorausgesetzt werden darf.

Es besteht eine grosse Mannigfaltigkeit der verschiedensten Schaltungen und Ausführungen. Um einen besseren Überblick zu

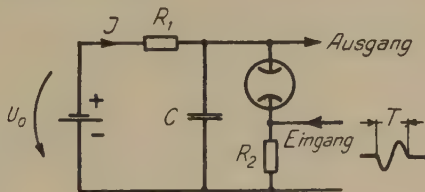


Fig. 1.

Kippschaltung mit einer Glimmlampe.

Die Signaldauer T sei klein gegenüber der Entladezeitkonstante des Kondensators C .

erhalten, ist es zweckmässig, zuerst den Zusammenhang der Untersetzerschaltungen mit Kippgeneratoren, ferner mit sogenannten „Flip-Flop“-Stufen und „trigger“-Schaltungen zu betrachten. Alle diese Anordnungen wollen wir unter der Bezeichnung Kippschaltungen zusammenfassen. Eine solche Kippschaltung besitzt min-

*) Istituto di Fisica dell'Università di Roma.

destens zwei verschiedene Zustände, zwischen denen sie hin- und herkippt. Ist kein Zustand dauernd stabil, so handelt es sich um einen Kippgenerator. Sind alle Zustände dauernd stabil, so liegt eine Untersetzerschaltung vor; ist nur ein Teil der Zustände stabil, so wollen wir von einer „Flip-Flop“-Stufe sprechen. Jede Kipp-schaltung kann in diesen drei verschiedenen Arten, also als Generator, Flip-Flop-Stufe oder Untersetzstufe betrieben werden.

Ein einfaches Beispiel (Fig. 1), das die wesentlichen Eigenschaften einer Kipp-schaltung aufweist, soll diese Tatsache kurz erläutern.

Untersetzer: Damit beide Zustände (Löschen und Brennen der Glimmlampe) stabil sind, muss

a) die Batteriespannung U_0 kleiner als die Zündspannung sein und

b) die Widerstandsgerade in Fig. 2 die Glimmlampencharakteristik rechts vom Minimum schneiden.

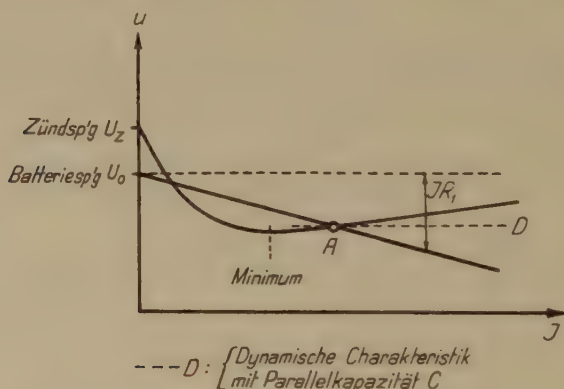


Fig. 2.

Glimmlampencharakteristik mit Widerstandsgeraden.

Der kleine Widerstand R_2 wird vernachlässigt.

Wegen der zur Glimmlampe parallel geschalteten Kapazität C existiert links vom Minimum kein stabiler Arbeitspunkt²⁰⁾. Am kleinen Widerstand R_2 wird die Steuerspannung aufgedrückt. Wir wollen annehmen, dass die Glimmlampe Strom führe. Der erste Steuerimpuls bringt die Glimmlampe zum Erlöschen. Sie wird durch den nächsten Steuerimpuls wieder zum Zünden gebracht. Zum Zünden ist in diesem Beispiel ein negativer Impuls erforderlich. Die unmittelbar folgende positive Spitze des Steuerimpulses (Fig. 1) ist wegen der Kapazität C solange zulässig, als diese Spannungsspitze einen kritischen Wert nicht überschreitet. Die Kapazität ist

somit notwendig, wenn diese Untersetzerstufe mit gleichartigen Eingangsimpulsen gesteuert werden soll. Durch zweimaliges Differenzieren der Ausgangsspannung kann bei jedem Zünden der Glimmlampe ein dem Eingangsimpuls ähnlicher Ausgangsimpuls erzeugt werden, womit eine Division durch zwei erreicht ist.

Kippgenerator und Flip-Flop-Stufe:

Erhöht man die Batteriespannung und verkleinert den Widerstand R_1 , so wird die Schaltung in Fig. 1 zu einem Kippgenerator mit sägezahnförmiger Ausgangsspannung. Durch geeignete Dimensionierung können wir aber auch einen unselbständigen Kippgenerator realisieren, der bei jedem Steuerimpuls nur einmal hin- und herkippt (Flip-Flop-Stufe).

Die Dimensionierungsvorschriften zur Erreichung der drei verschiedenen Betriebszustände sind im folgenden Abschnitt zusammengestellt.

- a) Kippgenerator: Kein dauernd stabiler Zustand

$$U_0 > U_z$$

Schnittpunkt A links vom Minimum in Fig. 2.

- b) Flip-Flop-Stufe: Ein dauernd stabiler Zustand.

Es sind zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Glimmlampe sperrt im Ruhezustand

$$U_0 < U_z$$

Schnittpunkt A links vom Minimum.

2. Glimmlampe brennt im Ruhezustand

$$U_0 > U_z$$

Schnittpunkt A rechts vom Minimum.

- c) Untersetzerstufe: Zwei dauernd stabile Zustände

$$U_0 < U_z$$

Schnittpunkt A rechts vom Minimum.

II. Weitere Schaltungstypen: Sperrschwinger, Transitor und Multivibrator.

Die Glimmlampenschaltung in Fig. 1 ist für Demonstrationszwecke durchaus geeignet, weist aber im praktischen Gebrauch erhebliche Nachteile auf. Edelgasgefüllte Thyratrons sind solchen Glimmlampen vorzuziehen, und überdies ist eine vollkommen symmetrische Schaltung wie sie bereits WYNN-WILLIAMS¹⁾ verwendete, betriebssicherer zu bauen. Um das Auflösungsvermögen zu ver-

bessern, ist man aber bald zur Verwendung von Hochvakuumröhren übergegangen. Es ist bemerkenswert, dass der erste mit Hochvakuumröhren gebaute Untersetzter der Sperrschwingergruppe angehört.

Bereits im Jahre 1934 haben ALFÉN und OHLIN ihre Arbeit „Eine schwingende Elektronenröhre als Thyatronersatz“⁵⁾ publiziert. Fig. 3 zeigt eine Untersetzerschaltung dieser Art.

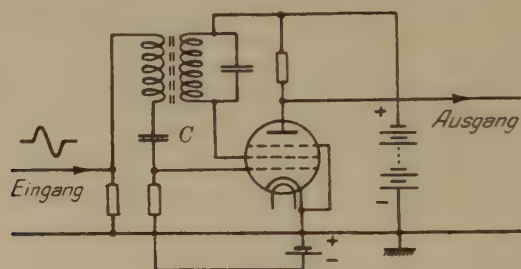


Fig. 3.

Untersetzter vom Sperrschwingertyp.

Die Gittervorspannung muss so gross sein, dass ohne Hochfrequenzschwingung noch kein Anodenstrom fliesst (erster stabiler Zustand). Wenn die hochfrequente Schwingung durch den positiven Steuerimpuls gestartet wird, soll der Schwingungszustand dauernd stabil sein. (Zweiter stabiler Zustand). Infolge des dann auftretenden Gitterstroms wird die negative Gittervorspannung derart vergrößert, dass der nächste Steuerimpuls die Schwingung zum Abreissen bringt. Die Kopplungskapazität zum Steuergitter ist notwendig, damit beim Starten des Oszillators der negative Teil des Steuerimpulses die Hochfrequenzschwingung nicht wieder abstoppt.

Ein weiterer Typ einer Kippschaltung stellt das Transitron*) dar, das nach REICH⁹⁾ hingegen für Untersetzter nicht sehr geeignet ist. Ein Transitron kann mit jeder Röhre gebaut werden, die eine Verstärkung ohne Phasenumkehr ermöglicht. Dies ist beispielsweise der Fall, wenn man das Bremsgitter einer Pentode als Steuergitter benützt und die verstärkte Spannung an einem Seriewiderstand zum Schirmgitter abnimmt. Auch bei einer Sekundäremissionsröhre ist eine phasenrichtige Verstärkung in einer Röhre ohne Verwendung eines Transformators möglich. Im allgemeinen werden für Untersetzter Multivibratorschaltungen und insbesondere solche vollkommen symmetrischer Anordnungen bevorzugt. Alle Kippschal-

*) Das Transitron ist im Buche von O. S. PUCKLE „Time Bases“ ausführlich beschrieben.

tungen, die sich auf einen normalen R - C -Verstärker mit positiver Rückkopplung zurückführen lassen, können unter der Bezeichnung „Multivibratorschaltungen“ zusammengefasst werden. Der Multivibrator als Kippgenerator geht auf ABRAHAM und BLOCH²²⁾ und als Schaltung mit zwei stabilen Zuständen auf ECCLES und JORDAN²³⁾ zurück (in der amerikanischen Literatur als „Eccles-Jordan trigger circuit“ bezeichnet), deren Anordnung im wesentlichen der in Fig. 4 dargestellten Untersetzerstufe entspricht. Durch Erweiterung dieses Prinzips ist es möglich, Kippschaltungen mit einer beliebigen Zahl stabiler Zustände zu entwerfen. Infolgedessen kann

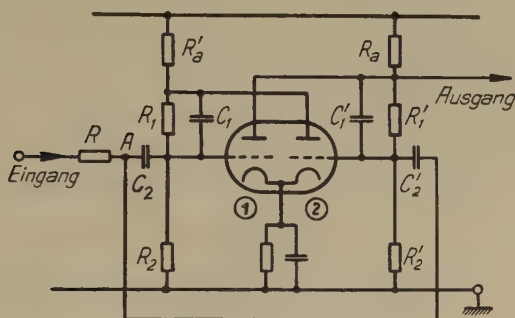


Fig. 4.

Einfache Untersetzerstufe vom Multivibratortyp.

auch jede Untersetzung pro Stufe realisiert werden. Da wir gewohnt sind, im Dezimalsystem zu rechnen, ist eine Zehner-Unterteilung am bequemsten, wobei allerdings gegenüber dem Dualsystem eine grössere Zahl von Röhren erforderlich ist. Man kann aber auch intern von einer Zweier-Unterteilung auf eine Zehner-Unterteilung umrechnen, indem z. B. ein 16-fach Untersetzer jedesmal bei Erreichung der Zahl 10 durch eine Zusatzröhre automatisch auf „Null“ gestellt wird^{12), 18)} oder indem durch geeignete Rückführungen, die überflüssige Zahl von Stellungen übersprungen wird.

III. Dimensionierung einer Untersetzerstufe nach Fig. 4.

Die in Fig. 4 gezeichnete Schaltung wurde von verschiedenen Autoren^{8), 10), 11)} fast gleichzeitig als Untersetzer vorgeschlagen. Sie wird normalerweise unter Verwendung von Entkopplungsröhren oder Dioden benützt. Bei richtiger Dimensionierung lässt sich aber ohne solche Zusatzelemente eine genügende Betriebssicherheit erreichen.

Zur Vereinfachung der Rechnung seien Röhren mit scharfem Einsatzzpunkt des Anodenstromes und annähernd linearer Kennlinie vorausgesetzt. Bei der leitenden Röhre soll im Dauerzustand kein Gitterstrom fließen und die andere Röhre soll vollständig gesperrt sein. Die Schaltung werde durch eine vorangehende gleich gebaute Stufe gesteuert, so dass am Eingang und am Ausgang gleiche Spannungssprünge auftreten. Der am Eingang auftretende Spannungssprung gelangt auf das Gitter der Röhre 1 und wird unter der Annahme, dass diese Röhre gerade leitet, mit umgekehrtem Vorzeichen auf deren Anode übertragen. Dieser Spannungsschoss steuert zusammen mit demjenigen über die Kapazität C_2' das Gitter der Röhre 2. Bei richtiger Dimensionierung wird der erste Anteil überwiegen. Ein negativer Spannungssprung am Eingang wird somit die Röhre 1 sperren und die Röhre 2 einschalten. Ein positiver Spannungssprung erhöht nur den Anodenstrom der leitenden Röhre, mindestens solange, als bei dieser noch kein Gitterstrom fließt. Die Unterstufenstufe spricht somit nur auf negative Spannungssprünge an.

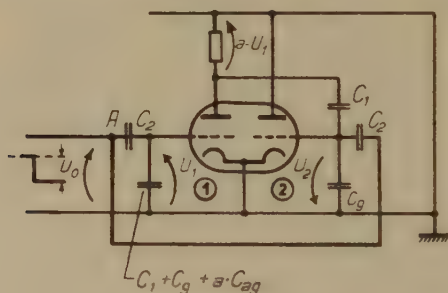


Fig. 5.

Ersatzbild. Röhre 1 leitend.

 C_{ag} : Gitter-Anodenkapazität.

Unter der Annahme, dass Röhre 1 leitet, wollen wir die infolge eines negativen Eingangssignals an den beiden Gittern auftretenden Spannungssprünge bestimmen. Bei sehr grossen Widerständen R_1 und R_2 und kleinen Anodenwiderständen R_a gilt dann näherungsweise das vereinfachte Ersatzbild Fig. 5.

Der negative Spannungssprung am Gitter 1 hat den Wert

$$U_1 = \frac{U_0 C_2}{C_1 + C_2 + C_g + a \cdot C_g} \quad (1)$$

wobei a die Spannungsverstärkung des leitenden Rohres und C_g die Kapazität des Gitters gegenüber sämtlichen Elektroden be-

deutet. Solange die Röhre 2 sperrt, tritt an ihrem Gitter ein Spannungsschoss vom Betrage

$$U_2 = \frac{a \cdot U_0 C_2}{[C_1 + C_2 + C_g + a C_{ag}]} \cdot \frac{C_1}{[C_1 + C_2 + C_g]} - \frac{U_0 C_2}{C_1 + C_2 + C_g} \quad (2)$$

auf. Der Anodenstrom und damit Umkippen setze beim kritischen Werte \bar{U}_2 ein.

$$\bar{U}_2 = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} - U_3 \quad (3)$$

$\frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}$ entspricht der Potentialdifferenz der Gitter der beiden Röhren im Ruhezustand; U_3 gibt an, um welchen Betrag die Gitterspannung des leitenden Rohres über den Einsatzzpunkt des Anodenstromes liegt. Umkippen tritt ein, wenn

$$U_2 > \bar{U}_2 \quad (4)$$

wird. Unter Vernachlässigung von C_g und C_{ag} gegenüber $C_1 + C_2$ und mit der Abkürzung

$$b = \frac{R_2}{R_1 + R_2} - \frac{U_3}{U_0} \quad (5)$$

muss somit folgende Bedingung erfüllt sein:

$$\frac{C_2}{C_1 + C_2} \left[\frac{a C_1}{C_1 + C_2} - 1 \right] > b. \quad (6)$$

Dies führt zur Beziehung

$$\frac{(a-1) - \sqrt{(1-a)^2 - 4ab}}{2b} - 1 < \frac{C_1}{C_2} < \frac{(a-1) + \sqrt{(1-a)^2 - 4ab}}{2b} - 1. \quad (7)$$

Die zulässigen Werte für das Verhältnis $C_1:C_2$ sind daher stark eingeschränkt. Aus Fig. 5 ist auch direkt ersichtlich, dass sowohl bei zu kleinen wie zu grossen Kopplungskapazitäten C_2 die Röhre 2 durch den Spannungssprung U_0 nicht zum Leiten gebracht werden kann.

Im weiteren interessiert uns vor allem das Auflösungsvermögen der Untersetzerstufe. Dazu müssen wir drei Zeitabschnitte unterscheiden, nämlich die Zeit t_1 , die sich vom Beginn des Steuerimpulses am Eingang bis zum Einsetzen des Anodenstromes der gesperrten Röhre erstreckt, die Umkippszeit t_2 der Stufe und die Zeit t_3 , die verstreicht, bis der stationäre Zustand erreicht wird.

Zeit t_1 : An der Stelle A (Fig. 4) ist die Kapazität C_A

$$C_A = \frac{C_2 (C_1 + C_g + a C_{ag})}{C_1 + C_2 + C_g + a C_{ag}} + C_2 \left[1 + \frac{C_2}{C_1 + C_2 + C_g} \left(\frac{a C_1}{C_1 + C_2 + C_g + a C_{ag}} - 1 \right) \right] \quad (8)$$

gegen Erde wirksam. Bei einem negativen Einheitsstoss am Eingang

sinkt somit das Potential des Punktes A entsprechend der Zeitkonstante RC_A und hat beim Einsetzen des Anodenstromes der gesperrten Röhre den Wert \bar{U}_A erreicht. \bar{U}_A lässt sich aus den Gleichungen (2) und (3) leicht bestimmen. Die Zeit t_1 berechnet sich somit zu

$$t_1 = RC_A \ln \left(\frac{U_0}{U_0 - \bar{U}_A} \right). \quad (9)$$

Mit den Werten für C_A und \bar{U}_A und unter Vernachlässigung von C_g und C_{ag} folgt daraus:

$$t_1 = \frac{RC_1C_2}{C_1+C_2} \left[2 + \frac{aC_2}{C_1+C_2} \right] \ln \left[1 - \frac{b}{\frac{C_2}{C_1+C_2} \left(\frac{aC_1}{C_1+C_2} - 1 \right)} \right]^{-1} \quad (10)$$

Die Umkippszeit t_2 : Sie ist von der Grössenordnung $R_a[C_a + C_g + C_2 + aC_{ag}]$, wobei C_a die Ausgangskapazität (Schalt- und Röhrenkapazität) bedeutet. Damit die Kapazität C_A (Formel 8) der nächsten Stufe den Ausgang nicht unnötig belastet, soll der Serienwiderstand R genügend gross sein.

Zeit t_3 : Während der Zeit $t_1 + t_2$ haben sich die Gitterspannungen der beiden Röhren um den Betrag U_0 geändert. Dem stationären Wert entspricht jedoch wegen des OHM'schen Spannungsteilers R_1 , R_2 lediglich eine Spannungsänderung vom Betrage $\frac{U_0 R_2}{R_1 + R_2}$, die in der Zeit t_3 praktisch erreicht wird. Mit unseren am Anfang getroffenen Voraussetzungen wird die Zeit $t_1 + t_2$ klein gegenüber der Zeit t_3 .

Die Abweichung ΔU_g der Gitterspannung vom stationären Wert berechnet sich somit zum

$$\Delta U_g = \frac{U_0 R_1}{R_1 + R_2} e^{-\frac{1}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_a + C_g)}}. \quad (11)$$

Der dem negativen folgende positive Eingangsstoss erniedrigt über die Röhre 2 die Spannung des Gitters 1 von neuem. Wenn beim Eintreffen des nächsten negativen Eingangsstosses die Spannung des Gitters 1 noch nicht ihren stationären Wert erreicht hat, ist die Bedingungsgleichung (4) für das Umkippen abzuändern. Um die gesperrte Röhre zum Leiten zu bringen, ist entsprechend der Abweichung der Gitterspannung vom stationären Wert ein grösserer Spannungsschoss erforderlich. Durch Dioden kann die Störung durch den positiven Spannungssprung beseitigt und somit das Auflösungsvermögen etwas erhöht werden. Um ein gutes Auflösungsvermögen zu erreichen, soll der linke Teil der Ungleichung (6) mög-

lichst gross und nach Beziehung (11) die Zeitkonstante $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2 + C_g)$ klein sein. Die erste Forderung wird jedoch durch eine weitere Bedingung eingeschränkt. Positive Spannungssstösse am Eingang erzeugen am Ausgang der leitenden Röhre ebenfalls negative Spannungssstösse. Diese müssen so klein sein, dass die nächste Untersetzerstufe nicht anspricht. Dies kann erreicht werden, indem das Verhältnis $\frac{C_2}{C_1}$ nicht zu gross gewählt wird. Man kann den positiven Spannungssstoss auch mit Hilfe des Gitterstromes abschwächen, oder bei Verwendung einer Pentode, dadurch, dass man ihren kleinen Innenwiderstand bei niedriger Anodenspannung ausnützt. Eine weitere Möglichkeit, das Ansprechen auf diese „falschen“ Spannungssprünge zu vermeiden, liegt darin, die Zeit $t_1 \approx RC_4$ der Zeitkonstante

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} (C_1 + C_2 + C_g) \approx t_3$$

anzunähern. Unsere vereinfachenden Annahmen sind dann nicht mehr erfüllt, und die Berechnung wird umständlicher, so dass sich ein experimenteller Abgleich empfiehlt. Durch geeignete Kopplung mittels Dioden kann übrigens der Einfluss der positiven Spannungssprünge vermieden werden.

Damit die Untersetzerstufe über lange Zeit betriebssicher arbeitet, sind genügende Toleranzen bezüglich Änderungen der verwendeten Schaltelemente und der Speisespannung unbedingt erforderlich (b in Formel 5 darf nicht zu klein sein). Es empfiehlt sich, nach Zusammenbau die Zulässigkeit von Unsymmetrien in der Schaltung experimentell zu überprüfen. Dies kann auf einfache Weise durch Einführung einer Zusatzspannung in Serie zu einem Gitterableit-Widerstand erfolgen.

IV. Die Eingangsstufe.

Die erste Untersetzerstufe wird nicht von einer gleichartigen Stufe gesteuert. Es ist nach der bisherigen Diskussion leicht einzusehen, dass Form, Höhe und Dauer ihres Eingangsimpulses weitgehend vorgeschrieben sind. Um Spannungsimpulse beliebiger Form zählen zu können, ist es deshalb erforderlich, diese zuerst umzuformen. Das geschieht am zweckmässigsten mit der in Fig. 6 dargestellten Flip-Flop-Stufe.

In dieser Stufe werden Eingangsspannungen beliebiger Form in Rechteckimpulse definierter Höhe und Flankensteilheit umge-

wandelt, so dass die erste Untersetzterstufe gleichartige Steuerimpulse erhält wie die nachfolgenden Stufen und demnach ebenso dimensioniert werden kann.

Die Eingangsstufe*) weicht insofern von den Untersetzterstufen ab, als ein Rückkopplungsweg durch den gemeinsamen, unüber-

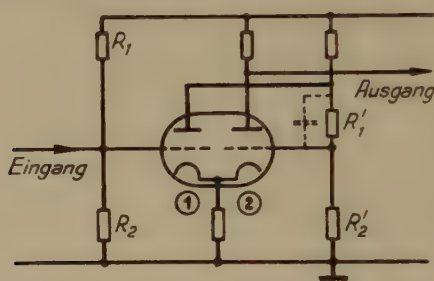


Fig. 6.

Eingangsstufe.

brückten Kathodenwiderstand ersetzt ist und keine Kapazitäten erforderlich sind. Ohne Eingangssignal leitet nur eine der beiden Röhren, und zwar je nach Wahl der Widerstände R_1 , R_2 , R'_1 , R'_2 die erste oder die zweite. Bei negativen Eingangssignalen muss Röhre 1 Strom führen.

Unterschreitet die Eingangsspannung (Fig. 7) den Schwellwert U_I , so kippt die Schaltung um und kippt zurück, wenn die Span-

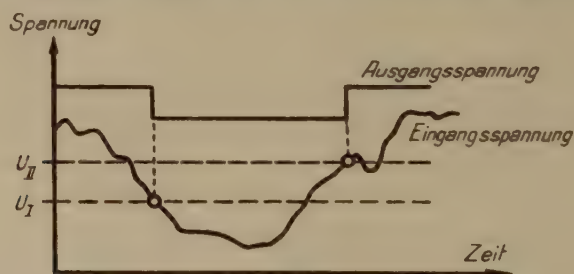


Fig. 7.

Wirkungsweise der Eingangsstufe.

nung den Wert U_{II} überschreitet. Um zu verhindern, dass dem Eingangssignal überlagerte Störspannungen gezählt werden, ist ein genügender Unterschied der beiden Schwellwerte U_I und U_{II} erforderlich.

*) Eine ausführliche Beschreibung solcher Schaltungen ist im Buch von O. S. PUCKLE, „Time Bases“, S. 57 enthalten.

V. Zählverluste.

Eine allgemeine Diskussion der Berechnung der Zählverluste ist in der Arbeit von JOST²⁴⁾ enthalten. Wir wollen hier nur einige Spezialfälle betrachten und auf verschiedene Umstände hinweisen, die prinzipiell zu beachten sind.

Zunächst sei angenommen, dass die Eingangsimpulse zeitlich statistisch verteilt sind und Zählverluste nur in der ersten Untersetzerstufe auftreten. Diese ist nach einem gezählten Ereignis während der Zeit T unempfindlich. Von den n im Mittel pro Sekunde eintreffenden Impulsen werden n' registriert, was einem relativen Zählverlust von

$$\frac{n - n'}{n} = n' T = \frac{n T}{1 + n T} \quad (12)$$

entspricht. Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn Impulse eines Multipliers gezählt werden und das Auflösungsvermögen des verwendeten Verstärkers hinreichend gut ist. Es sei noch bemerkt, dass eine Untersetzerstufe wegen der immer vorhandenen kleinen Unsymmetrien in ihren beiden Stellungen nicht exakt dasselbe Auflösungsvermögen aufweist.

Wird ein Zählrohr verwendet, und ist das Auflösungsvermögen des Untersetzers besser als dasjenige des Zählrohrs, so verliert der Untersetzer überhaupt keine Impulse. Dieser Fall ist wegen seiner Übersichtlichkeit anzustreben und auch möglich, da ein Auflösungsvermögen T von 10^{-6} Sekunden und bei besonderer Sorgfalt bis 10^{-7} Sekunden erreicht werden kann.

Wir wollen im weiteren noch den Fall diskutieren, dass nur im Zählwerk Verluste auftreten, was bei Verwendung weniger Untersetzerstufen mit gutem Auflösungsvermögen ohne weiteres möglich ist.

Am Ausgang des Untersetzers sind die Impulse regelmässiger, so dass das Zählwerk besser ausgenutzt werden kann. Das Zählwerk verliert alle Stösse, welche innerhalb der Zeit T aufeinanderfolgen. Dabei sind jedoch zwei Fälle zu unterscheiden.

- a) Die letzte Untersetzerstufe steuert direkt die Endröhre, welche das Zählwerk betreibt. Dann verdoppelt die letzte Untersetzerstufe lediglich das Auflösungsvermögen des Zählwerks. Dabei liegt die Voraussetzung zugrunde, dass das Zählwerk zum Anziehen und zum Abfallen dieselbe Zeit benötigt. Zählwerk und letzte Untersetzerstufe sind als Zähleinrichtung mit dem Auflösungsvermögen $T/2$ aufzufassen und nur die q vorangehenden Untersetzerstufen tragen zum Ausgleich der statistischen

Schwankungen bei. Nach $(q + 1)$ facher Untersetzung kommen im Mittel n/q Impulse auf den Eingang der letzten Untersetzungsstufe. Es tritt ein prozentualer Zählverlust von

$$\frac{\frac{n}{q} - n_q'}{\frac{n}{q}} = 1 - e^{-\bar{z}} \sum_0^{q-1} \frac{\bar{z}^k}{k!} = \frac{\Gamma(q, \bar{z})}{\Gamma(q)} \quad (13)$$

ein. Dabei bedeuten $\frac{n_q'}{2}$ die vom Zählwerk im Mittel registrierten Impulse, \bar{z} die am Eingang des Untersetzers im Mittel während der halben Auflösungszeit des Zählwerkes eintreffenden Ereignisse und $\Gamma(q, \bar{z})$ die unvollständige Gammafunktion der mit oberen Grenze \bar{z}^* .

- b) Die letzte Untersetzungsstufe steuert über eine Flip-Flop-Schaltung mit definierter Impulsdauer die Endröhre. Die Impulsdauer sei derart eingestellt, dass jeder Impuls der Flip-Flop-Stufe tatsächlich vom Zählwerk registriert wird. Die Flip-Flop-Schaltung ist nach jedem gezählten Ereignis für die Zeit τ unempfindlich.

Die Anordnungen a) und b) verlieren bei geringen Zählverlusten gleich viel Stösse. Bei grossen Zählverlusten ist die Anordnung b) überlegen. Allerdings sind wegen der Flip-Flop-Stufe zwei weitere Röhren erforderlich. Grosse Zählverluste sind jedoch unerwünscht und auch zu vermeiden, so dass also die am Ausgang des Untersetzers manchmal verwendete Flip-Flop-Stufe unnötig ist und besser durch eine weitere Untersetzungsstufe ersetzt wird.

VI. Ein 128-fach Untersetzer mit gutem Auflösungsvermögen.

Das Schaltschema Fig. 8 zeigt einen 128-fach Untersetzer, der entsprechend den Vorschriften des Abschnittes III dimensioniert wurde und eine Eingangsstufe nach Abschnitt IV aufweist. Um eine grössere Unterteilung zu erhalten, können mehrere solcher Untersetzer in Serie geschaltet werden. Die 1. Stufe besitzt ein

*) Entsprechend der Poisson-Verteilung ist die Wahrscheinlichkeit $W_k(T)$, dass in der Zeit T , k Impulse auftreten, gegeben durch

$$W_k(T) = \frac{\bar{z}^k \cdot e^{-\bar{z}}}{k!}$$

wobei \bar{z} die mittlere Impulszahl in der Zeit T bedeutet. $\frac{n_q'}{n}$ kann als Wahrscheinlichkeit aufgefasst werden, dass in der Zeit T nicht mehr als $(q - 1)$ Impulse stattfinden und daraus folgt unmittelbar

$$\frac{n_q'}{n} = e^{-\bar{z}} \sum_0^{q-1} \frac{\bar{z}^k}{k!}.$$

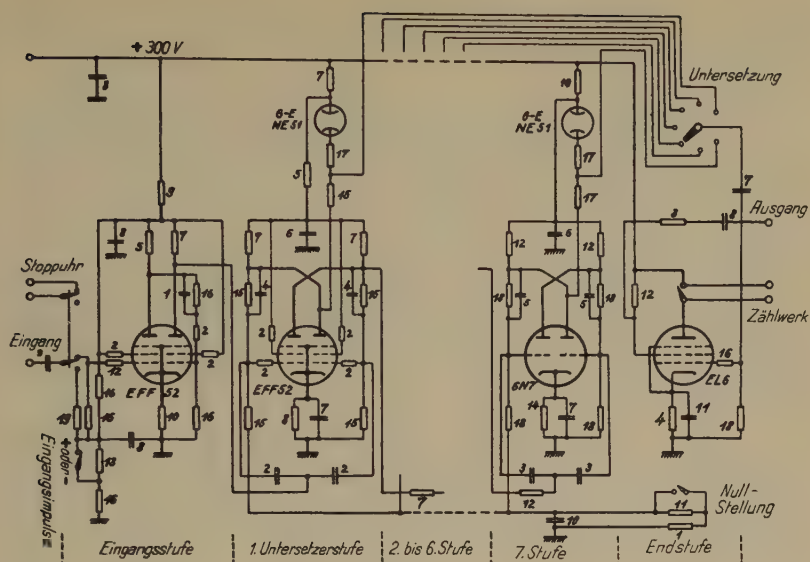


Fig. 8.

128-fach Untersetzer.
Auflösungsvermögen 10^{-6} Sek.

Kondensatoren		Widerstände	
Pos. 1	10 pF	Pos. 1	10 Ω
2	15 pF	2	50 Ω
3	25 pF	3	500 Ω
4	50 pF	4	1,1 k Ω
5	100 pF	5	2 k Ω
6	0,01 μ F	6	2,5 k Ω
7	0,05 μ F	7	5 k Ω
8	0,1 μ F	8	5,5 k Ω
9	0,25 μ F	9	7 k Ω
10	100 μ F	10	10 k Ω
11	200 μ F	Pos. 11	15 k Ω
		12	20 k Ω
		13	25 k Ω
		14	40 k Ω
		15	50 k Ω
		16	100 k Ω
		17	200 k Ω
		18	500 k Ω
		19	1 M Ω

Auflösungsvermögen von 10^{-6} Sekunden. Dieses gute Auflösungsvermögen war zur Untersuchung von Multipliern und zum Studium des Auflösungsvermögens von Zählrohren mit hoher Stosszahl notwendig.

Eine elektrische Stoppuhr und ein Hilfsrelais dienen dazu, eine am Untersetzer einzustellende Impulszahl abzuzählen, wodurch sich eine Interpolation erübrigt und nur noch die benötigte Zeit abgelesen werden muss.

Die Speisespannung braucht nicht stabilisiert zu sein. Ihre zulässigen Schwankungen sind lediglich durch die Interpolationsglimmlämpchen eingeschränkt. Es sei noch bemerkt, dass dieser Untersetzer bereits während eines Jahres in Betrieb ist. Eine solche Dauerprüfung liefert die beste Gewähr für genügende Toleranzen der Schaltung.

Herrn Prof. Dr. P. HUBER sind wir für zahlreiche anregende Diskussionen zu Dank verpflichtet. Der Kommission des Bundes zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung danken wir für finanzielle Hilfe.

Literatur.

Schaltungen mit Thyratrons.

- ¹⁾ C. E. WYNN-WILLIAMS, Proc. Roy. Soc. A **132**, 295 (1931) und A **136**, 312 (1932).
- ²⁾ W. B. LEWIS, Proc. Camb. Phil. Soc. **30**, 543 (1934).
- ³⁾ W. G. SHEPHERD and R. O. HAXBY, Rev. Sci. Inst. **7**, 425 (1936).
- ⁴⁾ J. GIARRATANA, Rev. Sci. Inst. **8**, 390 (1937).

Schaltungen mit Hochvakuumröhren.

- ⁵⁾ H. ALFÉN und P. OHLIN, Zs. f. Phys. **89**, 826 (1934).
- ⁶⁾ W. B. LEWIS, Proc. Camb. Phil. Soc. **33**, 549 (1937).
- ⁷⁾ E. C. STEVENSON and J. A. GETTING, Rev. Sci. Inst. **8**, 414 (1937).
- ⁸⁾ H. LIFSCHUTZ and J. L. LAWSON, Rev. Sci. Inst. **9**, 83 (1938).
- ⁹⁾ H. J. REICH, Rev. Sci. Inst. **9**, 222 (1938).
- ¹⁰⁾ H. ALFÉN, Proc. Phys. Soc. **50**, 358 (1938).
- ¹¹⁾ K. E. FORSMAN, Phys. Zeitschr. **39**, 410 (1938).
- ¹²⁾ H. LIFSCHUTZ, Phys. Rev. **57**, 243 (1940).
- ¹³⁾ O. PICCIONI, Il Nuovo Cimento **1**, 56 (1943).
- ¹⁴⁾ V. H. REGENER, Rev. Sci. Inst. **17**, 180 (1946).
- ¹⁵⁾ V. H. REGENER, Rev. Sci. Inst. **17**, 185 (1946).
- ¹⁶⁾ V. H. REGENER, Rev. Sci. Inst. **17**, 375 (1946).
- ¹⁷⁾ E. BALDINGER, Helv. Phys. Acta **19**, 203 (1946).
- ¹⁸⁾ H. BERTHELOT, J. Phys. Rad. **8**, 185 (1946).

Lehrbücher.

- ¹⁹⁾ W. B. LEWIS, Electrical Counting, Cambridge 1942.
- ²⁰⁾ H. RICHTER, Elektrische Kipperschwingungen, Leipzig 1940.
- ²¹⁾ O. S. PUCKLE, Time Bases, London 1945.

Weitere Literaturangaben.

- ²²⁾ H. ABRAHAM und E. BLOCH, Ann. de Phys. **12**, 237 (1919).
- ²³⁾ W. H. ECCLES und F. W. JORDAN, Radio Rev. **1**, Nr. 3, 1920.
- ²⁴⁾ R. JOST, Helv. Phys. Acta **10**, 173, 1947.

Herstellung und Eigenschaften einer photographischen Emulsion zum Nachweis geladener Teilchen.

von W. Hälg und L. Jenny, Basel.

(10. II. 1948.)

Zusammenfassung. Es wird die Herstellung einer photographischen Emulsion zum Nachweis schwerer geladener Teilchen beschrieben. Unter Verwendung von α -Strahlern bekannter Energie gewinnt man die Energie-Reichweite-Beziehung für α -Teilchen, woraus sich die entsprechende Beziehung für Protonen errechnen lässt.

1. Herstellung der Emulsion.

Die Unmöglichkeit der Beschaffung von Ilford-Platten für kernphysikalische Untersuchungen im Winter 1946 veranlasste uns, die labormässige Herstellung solcher Spezialplatten zu versuchen. Ausgangspunkt für unsere Experimente war das von DEMERS¹⁾ veröffentlichte Rezept.*) Doch führte keiner der zahlreichen nach dieser Vorschrift ausgeführten Versuche zu brauchbaren Emulsionen. Erst der Ausbau und die Modifikation der DEMERS'schen Emulsionsformel ermöglichte uns die Herstellung von bromsilberreichen Schichten, die in ihrer Art ungefähr dem Ilford-Typ „C 2“ entsprechen.

Zu ihrer Darstellung bereitet man zunächst folgende drei Lösungen:

Lösung A:	Destilliertes Wasser	70 cm ³
	Gelatine (Winterthur 3202) . . .	6,5 g
Lösung B:	Destilliertes Wasser	23 cm ³
	KBr	14 g
	10%ige Lösung v. CdBr ₂ + 4 H ₂ O	5 cm ³
	10%ige Lösung v. KJ	2 cm ³
Lösung C:	Destilliertes Wasser	30 cm ³
	AgNO ₃ pro analysi	18 g

Die Emulsionierung erfolgt in einem Becherglas von rund 250 cm³. Man lässt die Gelatine darin eine Stunde bei Raumtemperatur

*) Durch eine Notiz in Science et Industries Photographiques [2], 19, 21 (1948) erhielten wir nach Abschluss der vorliegenden Arbeit Kenntnis von einer ausführlichen Publikation von DEMERS (Canad. Jl. Research [A] 25 223, (1947)).

quellen und erwärmt dann im Thermostat auf 50°C unter langsamem Rühren bis zur vollständigen Lösung. Aus zwei Büretten gibt man bei hellrotem Licht die Lösungen B und C (beide von Raumtemperatur) tropfenweise zu, und zwar C in ca. 27, B in ca. 28 Minuten. Rasches Einlaufenlassen der beiden Lösungen ist unbedingt zu vermeiden, da sonst das gebildete Bromsilber ausflockt. Während des Mischens muss ständig gerührt werden. Die Tourenzahl des Rührers darf nicht zu hoch sein, um Schäumen der Emulsion zu verhüten. Nach beendigter Mischung reift man die Emulsion während 45 Minuten bei 50°C , wiederum unter leichtem Rühren, und giesst sie hernach in eisgekühlte Porzellanschalen. Nach erfolgtem Gelieren (Dauer ca. 15 Minuten) stellt man die Schalen in lichtsicherer Verpackung für 6 Stunden in den Eisschrank. Nach dieser Zeit bildet die Emulsion trotz des relativ geringen Gelatinegehalts eine feste Gallerte, die man stückweise mit einem breiten Hornspatel austicht. Die Stücke bringt man in ein weitmaschiges Filetnetz, hängt dieses in einen Wässerungskasten und wäscht die Emulsion im laufenden Wasser während 16 Stunden. Diese lange Waschkdauer ist nötig, damit die bei der Umsetzung entstandene Menge KNO_3 entfernt wird. Bei ungenügendem Auswaschen kristallisieren die Platten beim Trocknen teilweise aus.

Nach beendigtem Waschen nimmt man das Netz heraus und lässt die Emulsion eine halbe Stunde abtropfen. Dann bringt man sie wieder in ein Becherglas, hängt dieses in den 35°C warmen Thermostaten und schmilzt dadurch die Emulsion. Bei richtigem Vorgehen soll sie nun ein Volumen von 150 cm^3 haben.

Zum Vergiessen müssen verschiedene Zusätze beigegeben werden, so Chromalaun als Härtungsmittel, KBr als Stabilisator gegen Lagerschleier, Alkohol zur Erniedrigung des Erstarrungspunktes der Gelatine, Netzmittel*), um das Giessen zu erleichtern und schliesslich Glyzerin, um das Abblättern der dicken Emulsionschicht beim Trocknen zu verhüten. Mit Ausnahme des Netzmittels lassen sich diese Zusätze in einer Lösung vereinen:

Destilliertes Wasser	78 cm^3
Chromalaun	2 g
Alkohol 96%	60 cm^3
KBr -Lösung, 10%ig	0,75 cm^3
Glyzerin reinst	42 cm^3 .

9 cm^3 dieser Lösung gibt man unter gutem Rühren zu 150 cm^3 Emulsion; ausserdem kommen 5 cm^3 Netzmittel 0,2 % dazu. Um

*) z. B. Lyssin der Firma J. R. Geigy A.G.

die Allgemeinempfindlichkeit der Platten zu erhöhen, was sich durch deutlicher sichtbare Teilchenspuren äussert, erwies sich ferner ein Zusatz von 1 cm³ Acridinorange (2‰ige wässrige Lösung) als vorteilhaft. Dieser Farbstoff sensibilisiert die Schichten nur bis ungefähr 5500 AE, so dass sie gefahrlos bei hellrotem Licht verarbeitet werden können (Gegensatz zu den stärker rotempfindlichen Ilford-Platten, die bei rotem Licht leicht schleiern).

Auf 35° C erwärmt, ist die Emulsion zum Vergiessen bereit. Dieses erfolgt auf vorpräparierte Glasplatten, welche mit einer dünnen Schicht gehärteter Gelatine überzogen sind. Man bereitet sich dazu eine Lösung von 2 g Gelatine in 150 cm³ dest. Wasser (35° C), setzt 5 cm³ Netzmittel 0,2% und 2,5 cm³ Chromalaun 2% zu und filtriert dann durch Papier. Auf eine saubere Platte 9 × 12 gibt man 5 cm³ dieser Lösung, verteilt sie gleichmässig und lässt den Überschuss abtropfen. Dann wird die Platte an staubfreiem Ort zum Trocknen gestellt.

Der Emulsionsauftrag auf diese untergossenen Platten erfolgt auf einer ausnivellierten Spiegelglasscheibe, die von unten mit Eiswasser gekühlt wird. Zur Bereitung von 50 μ dicken Schichten sind 15 cm³, zu 100 μ dicken 30 cm³ Emulsion auf 9 × 12 cm grosse Platten zu bringen. Man saugt 15 cm³ Emulsion in eine Messpipette und lässt sie vorsichtig durch ein kleines Sieb aus Glasbattist auf die Mitte der präparierten Platte laufen. Dann verteilt man die Emulsion sorgfältig mit einem gebogenen Glasstäbchen auf alle Seiten. Für dickere Platten giesst man sofort das gleiche Quantum Emulsion nach. Nach rund 10 Minuten sind die 50 μ und nach 30 Minuten die 100 μ dicken Platten geliert. Sie werden nun in einem Schrank, durch den gefilterte Luft von maximal 34° C streicht, getrocknet.

Die Haltbarkeit der Platten und ihre Schleierfreiheit sind bei richtiger Herstellung gewährleistet. Schichten, die wir vor einem Jahr herstellten, zeigen noch keine merkbare Verschleierung.

Die angegebene Gelatine Winterthur Nr. 3202 kann auch durch andere Emulsionsgelatinen ersetzt werden, doch zeigen sich Variationen in Korngrösse und Empfindlichkeit je nach dem Typ der Gelatine; dagegen verändert sich das Bremsvermögen der Schichten nicht.

Zur photochemischen Behandlung eignen sich die von Ilford angegebenen Vorschriften. Man entwickelt — unter Beachtung genügender Bewegung — mit dem Entwickler ID 19 und fixiert nach einem Zwischenbad in Essigsäure mit neutralem Fixierbad.

2. Eigenschaften der Emulsion.

Am latenten Bild der Bahnspuren ionisierender Teilchen ist nur eine äusserst geringe Menge der in der Platte vorhandenen Silberhalogenide beteiligt. Alles übrige Ag-Halogenid muss beim Fixieren entfernt werden, wobei zufolge des grossen Silberhalogenid-Gelatine-Verhältnisses die Schichten zusammenschrumpfen. Der Wert der latenten Bahnkomponente senkrecht zur Plattenoberfläche ist deshalb um einen bestimmten Faktor grösser als der im Mikroskop ermittelte. Dieser Schrumpfungsfaktor lässt sich durch Dickenmessung an einer Schicht vor und nach dem Fixieren ermitteln; er beträgt für die beschriebene Emulsion 2,2.

Die Abhängigkeit der Reichweite in der Emulsion von der kinetischen Energie wurde für α -Teilchen im Energieintervall zwischen

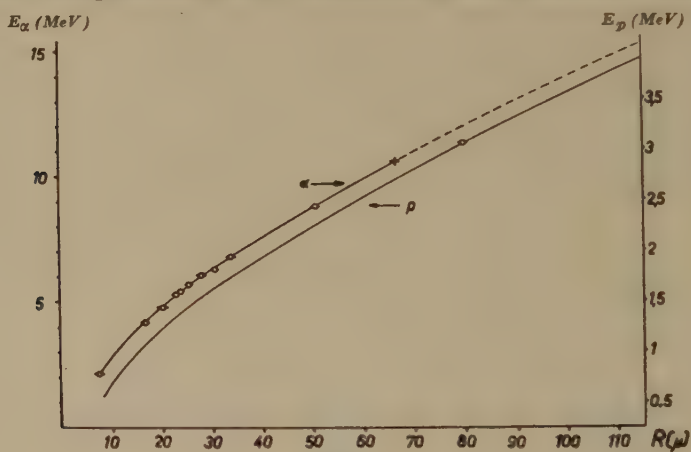


Fig. 1.

Zusammenhang zwischen der Reichweite R und der kinetischen Energie E für α -Teilchen und Protonen.

2 und 9 MeV bestimmt. Zur Eichung verwendeten wir die natürlichen α -Strahler der Thorium-Reihe sowie Uran, Polonium und Samarium. Die Energiewerte sind der Zusammenstellung von HOLLOWAY und LIVINGSTON²⁾ (Thorium-Familie und Polonium) sowie den Messungen von ALDER, HUBER und METZGER³⁾ (U I, U II) entnommen. Für Samarium ergibt sich aus der Reichweite-Bestimmung der α -Teilchen in Normalluft durch HOSEMAN⁴⁾ und der Energie-Reichweite-Beziehung nach LIVINGSTON und BETHE⁵⁾ eine Energie von 2,14 MeV.

Die Spuren der Th-Familie sowie diejenigen der Uran-Isotope erhält man durch Einlegen der Platten in 0,01 n-Thoriumnitrat-

lösung bzw. 3% Uranylacetatlösung; Impfen der Emulsion mit einer äusserst schwach aktiven Nadelspitze liefert die Po- α -Teilchen. Da Samarium nur in geringen Mengen zur Verfügung stand, brachten wir einige Kristallsplitter des Nitrates auf die Emulsion und befeuchteten sie mit Wasser. Die Gerbung der Gelatine durch das Sm-Nitrat verlangt vor dem Entwickeln eine Enthärtung, was mit 10%iger Pottaschelösung geschehen kann. Werden die Spuren durch Einlegen der Platten in wässrige Lösungen erzeugt, so sind diese gleichmässig in der Emulsion verteilt, da die radioaktiven Kerne in die gequollene Gelatine hineindiffundieren. Durch rasches Trocknen erreicht man, dass der grösste Teil aller α -Teilchen in einer trockenen Platte gebremst wird. Die gequollene Schicht hat nämlich gegenüber der trockenen ein verkleinertes Bremsvermögen, wodurch eine einseitige Verbreiterung der Reichweite-Häufigkeitsstatistik eintreten würde.

Aus den gemessenen Spurenlängen gewinnt man die in der Figur angegebene Energie-Reichweite-Beziehung für die beschriebene Emulsion. Der Wert bei 10,5 MeV entspricht einem gemessenen langreichweitigen α -Teilchen des ThC'-Zerfalls. Dieses Teilchen konnte eindeutig festgestellt werden. Mit Hilfe der von LIVINGSTON und BETHE⁵⁾ angegebenen Umrechnungsformel lässt sich die Reichweite der Protonen aus derjenigen der α -Teilchen berechnen, wenn die Grösse c in jener Formel bekannt ist.

$$R_p(E/3,971) = 1,007 R_\alpha(E) - c.$$

LATTES, FOWLER und CUER⁶⁾ haben Reichweite-Energiekurven für Protonen und Alphateilchen der Ilford-Nuclear-Research-Emulsionen angegeben, woraus für einige Energiewerte c bestimmt wurde. In erster Näherung ergibt sich für c ein linearer Zusammenhang mit der Alphaenergie E :

$$c(\mu) = 0,25 \mu \frac{E(\text{MeV})}{1 \text{ MeV}} - 0,4 \mu \text{ für: } 2 \text{ MeV} < E < 15 \text{ MeV}.$$

Mit diesem Ansatz für c ist die ebenfalls in der Figur aufgenommene Reichweitekurve für Protonen berechnet. Die Umrechnung lässt sich bis zu etwa 3,8 MeV Protonenenergie durchführen; für grössere Energien benötigt man α -Werte, welche nur sehr ungenau aus der bestimmten Reichweite-Energiekurve extrapoliert werden können. Zur Kontrolle konnte durch Auswertung der Rückstossprotonen von d-d-Neutronen (190 keV mittlere Deutronenenergie) unter Verwendung der von BONNER⁷⁾ angegebenen Energietönung ein Eichpunkt bei 3,07 MeV ermittelt werden. Für diesen Energiewert stimmen Rechnung und Experiment gut überein. Die Reichweite der Spuren

in der beschriebenen Emulsion ist um etwa 6% grösser als diejenige von Teilchen gleicher Energie in den Ilford-Research-Platten.

Untersuchungen über das latente Bild und dessen zeitliches Abklingen in Abhängigkeit von der Teilchenart sind in Vorbereitung.

Wir danken Herrn Prof. Dr. P. HUBER für sein reges Interesse an diesen Arbeiten sowie der Bundeskommission zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung für finanzielle Unterstützung.

Ebenso sind wir Herrn Prof. Dr. F. BÜRKI, der uns ermöglichte, in seinen Laboratorien die Emulsionen herzustellen, zu Dank verpflichtet.

Der eine von uns (W. H.) dankt der A.G. Brown, Boveri & Co., Baden, für die Möglichkeit, diese Untersuchungen im Physikalischen Institut der Universität Basel durchzuführen.

Literatur.

- ¹⁾ P. DEMERS, Phys. Rev. **70**, 86 (1946).
 - ²⁾ M. G. HOLLOWAY and M. S. LIVINGSTON, Phys. Rev. **54**, 18 (1938).
 - ³⁾ F. ALDER, P. HUBER und F. METZGER, Helv. Phys. Acta **20**, 234 (1947).
 - ⁴⁾ R. HOSEMANN, Zs. f. Phys. **99**, 405 (1936).
 - ⁵⁾ M. S. LIVINGSTON and H. A. BETHE, Rev. Mod. Phys. **9**, 245 (1937).
 - ⁶⁾ C. M. G. LATTES, P. H. FOWLER and P. CUER, Nature **159**, 301 (1947).
 - ⁷⁾ T. W. BONNER, Phys. Rev. **59**, 237 (1941).
-

Ultraschallgenerator mit Normalfrequenz

von A. Barone.

(6. III. 1948.)

Viele Messungen auf dem Gebiete des Ultraschalls benötigen eine Spannung von konstanter, genauestens bekannter Frequenz. Eine solche Spannung kann entweder zur direkten Anregung des Generatorquarzes verwendet werden, oder als Vergleichsmaßstab der im Experiment verwendeten Frequenzen. So wird z. B. die Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Ultraschallwellen durch die Bestimmung ihrer Wellenlängen ausgeführt, weshalb eine genaue Kenntnis der Frequenz erforderlich ist.

Die mit piezoelektrischen Quarzen gesteuerten Oszillatoren liefern bekanntlich sehr konstante Normalfrequenzen, besonders bei Verwendung von Thermostaten, die die Temperatur des Kristalls konstant halten. Wir haben nun einen Ultraschallgenerator mit Normalfrequenz konstruiert, der Präzisionsmessungen erlaubt, dabei den Vorteil der Einfachheit in der Konstruktion besitzt und eine genaue Kontrolle der Frequenz unter Verwendung verhältnismässig einfacher Laboratoriumshilfsmittel ermöglicht.

Der Apparat besteht aus einem piezoelektrischen Steueroszillator, der eine Normalfrequenz von 1 MHz erzeugt und an den ein 3-stufiger Verstärker — dessen 2 letzte Röhren gleichzeitig als Frequenzmultiplikatoren wirken — angeschlossen ist. An den Ausgangsklemmen liefert er eine Leistung von zirka 18—20 Watt, bei einer Frequenz von 4 MHz. Die Frequenzkontrolle wird durch Vergleich mit Radiosignalen durchgeführt, die aus Amerika mit Normalfrequenzen gesendet werden.

Das allgemeine Schema des Apparates ist in Fig. 1 wiedergegeben. Der Oszillator enthält eine Triode 6C5 (R.C.A.), an die der Steuerquarz in der bekannten Pierce'schen Schaltung angekoppelt ist. Wie bekannt, muss, zur Verwirklichung von Schwingungszuständen in Oszillatoren dieser Art, der Gitter- und der Anodenstromkreis induktive Reaktanz mit der Schwingungsfrequenz haben. Der Anodenstromkreis ist deshalb auf eine etwas höhere Frequenz als die der Schwingung des Steuerquarzes abgestimmt. Die mit dem Apparat erhaltene Frequenz ist äusserst konstant und ändert sich nur mit der Temperatur des Quarzes.

Für die Zwecke, für die der Apparat gebaut war, kommt nicht so sehr ein vorbestimmter Wert der Frequenz in Betracht, als die genaueste Feststellung der tatsächlich vorhandenen. Es genügt daher, den exakten Zusammenhang zwischen der Frequenz und der Temperatur des Steuerquarzes zu kennen und sich zu vergewissern, dass der Oszillator unter allen Verhältnissen die geforderte Beständigkeit besitzt. Daraus ergibt sich der Vorteil, in Hinblick auf möglichste Vereinfachung des Apparates, auf die Verwendung eines Thermostaten verzichten zu können. Der Steuerquarz ist deshalb einfach in einem, innen mit Kork verkleideten, Metallgehäuse untergebracht zwecks elektrischer und bis zu einem gewissen Grade thermischer Abschirmung. Die Temperatur wird mit einem Thermometer gemessen, dessen Kugel sich innerhalb des Gehäuses, nahe dem Quarz befindet.

Die auf den Oszillator folgenden Stufen enthalten im einzelnen:

1. Eine auf 1 MHz abgestimmte Penthode 6J7 (R.C.A.), die als Separator und Klasse *A*-Verstärker funktioniert; sie bringt die vom Anodenstromkreis gelieferte Spannung des Oszillators auf einen ausreichenden Wert zur Steuerung des nächsten Kreises.

2. Eine Penthode 6V6 (R.C.A.), die als Klasse *C*-Verstärker und Frequenzduplikator dient, und deren Anodenstromkreis auf 2 MHz abgestimmt ist.

3. Eine Penthode 6L6 (R.C.A.), ebenfalls als Klasse *C*-Verstärker und Frequenzduplikator, mit auf 4 MHz abgestimmtem Anodenstromkreis.

Die Ausgangsleistung, die der Erzeugung der Ultraschallwellen dient, wird der 6L6-Röhre mittels eines abgestimmten Sekundärkreises entnommen, der eine veränderliche Kopplung mit dem Anodenschwingungskreis der Röhre besitzt.

Die Gittervorspannung der drei Verstärkerröhren wird automatisch durch passende Widerstände an Kathode und Gitter erzeugt, wobei der Kathodenwiderstand eine Sicherungsvorspannung ergibt, deren Hauptzweck die Beschränkung der Anodenströme im Falle eines Aussetzens der Schwingungen ist, während der Gitterwiderstand unter dynamischen Verhältnissen wirksam wird und die Einstellung der richtigen negativen Vorspannung an den Gittern zur Folge hat, damit die Röhren unter den gewünschten Arbeitsbedingungen funktionieren.

Die Anodenströme der beiden Endröhren können durch Instrumente, die in den respektiven Stromkreisen eingeschaltet sind, kontrolliert werden.

Die Messung der Frequenz des Oszillators wird durch Vergleich mit dem Normalzeichen des Senders W.W.D. des „National Bureau of Standards“ in Washington durchgeführt, der ständig auf Trägerfrequenzen von 5 MHz, 10 MHz und 15 MHz zwei überlagerte Signale von 440 Hz und 4000 Hz überträgt. Alle fünf Minuten reduziert sich die Übertragung, für die Dauer von einer Minute, auf nicht modulierte Trägerfrequenzen. Die relative Abweichung, sowohl für die Trägerfrequenzen als für die Modulationsfrequenzen, ist geringer als $1:10^7$ Hz. In Europa kann man am besten die zwei Signale zu 10 MHz und 15 MHz auffangen; der Empfang ist besonders in den ersten Morgenstunden gut.

Unsere Messung benötigt weiterhin lediglich einen Radioempfänger für Kurzwellen, einen Kathodenstrahloszillographen und einen gewöhnlichen Niederfrequenzoszillator. Sie wird nach dem Schema Fig. 2 auf 10 MHz durchgeführt:

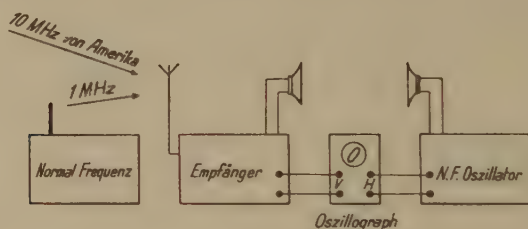


Fig. 2.

Der Apparat ist in der Nähe des Radioempfängers montiert, und man lässt nur den Steueroszillator mit 1 MHz unter gleichzeitiger Unterbrechung der Speisung der folgenden Kreise funktionieren. Das von ihm ausgestrahlte Feld trifft die Empfangsantenne, und die 10. Harmonische der Schwingung wird gleichzeitig mit dem amerikanischen Signal von 10 MHz empfangen. Im Detektorstromkreis des Radioempfängers wird so eine Schwebung erzeugt, deren Frequenz gleich der Differenz zwischen der Frequenz des amerikanischen Signals und der 10. Harmonischen der Lokalschwingung ist. Die Messung der Schwebungsfrequenz wird mit dem Oszillographen durch Vergleich mit der Frequenz des Niederfrequenzoszillators (Tongenerator) durchgeführt. Die zwei Lautsprecher sind nicht notwendig, doch erleichtert eine Gehörkontrolle die Messung. Um eventuelle Fehlerquellen auszuschalten, ist es gut, die Kontrolle während der Minute auszuführen, in der das amerikanische Signal von 10 MHz nicht moduliert ist.

Ist f die Schwebungsfrequenz und F diejenige unseres Oszillators, so gilt:

$$F = 10^6 \pm \frac{f}{10}, \quad (1)$$

wobei wir das Zeichen + oder — zu verwenden haben, je nachdem $10 F \geq 10 \text{ MHz}$ ist. Zur Bestimmung dieses Vorzeichens wurde der eingebaute Überlagerungskreis des Radioapparates verwendet, der der Aufnahme der telegraphischen Signale dient: es genügt, die Schwebung auf 0 zu reduzieren und separat zuerst das amerikanische Signal und dann dasjenige des eigenen Oszillators zu empfangen, um den Sinn der notwendigen Frequenzänderung festzustellen.

Mit dieser Methode ist die Frequenz des Oszillators in Funktion der Temperatur des Quarzes in einem weiten Intervall gemessen

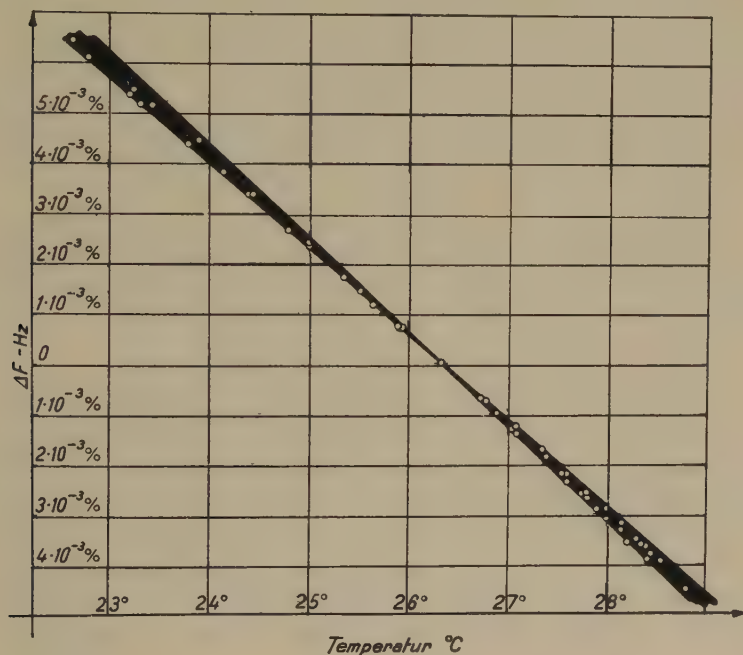


Fig. 3.

worden; die Resultate sind im Diagramm Fig. 3 wiedergegeben. Was die Genauigkeit der Messung betrifft, bemerken wir, dass nach (1) der absolute Fehler

$$\Delta F = \frac{\Delta f}{10}$$

beträgt, wobei Δf den absoluten Fehler bedeutet, mit dem die Frequenz des Niederfrequenzoszillators behaftet ist. Der relative Fehler ist daher:

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{\Delta f}{10^7 \pm f},$$

und da f gegenüber 10^7 vernachlässigt werden kann, erhalten wir für den prozentualen Fehler:

$$\frac{\Delta F}{F} 100 = \frac{f}{10^7} \frac{\Delta f}{f} 100$$

oder:

$$\Delta F \% = f 10^{-7} \Delta f \% . \quad (2)$$

Wie man sieht, ist ΔF um so kleiner, je kleiner die Schwebungsfrequenz f ist.

Die Formel (2) zeigt ausserdem, dass es möglich ist, auch bei geringer Präzision des Niederfrequenzoszillators genügend exakte Messungen auszuführen. Die schwarze Zone in Fig. 3 stellt den Bereich des Maximalfehlers dar, bedingt durch den verwendeten Niederfrequenzoszillator, dessen Präzision zirka $\pm 5\%$ betrug. Der grösste Teil der eingezeichneten Punkte, die den an verschiedenen Tagen ausgeführten Messungen entsprechen, fällt tatsächlich in diese Zone.

Wie man sieht, kann, bei einer Abweichung von z. B. 200 Hz von ihrem Nominalwert von 1 MHz, die Frequenz des Quarzoszillators in der einfachsten Weise mit einer Präzision von $\pm 10^{-4}\%$, bestimmt werden, was jedem Genauigkeitsanspruch auf dem Gebiete der Ultraakustik gerecht wird.

Der Verfasser dankt Herrn Professor Dr. EDGAR MEYER, Direktor des Physikalischen Instituts der Universität Zürich, herzlich für sein gütiges Interesse an der vorliegenden Arbeit und für die freundliche Zurverfügungstellung aller Mittel, die für ihre Durchführung notwendig waren.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

Freinage des neutrons rapides dans le graphite

par A. Houriet et A. Kind (Genève).

(5. IV. 1948.)

Les recherches de ces dix dernières années — l'étude des niveaux des noyaux en particulier — ont montré qu'il est du plus haut intérêt de posséder une source de neutrons dont le spectre soit continu et s'étende des énergies thermiques (quelques $1/100$ d'électron-volt) jusqu'à quelques millions d'électrons-volt. Les sources connues — émission de neutrons lors de réactions nucléaires — fournissent toutes des neutrons rapides (Energie E_0 quelques MeV.). Leurs spectres se composent d'une ou de plusieurs raies étroites. Pour les transformer en spectres continus et étendus, on ralentit les neutrons par chocs successifs contre des noyaux. FERMI utilisa pour cela les noyaux H des substances hydrogénées (p. ex. paraffine); ces substances offrent l'inconvénient d'absorber fortement les neutrons (par formation d'hydrogène lourd $H_1^1 + n_0^1 = D_1^2$). Pour l'éviter, on rechercha des modérateurs non absorbants. Les substances les plus adéquates trouvées jusqu'ici sont l'eau lourde (D_2O) et le graphite (C_6^{12}). Ce sont elles qui permirent la réalisation des réactions en chaîne dans les piles à uranium.

La théorie du ralentissement des neutrons s'est développée parallèlement aux recherches expérimentales. De nombreux travaux ont étudié l'établissement du régime «lent» (régime pour lequel les neutrons possèdent une énergie E petite, comparée à l'énergie d'émission E_0 ($E/E_0 \ll 1$). La répartition des neutrons lents ne dépend pratiquement pas de la largeur de la raie d'émission, que l'on peut représenter par une fonction singulière de DIRAC $\delta(E - E_0)$. Les calculs sont alors simplifiés. La répartition des neutrons lents que l'on obtient ainsi est satisfaisante et paraît être en bon accord avec l'expérience.

Le spectre de ralentissement des neutrons rapides est mal connu. Les énergies considérées étant voisines de l'énergie d'émission, il est évident que l'on ne peut plus négliger la largeur des raies d'émission (quelques 100000 électrons-volt). On pourrait, semble-t-il, utiliser un spectre $\delta(E - E_0)$ et effectuer ensuite une intégration par rapport à E_0 . Cette méthode conduit à des intégrations doubles, ce qui

la rend inefficace et inexacte. De plus elle introduit des discontinuités artificielles. Le but de ce travail est d'exposer une technique exempte de ces difficultés, qui permette de déterminer les spectres de ralentissement aux environs de la raie d'émission.

Pour développer la méthode, nous ferons les hypothèses suivantes :

1. La source est ponctuelle et isotrope, placée à l'origine.
2. Le modérateur remplit tout l'espace.
3. Le choc entre le neutron et le noyau du modérateur est élastique, de symétrie sphérique dans le système du centre de gravité.
4. Le centre de gravité coïncide avec les noyaux de masse M au repos du modérateur. Cette hypothèse, qui n'est légitime que pour $M \rightarrow \infty$, constitue une bonne approximation dans le cas où $M = 12$ (graphite).
5. En chaque point du modérateur, la répartition des vitesses est isotrope.

Des travaux en cours étudient l'application de la même méthode lorsqu'on s'affranchit des hypothèses 2, 4 et 5.

Désignons par

$$dN = \varrho(r, E) dr dE$$

le nombre des neutrons d'énergie comprise entre E et $E + dE$, et qui se trouvent à la distance r , $r + dr$ de la source. Soit $\sigma_s(E)$ la section de diffusion élastique et $\sigma_c(E)$ la section de capture neutron-carbone. La section totale est

$$\sigma(E) = \sigma_s(E) + \sigma_c(E).$$

Si n désigne le nombre de noyaux C par cm^3 , les chemins moyens valent :

$$\lambda_s(E) = \frac{1}{n \sigma_s(E)} \quad \lambda_c(E) = \frac{1}{n \sigma_c(E)} \quad \lambda(E) = \frac{1}{n \sigma(E)}$$

et l'on a évidemment :

$$\frac{1}{\lambda(E)} = \frac{1}{\lambda_s(E)} + \frac{1}{\lambda_c(E)}.$$

Un bon modérateur est caractérisé par

$$\sigma_s(E) \gg \sigma_c(E) \text{ ou encore } \kappa = \frac{\lambda(E)}{\lambda_s(E)} \cong 1.$$

Cette condition est réalisée par le graphite pur. L'adjonction de substances étrangères diminue le rapport κ et la qualité du modéra-

teur. Nous prendrons $\kappa = 1$. Les hypothèses 1—5 conduisent à l'équation de FLUGGE¹⁾:

$$\frac{\varrho(r, E) v}{r \lambda(E)} = \frac{1}{2(1-\alpha^2)} \int_0^\infty dr' \int_E^{E/\alpha^2} \frac{dE'}{E'} \frac{\varrho(r', E') v'}{r' \lambda^2(E')} \int_{\frac{|r-r'|}{\lambda'}}^{\frac{r+r'}{\lambda'}} \frac{ds}{s} e^{-s} + \frac{Q(E) e^{-\frac{r}{\lambda}}}{r \lambda(E)}$$

$$\alpha = \frac{M-m}{M+m} \text{ avec } \begin{matrix} M = \text{masse du noyau modérateur} \\ m = \text{masse du neutron} \end{matrix}$$

$$v = \text{vitesse du neutron} \quad Q(E) = \text{spectre de la source.}$$

Introduisons

$$\frac{\varrho(r, E) v}{r \lambda(E)} = g(r, E)$$

$$x = \frac{r}{\lambda} \quad x' = \frac{r'}{\lambda}$$

$$E = E_0 e^{kt} \quad a = -\frac{1}{k} \ln \alpha^2.$$

E_0 désigne l'énergie pour laquelle Q est maximum. L'expérience montre que la variation de $\lambda(E')$ dans l'intervalle $E \leq E' \leq E/\alpha^2$ est négligeable. L'équation précédente s'écrit alors:

$$g(x, t) = \frac{k}{2(1-\alpha^2)} \int_0^\infty dx' \int_t^{t+a} dt' g(x', t') \int_{|x-x'|}^{x+x'} \frac{ds}{s} e^{-s} + Q(t) \frac{e^{-x}}{x \lambda^2}.$$

Dans le cas qui nous intéresse, il est possible de choisir k de telle sorte que la fonction e^{-t^2} fournisse une bonne approximation de la source*). Soient E_{01} et E_{02} les valeurs de l'énergie qui correspondent aux valeurs $t = 1$ et $t = -1$, on a

$$\frac{E_{01}}{E_0} = e^k \quad \left(1 + \frac{\Delta E_{01}}{E_0}\right) = e^k \quad \text{si} \quad \Delta E_{01} = E_{01} - E_0$$

$$\frac{E_{02}}{E_0} = e^{-k} \quad \left(1 - \frac{\Delta E_{02}}{E_0}\right) = e^{-k} \quad \text{si} \quad \Delta E_{02} = E_0 - E_{02}$$

$E_{01} - E_{02} = \Delta E_{01} + \Delta E_{02} = \Delta E_0$ mesure la largeur de la raie d'émission. Pour les sources connues, on a toujours

$$\frac{\Delta E_0}{E_0} \ll 1$$

ce qui entraîne

$$2k \cong \frac{\Delta E_0}{E_0} \ll 1$$

*) La source de neutrons ($-$ réaction $D_1^2 + D_1^2 = He_2^3 + n_1^0 -$) avec laquelle nous comparons nos résultats possède un spectre d'émission bien représenté par la fonction e^{-t^2} , si l'on choisit $k = 0,0636$, $E_0 = 2,95$ MeV, $\Delta E_0 = 0,38$ MeV.

Nous développerons la solution suivant les puissances croissantes de k . Cette méthode de calcul est générale et ne dépend pas de la fonction $Q(t)$ choisie pour la source. Elle s'applique toute les fois que l'on a

$$2k \ll 1.$$

Reprenons l'équation intégrale. Si l'on ne considère que la variable x , l'équation intégrale possède un noyau $K(x, x')$ symétrique, dont la seule singularité, en $x = x'$, est logarithmique. Il est donc possible de la résoudre par une transformation de Fourier. Définissons

$$g(x, t) = \int_0^{\infty} du G(u, t) \sin ux \quad G(u, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} dx g(x, t) \sin ux$$

ce qui entraîne

$$\begin{aligned} \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} dx \sin ux \int_0^{\infty} dx' g(x', t') \int_{|x-x'|}^{x+x'} \frac{ds}{s} e^{-s} &= 2 \frac{\operatorname{arctg} u}{u} G(u, t) \\ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} dx \sin ux \frac{e^{-x}}{x} &= \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} u \\ G(u, t) &= \frac{k}{(1-\alpha^2)} \frac{\operatorname{arctg} u}{u} \int_t^{t+a} dt' G(u, t') + \frac{2 \operatorname{arctg} u}{\pi \lambda^2} e^{-t^2}. \end{aligned}$$

L'équation primitive est réduite à une équation intégrale simple. Pour en trouver la solution, nous diviserons tout d'abord l'intervalle $-\infty \leq t \leq \infty$ en deux intervalles partiels:

Intervalle I. $-b \leq t \leq \infty$

Intervalle II. $-\infty \leq t \leq -b$.

Nous choisissons b (ou l'énergie correspondante E_1) de telle sorte que l'on puisse poser

$$Q(t) \cong 0 \quad \text{si} \quad -\infty \leq t \leq -b.$$

Dans le cas qui nous intéresse, ($Q(E) = e^{-t^2}$), le calcul montre qu'il faut choisir $b = 2$.

On obtient ainsi deux équations intégrales, valables chacune dans un des domaines définis

$$\text{Intervalle I. } G(u, t) = A \int_t^{t+a} dt' G(u, t') + B(u, t)$$

$$\text{Intervalle II. } G(u, t) = A \int_t^{t+a} dt' G(u, t')$$

$$\text{avec } A = \frac{k \operatorname{arctg} u}{(1-\alpha^2)u} \quad \text{et} \quad B = \frac{2 \operatorname{arctg} u}{\pi \lambda^2} \cdot e^{-t^2}$$

Si la source est symétrique par rapport à $t = 0$ ($E = E_0$), — condition réalisée par les sources que l'on possède — on aura

$$Q(t) \cong 0 \quad \text{pour } t > b.$$

Nous admettrons que tous les neutrons proviennent de la source Q . Pour $t \geq b$, $Q \cong 0$, et en conséquence $G(u, t) \cong 0$, puisque $G(u, t)$ représente l'ensemble des neutrons et qu'un neutron issu de Q ne peut que perdre de l'énergie, c'est-à-dire voir diminuer la variable t qui lui est associée. Supposons d'autre part que l'on ait

$$a > 2b.$$

Il sera possible, dans l'intervalle I, de remplacer la limite supérieure $t + a$ de l'intégrale par ∞ . Si l'on tient compte des définitions de a , α , k , la condition précédente s'écrit :

$$a = -\frac{1}{k} \ln \alpha^2 \cong -4 \frac{E_0}{\Delta E_0} \ln \left(\frac{1 - \frac{m}{M}}{1 + \frac{m}{M}} \right) > 2b. \quad *)$$

Cette condition n'est pas réalisée pour de grandes valeurs de M . Par contre, si l'on prend $M = 12$ (graphite) et les données expérimentales : $E_0 = 2,95$ MeV., $\Delta E_0 = 0,38$ MeV., il vient

$$a = 5,25.$$

Pour que la condition $Q \sim e^{-t} \cong 0$ soit remplie si $|t| \geq b$, il est nécessaire de choisir $b \geq 2$. Dans le cas qui nous intéresse, on a bien $a > b$.

Appelons $G_0(u, t)$ la solution $G(u, t)$ dans le domaine $-b \geq t \geq \infty$. Elle satisfait l'équation

$$G_0(u, t) = B(u, t) + A \int_t^\infty dt' G_0(u, t').$$

Nous déterminons $G_0(u, t)$ par la méthode de Neumann

$$G_0(u, t) = B(u, t) + A \int_t^\infty dt' B(u, t') + A^2 \int_t^\infty dt' \int_t^\infty dt'' B(u, t'') + \dots$$

*) Si l'on choisit $b = 2$, cette condition s'écrit pour de grandes valeurs de M :

$$2 \frac{E_0}{\Delta E_0} \frac{m}{M} > 1.$$

Cette condition est équivalente à celle que nous trouverons, à la page 6 ($|\delta E| > \Delta E_0$), qui assure la convergence rapide de la série représentant la solution.

Il est facile d'interpréter physiquement chacun des termes de ce développement. Le premier

$$B(u, t) \equiv S_0(u, t)$$

représente tous les neutrons qui n'ont pas subi de choc, le deuxième

$$A \int_t^\infty dt' B(u, t') \equiv S_1(u, t)$$

ceux qui ont subi un choc; le troisième

$$A^2 \int_t^\infty dt' \int_{t'}^\infty dt'' B(u, t'') \equiv S_2(u, t)$$

ceux qui ont subi deux chocs, et ainsi de suite.

Examinons les conditions physiques qui doivent être réalisées pour que cette série converge rapidement. Tout choc entraîne une perte d'énergie moyenne

$$\overline{\delta E} = - \frac{2 m M}{(M + m)^2} \cdot E$$

où E représente l'énergie du neutron avant le choc. Supposons que l'on ait

$$|\overline{\delta E}| \sim \Delta E_0$$

ΔE_0 désignant la largeur de la raie d'émission. Le centre de gravité \bar{E}_n (énergie moyenne) des différents spectres $S_n(u, t)$

$$S_0(u, t), S_1(u, t), S_2(u, t), \dots S_n(u, t)$$

qui se trouve en E_0 pour $S_0(u, t)$ se déplace rapidement vers les basses énergies. La probabilité que le neutron, après n chocs, possède une énergie supérieure à $E_1(t > -b)$ tend vers zéro lorsque n croît. Dans le cas qui nous intéresse, elle est négligeable pour $n > 4$. La somme

$$\sum_{n=5}^{\infty} S_n(u, t)$$

représente au plus 1 % de la somme totale

$$S(u, t) = \sum_{n=0}^{\infty} S_n(u, t).$$

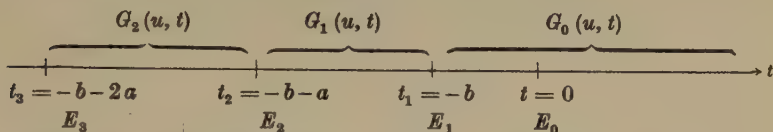
On peut donc poser

$$S(u, t) \cong \sum_{n=0}^4 S_n(u, t)$$

et calculer la répartition des neutrons, dans l'espace et en énergie, en effectuant la transformation de Fourier de $S(u, t)$ et en rem-

plaçant t par $1/k \ln E/E_0$. On obtient ainsi la densité des neutrons d'énergie plus grande que E_1 ($t > -b$).

Il reste à déterminer la solution pour les énergies inférieures à E_1 . Dans ce but, nous diviserons l'intervalle $-\infty \leq t \leq -b$ en une infinité de domaines d'égale longueur a , par les points $t_2 = -b - a$, $t_3 = -b - 2a$, $t_4 = -b - 3a$, etc. . . . auxquels correspondent les énergies E_2 , E_3 , E_4 , etc. Nous désignerons par $G_1(u, t)$ la solution $G(u, t)$ du domaine $-b - a \leq t \leq -b$; $G_2(u, t)$ la solution $G(u, t)$ du domaine $-2a - b \leq t \leq -b - a$; et généralement $G_n(u, t)$ la solution du domaine $-na - b \leq t \leq -(n-1)a - b$.



Puisque nous avons supposé $Q \sim B \cong 0$ dans l'intervalle

$$-\infty \leq t \leq -b,$$

$G(u, t)$ satisfait l'équation homogène

$$G(u, t) = A \int_t^{t+a} dt' G(u, t').$$

Ecrivons cette équation pour des valeurs de t telles que $t_2 \leq t \leq t_1$ en utilisant les définitions précédentes

$$G_1(u, t) = A \int_t^{t_1} dt' G_1(u, t') + A \int_{t_1}^{t+a} dt' G_0(u, t').$$

Nous venons de déterminer la fonction $G_0(u, t)$. Pour trouver $G_1(u, t)$ dérivons l'équation précédente par rapport à t .

$$G_1'(u, t) = -A G_1(u, t) + A G_0(u, t+a).$$

Si nous exigeons que l'on ait, en $t = t_1$ ($E = E_1$)

$$G_1(u, t_1) \equiv G_0(u, t_1)$$

pour toute valeur de u , il est facile de donner la solution $G_1(u, t)$

$$G_1(u, t) = G_0(u, t_1) e^{A(t_1-t)} + A e^{-At} \int_{t_1}^t dt' e^{At'} G_0(u, t' + a).$$

De façon analogue, on trouve que $G_2(u, t)$ satisfait l'équation

$$G_2(u, t) = A \int_t^{t_2} dt' G_2(u, t') + A \int_{t_2}^{t+a} dt' G_1(u, t')$$

ou encore

$$G_2'(u, t) = -A G_2(u, t) + A G_1(u, t + a).$$

La solution $G_2(u, t)$ telle que l'on ait en $t = t_2$ ($E = E_2$)

$$G_2(u, t_2) \equiv G_1(u, t_2)$$

est

$$G_2(u, t) = G_1(u, t_2) e^{A(t_2-t)} + A e^{-At} \int_{t_2}^t dt' e^{At'} G_1(u, t' + a).$$

Plus généralement $G_n(u, t)$ satisfait les équations

$$G_n(u, t) = A \int_{t_n}^{t_n+a} dt' G_n(u, t') + \int_{t_n}^{t+a} dt' G_{n-1}(u, t')$$

$$G_n'(u, t) = -A G_n(u, t) + A G_{n-1}(u, t + a)$$

et la solution $G_n(u, t)$ telle qu'en $t = t_n$ ($E = E_n$)

$$G_n(u, t_n) = G_{n-1}(u, t_n)$$

est

$$G_n(u, t) = G_{n-1}(u, t_n) e^{A(t_n-t)} + A e^{-At} \int_{t_n}^t dt' e^{At'} G_{n-1}(u, t' + a)$$

Définissons enfin les fonctions

$$g_n(x, t) = \int_0^\infty du G_n(u, t) \sin ux$$

qui représentent $g(x, t)$ dans le domaine $t_{n+1} \leq t \leq t_n$. Elles donnent la solution du problème. On y remplace x par sa valeur r/λ . Soit $\eta(r, t)$ la densité de chocs d'un compteur de 1 cm^3 , dans lequel chemin moyen des neutrons est égal à 1 cm . On a

$$\eta(r, t) = \frac{1}{4\pi r^2} \varrho(r, t) \cdot v = \frac{1}{4\pi} \frac{\lambda}{r} g(r, t)$$

η est une quantité directement mesurable qui permet de comparer les résultats théoriques avec l'expérience.

Ce travail a été subventionné par la Commission de l'énergie atomique suisse que nous tenons à remercier ici.

Genève, Institut de Physique de l'Université.

Bibliographie.

1) FLUGGE, Z. f. Ph. 111, 1938—1939, p. 109, cf. aussi ERIKSSON, Arkiv f. Math. etc., 34. — 1947. Pour toute autre bibliographie, cf. liste donnée par

2) MARSHAK, Rev. of Modern Physics 1947, p. 185—238.

Die spektrale Energieverteilung von Himmels- und Sonnenstrahlung.

Im Rahmen der Aktion „Medizinischer Ausbau der Kurorte“
des Eidg. Amtes für Verkehr.

Von **F. W. Paul Götz** und **Ernst Schönmann**.
Lichtklimatisches Observatorium Arosa.

(22. IV. 1948.)

Inhalt: Im Sinne einer Grundlagenforschung ist es erwünscht, auch das bioklimatisch wichtige Himmelslicht ebenso gesetzmässig überblicken zu können wie die Sonnenstrahlung. Mit dem Aroser Quarz-Prismen-Spektrographen werden im Wellenlängengebiet 3300 bis 5500 Å Spektren des blauen Himmelslichts und ergänzend der direkten Sonnenstrahlung mit einer auf schwarze Temperaturen gezeichneten Wolfram-Bandlampe verglichen. Die Abhängigkeit des Zenitlichts von Sonnenhöhe und atmosphärischem Trübungszustand wird beschrieben; an klaren Tagen entspricht es in Aroser Höhenlage ziemlich gut einer Rayleighatmosphäre. Für trübe Tage und kleineren Sonnenabstand muss die Theorie einer „Mie-Atmosphäre“ aufgestellt werden; das Beispiel eines sommerlichen Dunsttages ergibt dann auch eine befriedigende Übereinstimmung mit den Beobachtungen.

I. Einleitung.

Experimentelle Bestimmungen der spektralen Energieverteilung des Himmelslichts wurden noch sehr wenig unternommen. Als erster bestimmte ALBRECHT¹⁾ aus Filtermessungen eine angenäherte Verteilungskurve. Für genauere Ansprüche ist eine viel engere Unterteilung nötig, als sie durch Filter zu erreichen ist. Eine 1935 am Lichtklimatischen Observatorium Arosa mit einem Quarzspektrographen in Angriff genommene Arbeit von P.-D. HEDWIG KOHN kam infolge ihrer Auswanderung nicht zum Abschluss. Uns ist nur die Arbeit von P. HESS²⁾ bekannt, welche am Taunusobservatorium und in Frankfurt a. M. mittels eines Doppelmonochromators durchgeführt wurde.

Über die Intensitätsverteilung der Sonne liegen zahlreichere Angaben vor. Am bekanntesten sind die weit angelegten Untersuchun-

¹⁾ F. ALBRECHT, Met. Zs. **52**, 454 (1935).

²⁾ P. HESS, Gerl. Beitr. Geoph. **55**, 204 (1939).

gen des Astrophysical Observatory der Smithsonian Institution³⁾, wir erwähnen ferner PETTIT⁴⁾ (Tucson, Arizona) und MULDER⁵⁾. Neueren Datums sind die Registrierungen von HERZING⁶⁾, HESS⁷⁾ und REINER⁸⁾. Die Resultate der einzelnen Autoren weichen jedoch ziemlich stark voneinander ab, wie eine Zusammenstellung bei REINER (l. c.) deutlich zeigt.

Die folgende Untersuchung über die spektrale Energieverteilung des diffusen Himmelslichts der Höhenlage von Arosa (1860 m) geschah zunächst im Hinblick auf seine bioklimatische Bedeutung. Dann schien sie von Interesse im Rahmen des in Arosa gepflegten Fragenkomplexes der Dunst- und Staubtrübung („anomale Extinktion“)⁹⁾. Zu einer vergleichenden Theorie der diffus gestreuten Himmelsstrahlung muss man von der extraterrestrischen Energieverteilung der Sonnenstrahlung ausgehen können, und wegen der erwähnten Unterschiede früherer Untersuchungen haben wir sie auch unsererseits nochmals bestimmt. Beim Himmelslicht beschränkt sich die vorliegende Arbeit auf Zenit, doch bleibt vorbehalten, sie künftig auch auf andere Himmelsstellen, vor allem grössere Sonnennähe, auszudehnen.

II. Apparaturen und Messmethodik.

a) *Himmelslicht.*

Die Spektrogramme wurden mit dem Aroser Ultraviolett spektrographen¹⁰⁾ vom Öffnungsverhältnis 1:10 aufgenommen. Als Konsequenz der Vorarbeiten von HEDWIG KOHN über die Fehler, welche durch Polarisationsvorgänge in der Quarzoptik des Spektrographen entstehen können¹¹⁾, wurde zu ihrer Ausschaltung ein Foucaultscher Polarisator vor den Eintrittsspalt gesetzt, um auf diese Weise stets gleiche Polarisationsbedingungen des eintretenden Lichts zu gewährleisten. Es wurden jeweils zwei Aufnahmen gemacht: eine,

3) Annals Astrophysical Observatory Smithsonian Inst., Vol. I-VI, Washington, C. G. ABBOT, F. E. FOWLE, L. B. ALDRICH, SMITHS. Miscell. Coll. **74**, Nr. 7, 1923. C. G. ABBOT, Gerl. Beitr. Geoph. **16**, 344 (1927).

4) E. PETTIT, Astroph. J. **75**, 185 (1932).

5) G. F. W. MULDER, Dissertation, Nijmegen 1934.

6) F. HERZING, Gerl. Beitr. Geoph. **49**, 71 (1937).

7) P. HESS, Dissertation, Frankfurt a. M. 1938.

8) H. REINER, Gerl. Beitr. Geoph. **55**, 234 (1939).

9) F. W. P. GÖTZ, Verh. Schweiz. Naturf. Ges. Sils 1944, p. 88.

10) F. W. P. GÖTZ, Gerl. Beitr. Geoph. **24**, 31 (1929).

11) Unveröffentlicht; siehe auch G. BOLLER, Zs. f. Phys. **103**, 756 (1936).

bei der die optische Achse des Apparats in der Ebene des Sonnenvertikals lag und eine zweite in der dazu senkrechten Stellung. Die erste Aufnahme ergab die Komponente des im Sonnenvertikal polarisierten Lichts, die zweite die senkrecht dazu polarisierte Komponente, ihre Summe die Gesamtintensität des einfallenden Lichts. Die Weite des Eintrittsspalts betrug 0,2 mm für alle Messungen, die Expositionszeit dauerte 6 Minuten. Als Aufnahmematerial dienten „Ilford-Rapid-Process“-Platten.

b) *Sonnenlicht.*

Bei den Aufnahmen der direkten Sonnenstrahlung wurden 4 Platinfilter zur Schwächung vorgeschaltet, deren Durchlässigkeit wir für den ganzen in Betracht kommenden Spektralbereich bestimmten. Die Spaltbreite betrug 0,1 mm, die Belichtungszeit 2 Minuten. Hier wurden „Agfa-Autolith“-Platten verwendet.

Werden Spektren für verschiedene Sonnenhöhe, also verschiedene durchstrahlte Luftmasse M aufgenommen, so ergibt ja das Lambert-Bouguer'sche Gesetz

$$J_{\lambda} = J_{0\lambda} \cdot 10^{-a_{\lambda}M}$$

oder

$$\log J_{\lambda} = \log J_{0\lambda} - a_{\lambda}M$$

die Logarithmen der durchgelassenen Intensität J_{λ} als lineare Funktion von M , und damit ausser dem dekadischen Extinktionskoeffizienten a_{λ} auch die gesuchte extraterrestrische Intensität $J_{0\lambda}$. Natürlich muss für jede einzelne Wellenlänge extrapoliert werden.

c) *Anschluss an den schwarzen Strahler.*

Zur Gewinnung der richtigen spektralen Energieverteilung schlossen wir die Spektren an die schwarze Strahlung an. Dazu verfügten wir über eine Osram-Nitra Uviolglas-Bandlampe, die im Jahre 1933 von der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (Prof. Fr. Hoffmann) für das Lichtklimatische Observatorium geeicht worden ist. Da diese Wolframbandlampe seinerzeit für das kurzwellige Sonnenultraviolett bestimmt war, enthält die Eichung neben 5 Werten im Ultraviolett ($\lambda = 2800, 2900, 3000, 3100$ und 3200 \AA) nur einen einzigen Wert im Sichtbaren ($\lambda = 6630 \text{ \AA}$). Die Zwischenwerte wurden aus der Farbtemperatur bei $\lambda = 6650 \text{ \AA}$ berechnet¹²⁾. Die Übereinstimmung der so berechneten Werte mit den Eich-

¹²⁾ Farbtemperaturen aus GEIGER-SCHEEL, Handb. d. Phys. **19**, 698, Berlin 1928.

werten der P.T.R. im Ultraviolett lag innerhalb der von ihr angegebenen Fehlergrenzen. Die Energie errechnet sich nach der Planckschen Formel, wobei das Spektralintervall der Wellenlänge proportional gesetzt wurde. Da der Betrieb der mit 20 Amp.¹³⁾ gespeisten Bandlampe zu umständlich war, um ihr Spektrum auf jede Platte zu kopieren, wurde eine Philips U.V.-Lampe, welche direkt am Stromnetz angeschlossen werden konnte, als Sekundärlichtquelle geeicht und weiterhin benützt. Die Betriebsspannung von 200 Volt konnte dabei durch ständiges Nachregulieren mit einem Vorschaltwiderstand auf ± 1 Volt genügend konstant gehalten werden.

d) *Auswertung der Platten.*

Es mag noch erwähnt werden, dass sämtliche zur Ableitung der Schwärzungskurven nötigen Spektren um die Mittagszeit mit einem zentral in der optischen Achse sitzenden rotierenden Sektor mit verstellbarer Sektoröffnung erhalten wurden. Sämtliche Aufnahmen derselben Platte haben nach einer nun längst selbstverständlichen Forderung¹⁴⁾ gleiche Belichtungszeit. Das Ausmessen der Schwärzungen erfolgte visuell an einem Hartmann'schen Mikrophotometer von Toepfer. Pro Spektrum wurden ungefähr 40 möglichst gleichmässig über den ganzen Bereich verteilte Wellenlängen ausgemessen, die, einmal ausgewählt, in der Folge beibehalten wurden.

III. Messergebnisse.

a) *Sonne.*

Zur Extrapolation der extraterrestrischen Sonnenintensität diente an wolkenlosen Tagen mit möglichst gleichbleibender Trübung jeweils eine Serie von Aufnahmen verschiedener Sonnenhöhe. Um möglichst hohe Sonnenstände zu erreichen, wurde dies in den Monaten Juni und Juli (1947) ausgeführt, dafür musste eine stärkere Lufttrübung des Sommers in Kauf genommen werden, was solange nicht störte, als sie sich im Laufe des Tages nicht wesentlich änderte. Abb. 1 gibt als Mittel der fünf besten Messreihen das Resultat, die Intensität J als Funktion der Wellenlänge λ in Angström-Einheiten (Å). Auf die Angabe der Intensität in absolutem Energiemass wurde verzichtet, da die wirklich ausgenützte Öffnung des Spektrographen zu wenig genau bekannt war. Es sind

¹³⁾ Herrn Prof. ALFR. KREIS in Chur danken wir herzlich für Überlassung und Kontrolle eines Präzisions-Habicht-Milli-Voltmeters.

¹⁴⁾ F. W. P. Götz, Veröff. Sternwarte Österberg, Tübingen I, Heft 2, Karlsruhe i. B, 1919.

jedoch alle Spektren im gleichen willkürlichen Maßstab aufgetragen, so dass die Intensitätsverhältnisse richtig sind. Soweit einmal absolute Energieangaben der weiteren Ergebnisse erwünscht sein

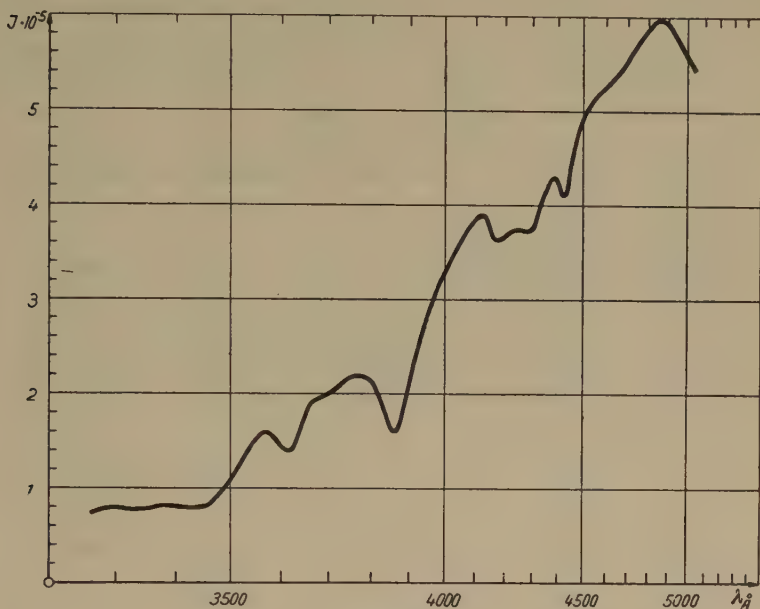


Fig. 1.

Intensität J der extraterrestrischen Sonnenstrahlung.

sollten, könnte an Hand der sonstigen Literatur aus Fig. 1 als Mittel einiger Wellenlängen der Umrechnungsfaktor annähernd bestimmt werden.

b) *Himmel.*

An wolkenlosen Tagen wurden Zenitlichtspektren bei verschiedenem Sonnenstand aufgenommen. Ein Beispiel eines solchen Tagesgangs vom 26. Juli 1946 zeigt Fig. 2. Zunächst fallen die vielen Maxima und Minima der Spektren auf. Sie rühren her von entsprechenden Abweichungen des extraterrestrischen Sonnenspektrums vom kontinuierlichen Verlauf (vgl. Fig. 1). Ausgeprägte Minima des Himmelslichts sind $\lambda = 3620$ und 3870 Å, schwächere $\lambda = 3390$, 3470 , 4180 , 4330 und 4430 Å. Die stärksten Maxima liegen bei den Wellenlängen 3300 , 3680 , 4100 und 4570 Å. Das absolute Maximum fällt auf 4100 Å, ausgenommen bei ganz tie-

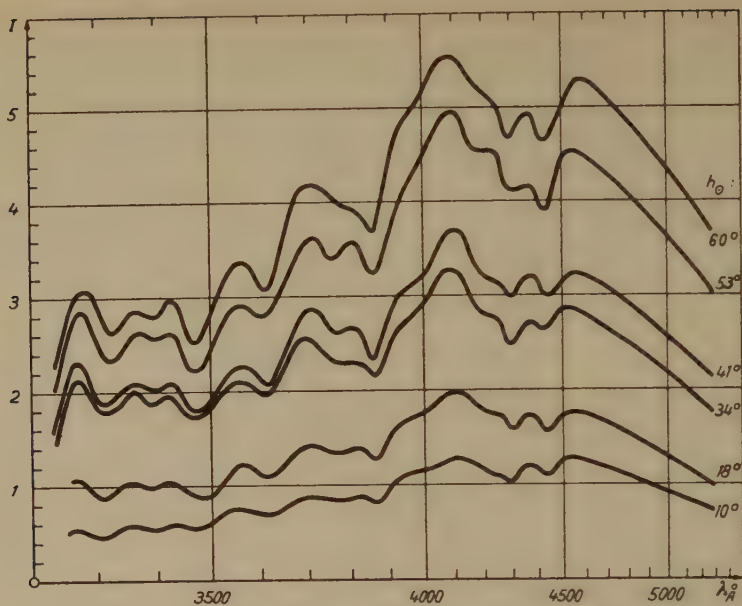


Fig. 2.

Zenitstrahlung I bei verschiedener Sonnenhöhe. 26. Juli 1946.

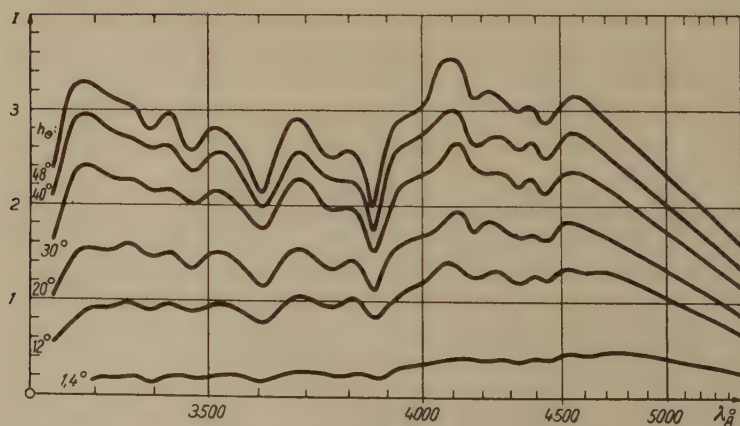


Fig. 3.

Zenitstrahlung bei verschiedener Sonnenhöhe. 11. September 1946.

dem Sonnenstand, wo es nach längeren Wellen auf ungefähr $\lambda = 4700 \text{ \AA}$ verlagert ist (vgl. Fig. 3; $h = 1,4^\circ$).

Mit wachsender Zenitdistanz der Sonne nimmt die Intensität des Zenitlichts rasch ab. Bei 1° Sonnenhöhe beträgt sie nur noch etwa den zehnten Teil der Intensität bei Sonnenhöhe 50° (vgl. Fig. 3). Der Ultraviolettanteil des Spektrums lässt mit sinkender Sonne relativ rascher nach als der sichtbare, besonders für den 11. Septem-

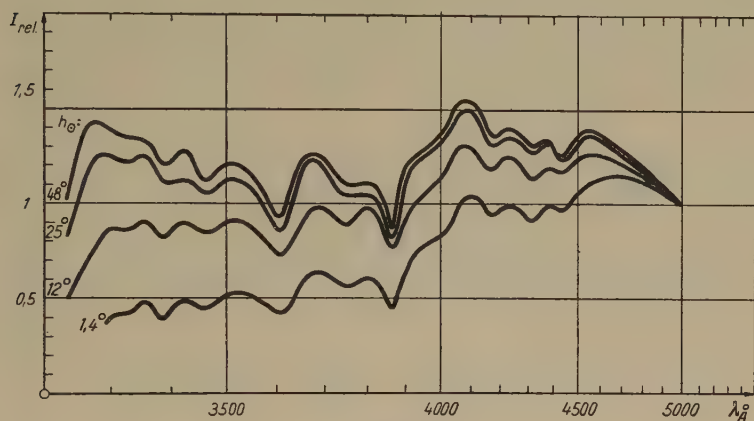


Fig. 4.

Zenitstrahlung bei verschiedener Sonnenhöhe. 11. September 1946.

(I willkürlich gleich 1 gesetzt für $\lambda = 5000 \text{ \AA}$.)

ber 1946; für diesen Tag sind in Fig. 4 auch relative Intensitätsverhältnisse aufgetragen unter willkürlicher Gleichsetzung der Intensitäten aller Spektren für $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ gleich der Einheit.

Abhängigkeit von der Lufttrübung.

Schon mit blossen Auge ist eine Änderung der Himmelsfärbung mit sich änderndem atmosphärischem Trübungsgrad wahrnehmbar. Wir gehen dem in der Änderung der Spektralverteilung nach.

Zunächst vergleichen wir zwei Sommertage mit verschiedener Lufttrübung bei gleicher Sonnenhöhe 60° . (Fig. 5.)

Der 26. Juli 1946 war ein normaler, relativ dunstiger Sommertag; der mit einem Michelson Aktinometer für den Filterbereich $\lambda < 5420 \text{ \AA}$ bestimmte atmosphärische Transmissionskoeffizient war $q = 0,72$. Am 27. Juli zeigte der weisslich aufgehellte Himmel bei

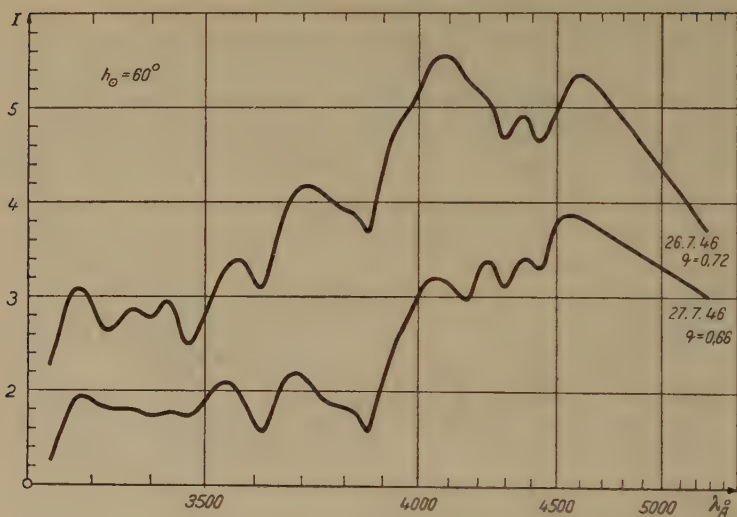


Fig. 5.

Zenitstrahlung bei verschiedener Lufttrübung.

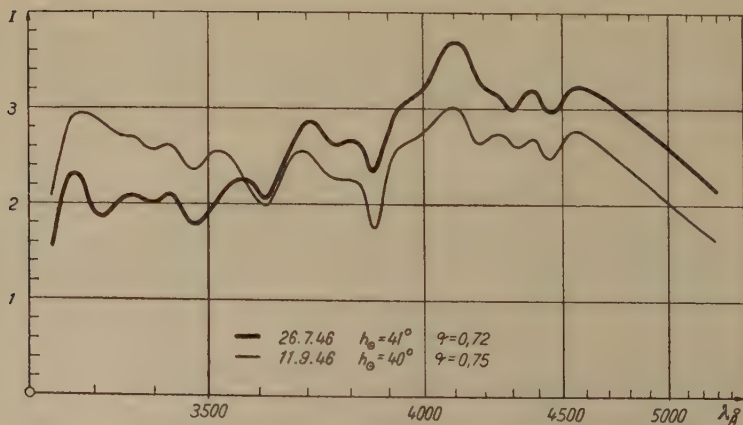


Fig. 6.

Zenitstrahlung bei verschiedener Lufttrübung.

einem $q = 0,66$ tellurische Sonnenkorona mit bräunlicher Scheibe, es war eine jener in Arosa ausführlich untersuchten ¹⁵⁾ Trübungen durch Saharastaub, der am folgenden Tage auch im Niederschlag ausfiel. Als Kriterium betrifft die Schwächung der Sonnenstrahlung im Vergleich zu einem Normaltag in solchen Fällen alle Spektralbereiche ziemlich gleichmässig. Am 27. Juli waren bei hohem Sonnenstand alle Spektralbereiche heruntergesetzt auf 84% der Intensität des 26. Juli. Bemerkenswert ist, dass auch das Himmelslicht vom 27. Juli im ganzen untersuchten Spektralbereich schwächer ist als am Vortag. Auch seine Spektralverteilung wird geändert, indem bei der Staubkurve das absolute Maximum etwa nach 4550 Å verlagert ist, während es normalerweise bei Wellenlänge 4100 Å liegt.

Ein weiteres Beispiel des Trübungseinflusses gibt die Gegenüberstellung je einer Sommer- und einer Herbstkurve für die Sonnenhöhe 40° in Fig. 6. Die mittlere Intensität ist hier bei beiden Kurven ungefähr dieselbe, die spektrale Verteilung ist hingegen wesentlich verschieden. Für Wellenlänge $\lambda > 3600$ überwiegt stark die Sommerkurve mit starker Trübung, für λ unterhalb 3600 Å die

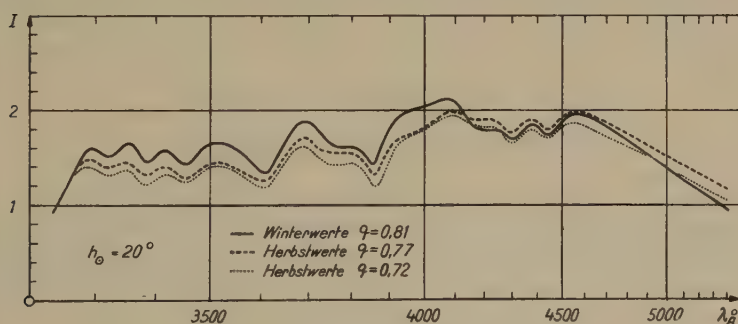


Fig. 7.

Zenitstrahlung bei verschiedener Lufttrübung für Sonnenhöhe $h = 20^\circ$.

Kurve vom Herbst mit geringerer Trübung und übrigens, obschon darauf hier kein Gewicht gelegt sei, auch geringerem Betrag des hochatmosphärischen Ozons.

Ähnliches, nur nicht mehr so ausgeprägt, zeigt uns Fig. 7. Von September 1946 bis Januar 1947 wurde an wolkenlosen Tagen von ganz verschiedenem Trübungsgrad das Zenitlicht bei der stets

¹⁵⁾ H. GLAWION, Beitr. Phys. d. freien Atm. **25**, 1 (1938); F. W. P. GÖRZ, Schweiz. Med. Wochenschr. **77**, 636 (1947).

gleichen Sonnenhöhe $h = 20^\circ$ aufgenommen. Die insgesamt etwa 20 Spektren wurden in fünf Gruppen von wenig verschiedenem Transmissionskoeffizienten zusammengefasst. Der besseren Übersichtlichkeit halber sind in Fig. 7 nur drei dieser Kurven eingezeichnet, die also Mittelwerte mehrerer Einzelspektren sind. Dass die Unterschiede nur noch sehr gering sind, wird aus der Tatsache verständlich, dass der Einfluss der Trübung mit zunehmendem Abstand der Himmelsstelle von der Sonne rasch abnimmt und in 70° Sonnendistanz nur noch gering sein wird. Immerhin erkennt man noch gut die Tendenz, dass das ultraviolette Zenitlicht bei grösserer Trübung geringer ist. Extraterrestrische Sonnenintensität und damit bei sonst gleichen Verhältnissen natürlich auch das Himmelslicht sind im Winter infolge der geringeren Sonnenentfernung stärker als im Sommer, für Fig. 7 würde dies etwa 4% ausmachen. Aber offenbar spielt im Winter die Rückstrahlung der Schneeoberfläche im Sinne von ÅNGSTRÖM¹⁶⁾ auch für das Zenitlicht noch eine gewisse Rolle, obschon erwartet werden darf, dass dieser Einfluss sich mehr in Horizont- als in Zenitnähe zeigen wird, wie sich ja auch die Erhellung des Nachthimmels durch eine hohe Emissionsschicht in einem horizontnahen „Erdlichtsaum“¹⁷⁾ kundgibt.

IV. Theoretische Betrachtungen.

a) Rayleigh-Atmosphäre.

Das in der Erdatmosphäre extinguierte Sonnenlicht erscheint als Himmelslicht. Am einfachsten liegen die Verhältnisse im Idealfall einer reinen, nur aus den permanenten Luftmolekülen bestehenden Atmosphäre, der sogenannten Rayleigh-Atmosphäre, da Lord RAYLEIGH für diesen Grenzfall unendlich kleiner Streuungspartikel die strenge Gesetzmässigkeit gegeben hat¹⁸⁾.

Trifft Strahlung der Intensität J_λ auf die n Streuungszentren enthaltende Volumeinheit, so ist die Stärke des bei Normaldruck 760 mm unter dem Winkel φ abgelenkten Streulichts in der Einheit der Entfernung

$$di_\lambda = \frac{2\pi^2(\mu-1)^2}{n\lambda^4} \cdot (1 + \cos^2 \varphi) \cdot J_\lambda = R_\lambda \cdot (1 + \cos^2 \varphi) \cdot J_\lambda = I_\lambda \cdot J_\lambda, \quad (1)$$

¹⁶⁾ A. ÅNGSTRÖM, Gerl. Beitr. z. Geophys. **34**, 123 (1931).

¹⁷⁾ GÖTZ, Compte-rendu du congrès sur la physique de la haute atmosphère. St-Louis 1946, p. 121.

¹⁸⁾ Siehe auch M. PLANCK, Berl. Akad. Ber. 1904, p. 440.

wo Γ nach GRUNER die Zerstreuungsfunktion ist. Anzahl n der Luftmoleküle und Brechungsexponent μ_λ der Luft sind bekannt. Der Diffusionsfaktor R erweitert sich durch Multiplikation mit $\frac{16 \cdot \pi}{3}$ zum Diffusionsverlust nach allen Seiten. So ist auch der Zusammenhang des Extinktionskoeffizienten der gesamten Atmosphäre, und zwar bei Berücksichtigung des Moduls $\log e = 0,434$ des dekadischen Extinktionskoeffizienten a_λ , mit dem Diffusionsfaktor R verständlich. Für einen Beobachtungsort vom Barometerstand b_1 gilt, wenn $H = 7,99 \cdot 10^5$ cm gleich der Höhe der homogenen Atmosphäre ist:

$$a_\lambda = \frac{16 \pi}{3} \cdot 0,434 \cdot R_\lambda \cdot H \cdot \frac{b_1}{760}. \quad (2)$$

Mit diesen Grundlagen lässt sich leicht die gesamte diffuse Himmelsstrahlung I_λ berechnen, die aus dem Raumwinkel $d\omega$ des Zenits ausgehend auf die horizontale Flächeneinheit des Beobachtungsorts auffällt. Statt des selbstverständlichen Index λ wollen wir den Index R zur Kennzeichnung einer Rayleighatmosphäre verwenden. Setzt man $10^{-a_1} = q_1$, dem Transmissionskoeffizienten des Beobachtungsorts, für Zenit $\varphi = z$, und ist M_z die zur Zenitdistanz z der Sonne gehörende Luftmasse, so ist¹⁹⁾

$$I'_R = \frac{3}{16 \pi (M_z - 1)} (1 + \cos^2 z) (q_1 - q_1^{M_z}) J_{0\lambda} \cdot d\omega. \quad (3)$$

Wir wollen im Hinblick auf den folgenden Abschnitt in grösserer Allgemeinheit schreiben

$$I'_R = \frac{0,434}{(M_z - 1)} \cdot \frac{(q_{R_1} - q_{R_1}^{M_z})}{-\log q_{R_1}} \cdot \Gamma \cdot H \cdot \frac{b_1}{760} \cdot J_{0\lambda} \cdot d\omega. \quad (4)$$

Dabei ist Γ die Zerstreuungsfunktion für ein Volumelement und $H \cdot \frac{b_1}{760}$ die Anzahl solcher streuender Volumelemente oberhalb des Beobachtungsorts. Ein Volumelement erhält aber ausser von der Sonne direkt auch von allen umgebenden Volumelementen Strahlung. HESS und LINKE¹⁹⁾ haben diese Mehrfach-Rayleighstreuung näherungsweise abgeschätzt. Zunächst gibt Tabelle 1 als eingeklammerte Werte den Korrektionsfaktor der Primärstreuung zur

¹⁹⁾ P. HESS und F. LINKE, Met. Zs. 59, 313, 364, 400 (1942).

Berücksichtigung der Sekundärstreuung als Funktion von Transmissionskoeffizient q und Sonnenhöhe h :

Tabelle 1. k .

$q \backslash h$	1°	10°	20°	40°	60°
0,524	(1,20)	(1,25)	(1,30)	(1,33)	(1,34)
	1,25	1,33	1,43	1,49	1,52
0,643	(1,19)	(1,25)	(1,28)	(1,30)	(1,30)
	1,23	1,33	1,39	1,43	1,43
0,743	(1,17)	(1,22)	(1,24)	(1,25)	(1,26)
	1,20	1,28	1,32	1,33	1,35
0,847	(1,15)	(1,18)	(1,18)	(1,19)	(1,19)
	1,18	1,22	1,22	1,23	1,23
0,936	(1,09)	(1,10)	(1,10)	(1,10)	(1,11)
	1,10	1,11	1,11	1,11	1,12

Unter der Annahme, dass die Streueffekte höherer Ordnung in geometrischer Reihe abnehmen, gibt dann die zweite Zeile der Tabelle den Korrektionsfaktor k der Primärstreuung zur angenäherten Berücksichtigung sämtlicher Mehrfachstreuungen und damit tritt an Stelle von I'_R das angenäherte definitive I_R

$$I_R = I'_R \cdot k. \quad (5)$$

Mit der Kenntnis von $J_{0\lambda}$, der von uns gemessenen extraterrestrischen Sonnenintensität, ist nun also der Spektralverlauf des vom Zenit kommenden Himmelslichts für eine Rayleighatmosphäre theoretisch zu erfassen. Wir haben dies für die Sonnenhöhen $h = 1^\circ$, 20° , 40° und 60° durchgerechnet und den Intensitätsmaßstab in Fig. 8 durch passende Wahl von $d\omega$ so festgelegt, dass die für $h = 20^\circ$ berechnete Kurve möglichst gut mit der entsprechenden experimentellen des klarsten Herbsttages vom 11. September 1946 (Fig. 7) übereinstimmt, während wir von den noch klareren Wintertagen wegen des schon erörterten Schneereflexes absehen.

Das absolute Maximum der berechneten Kurven liegt bei höheren Sonnenständen bei Wellenlänge 4100 Å, bei Sonnenhöhe 1° ist es nach längeren Wellen verlagert. Frühere Berechnungen von L. V. KING²⁰⁾ ergaben bei verschiedenen Annahmen unter Berück-

²⁰⁾ L. V. KING, Phil. Trans. Roy. Soc. London (A) **212**, 375 (1913).

sichtigung der Mehrfachstreuung das Maximum entweder bei $\lambda \cong 3500 \text{ \AA}$ oder bei $\lambda \cong 4300 \text{ \AA}$, unter Vernachlässigung der Mehrfachstreuung bei $\lambda \cong 4300 \text{ \AA}$. KNEPPLE²¹⁾ fand ohne Berücksichtigung der Mehrfachstreuung als Maximum $\lambda = 3500 \text{ \AA}$.

Wie stellen sich nun unsere gemessenen zu den berechneten Werten? Wir haben der Figur 8 auch die Messergebnisse vom 11. September 1946 beigezeichnet. Wir wählten diesen Tag, weil

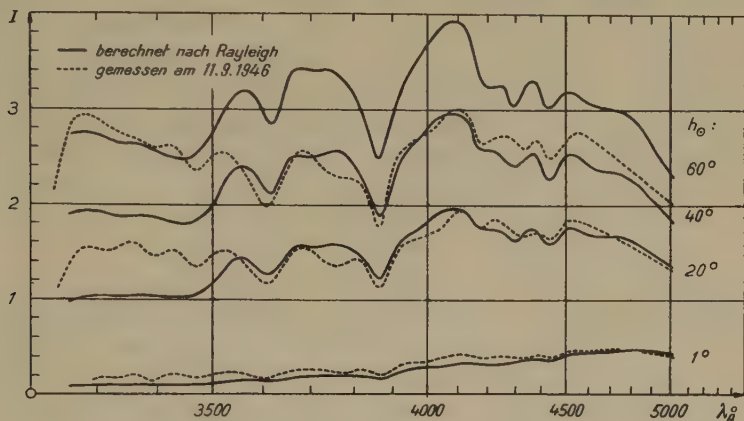


Fig. 8.

Zenitlicht einer Rayleigh-Atmosphäre.

an ihm die Mittagssonne noch bis auf fast 50° steigt und er andererseits doch noch sehr viel weniger von der Trübung beeinflusst ist als der Hochsommer. Erfahrung und Rechnung decken sich recht gut im ganzen Bereich oberhalb $\lambda = 3550$, wogegen das Ultraviolett systematisch abweicht. Viel ungünstiger liegt der Vergleich mit den Messungen vom 26. Juli 1946 (Fig. 2). Hier liefert die Rechnung nach RAYLEIGH im Sichtbaren viel zu geringe Intensitäten (vgl. schon Fig. 9). Es wird die starke Dunsttrübung des 26. Juli sein, die sich der Rayleighatmosphäre überlagert, die getrübbte Atmosphäre, die wir entsprechend vielleicht als „Mie-Atmosphäre“ bezeichnen dürfen, und die wir nun ebenfalls theoretisch fassen wollen.

b) Mie-Atmosphäre.

Als Grundlage einer Optik trüber Medien hat MIE²²⁾ für die Streuung des Lichts an kleinen kugelförmigen Partikeln eine allgemeine strenge Theorie gegeben; sie enthält die Rayleighstreuung

²¹⁾ R. KNEPPLE, Gerl. Beitr. Geoph. **39**, 378 (1933).

²²⁾ G. MIE, Annalen der Phys. (4) **25**, 377 (1908).

als den Spezialfall, dass die streuenden Teilchen sehr klein sind gegenüber der Wellenlänge. Die Lösung hängt ab vom Partikelradius ϱ , der Wellenlänge λ bzw. von ϱ/λ , dem Brechungsexponenten m der Substanz, welcher für dielektrische, nur streuende Teilchen reell, für leitende, auch absorbierende Teilchen komplex ist und natürlich ist die Wirkung noch proportional der Partikelzahl. Die numerische Auswertung im Einzelfall ist sehr mühsam. Für atmosphärische Verhältnisse sind bis jetzt Dunst und Nebel als Wassertropfchen mit $m = 4/3$, sowie Staub mit $m = \infty$ durchgerechnet. Die Extinktionskoeffizienten (für 1 Partikel im cm^3) für Dunst²³⁾, die H. HOLL²⁴⁾ etwas korrigiert und für Staub²⁵⁾ finden sich zahlenmässig in den Tabellen 114 des Meteorologischen Taschenbuches IV. Zerstreuungsfunktionen gab zuerst H. BLUMER²⁶⁾ für Staub und Dunst, seine wenigen Kurven für $m = 4/3$ sind erfreulicherweise in letzter Zeit gerade für die massgebenden Dunstparameter ϱ/λ vervollständigt worden^{27) 24)}.

Um von diesen Grundlagen mittels Interpolation Gebrauch machen zu können, müssen wir zunächst über die Radien der atmosphärischen Trübungspartikel Bescheid wissen. Wir wollen von dem selteneren Fall einer Staubtrübung wie am 27. Juli 1946 für diesmal vorerst absehen und uns nur den häufigeren Fällen vorwiegender Dunsttrübung zuwenden. Unter Ausnützung der in Arosa empirisch schon vor 25 Jahren festgestellten „anormalen Extinktion“ wurde in einer erst ganz vorläufigen Veröffentlichung⁹⁾ die vorliegende Extinktionsliteratur auf Partikelgrössen bearbeitet. Man geht nicht weit fehl, wenn man für Dunstpartikel ein konstantes mittleres $\varrho_D = 0,29 \mu$ einsetzt. Im Mittel verschiedener Orte ergab diese Untersuchung auch als Zahl der Dunstpartikel über dem Beobachtungsort

$$N_D = 20 \cdot 10^6 \cdot e^{\frac{-h}{1,2}} \text{ cm}^{-2},$$

wobei h die Höhe über Meeresniveau in km ist. Die Konstanten der Formel hängen natürlich von Wetter, Jahreszeit und Ort ab. Als homogene Höhe der Dunstatmosphäre hätten wir hier beiläufig 1,2 km, Ångström²⁸⁾ leitet aus seinem Trübungskoeffizient 1,4 km

²³⁾ J. A. STRATTON and H. G. HOUGHTON, Phys. Rev. **38**, 159 (1931).

²⁴⁾ H. SIEDENTOPF, Zeitschr. f. Met. **1**, 342 (1946/47).

²⁵⁾ F. W. P. GÖTZ, Astron. Nachr. **255**, 63 (1935).

²⁶⁾ H. BLUMER, Zs. f. Phys. **32**, 119 (1925); **38**, 304, 920 (1926).

²⁷⁾ G. R. PARANJPE, Y. G. NAIK and P. B. VAIDYA, Proc. Ind. Acad. Sc. A **9**, 333, (1939).

²⁸⁾ A. ÅNGSTRÖM, Geogr. Annaler 1930, p. 130.

ab. Für den Luftraum über Arosa wäre $N_D \sim 4 \cdot 10^6$. Ein relativ niedriger Wert ergibt sich für Mt. Wilson mit $2,9 \cdot 10^6$, was auf Aroser Höhenlage von 1860 m reduziert $2,6 \cdot 10^6$ ergäbe.

Für unseren Fall der Mie-Atmosphäre müssen wir das $\Gamma_R H \cdot \frac{b_1}{b_0}$ der Formel (4), also die Zerstreuungsfunktion pro cm^3 mal der Anzahl $H \cdot \frac{b_1}{b_0}$ solcher streuender cm^3 , ersetzen durch die Zerstreuungsfunktion pro Dunstteilchen Γ_D mal der Anzahl N_D solcher Teilchen, also durch $\Gamma_D \cdot N_D$. Und schliesslich ist der Extinktionskoeffizient gleich dem etwa dem Meteorologischen Taschenbuch²⁹⁾ zu entnehmenden Extinktionskoeffizienten für ein Partikel mal der Anzahl N_D der Partikel. Sinngemäss auf eine Dunstatmosphäre übertragen, die wir durch den Index D kennzeichnen, wird dann aus Gl. (4)

$$I'_D = \frac{0,434}{M_z - 1} \cdot \frac{(q_D - q_D^{M_z})}{-\log q_D} \Gamma_D \cdot N_D \cdot J_{0\lambda} \cdot d\omega. \quad (6)$$

Von sekundärer Streuung wollen wir bei der Dunstatmosphäre zunächst absehen, da die Streuung ja wesentlich in der fortschreitenden Richtung des einfallenden Strahls erfolgt.

In Wirklichkeit durchsetzen sich nun Rayleigh- und Dunstatmosphäre. Als erste stark vereinfachende Approximation könnte man die Annahme machen, dass ihr Effekt sich einfach additiv überlagert, dass

$$I_{total} = I_R + I'_D. \quad (7)$$

Bedenkt man aber, dass der allgemeine Transmissionskoeffizient q gleich $q_R \cdot q_D$, bei Hinzutreten auch noch von Staub St gleich $q_R \cdot q_D \cdot q_{St}$ ist, so darf man die Formeln (4) und (6) allgemein erweitern zu

$$I = \frac{0,434}{M_z - 1} \frac{(q_R q_D - q_R^{M_z} q_D^{M_z})}{-\log q_R q_D} \left(\Gamma_R \cdot H \frac{b}{760} k + \Gamma_D N_D \right) J_{0\lambda} \cdot d\omega. \quad (8)$$

Als Beispiel wenden wir dies nun an auf den Tagesgang vom 26. Juli 1946, einem „dunstigen“ Tag, von dem wir gesehen haben, dass für ihn die Rayleigh-Rechnung im Sichtbaren zu geringe Intensitäten liefert. Wir berechnen nach (8) den Kurvenverlauf für $N_D = 2 \cdot 10^6$, $4 \cdot 10^6$, $6 \cdot 10^6$ usw. und finden, dass sich die Beobachtung am besten einem $N_D = 2,7 \cdot 10^6$ fügt. Für diesen Wert ist dann Fig. 9 gezeichnet.

²⁹⁾ Met. Taschenbuch IV, Leipzig 1939, Tab. 114b, für Staub Tab. 114a.

Wie man sieht, trägt der Dunst bei hohem Sonnenstand recht viel zur Gesamtstreuung bei. Für geringe Sonnenhöhen ist der Unterschied der Rayleigh- und der Gesamtstreuung erwartungs-

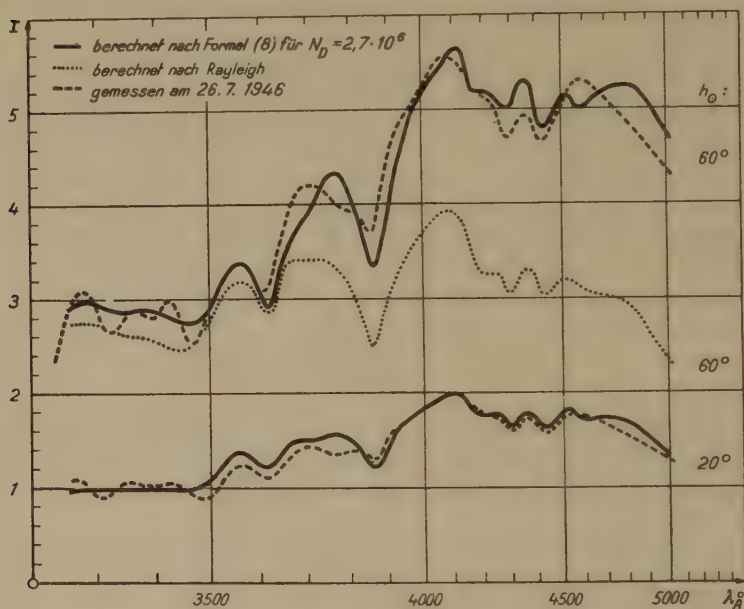


Fig. 9.

Himmelslicht einer Dunstatmosphäre.

gemäss viel kleiner. Von den Rechnungen sind im Maßstab der Figuren in der Tabelle 2 in aller Kürze einige Werte wiedergegeben.

Tabelle 2. $1 \cdot 3,04 \cdot 10^{-7}$.

λ	N_D				$h = 60^\circ$				$h = 20^\circ$			
	0	$2 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6$	0	$2 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6$	0	$2 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^6$
3566	3,19	3,33	3,44	3,68	1,40	1,36	1,32	1,25				
3620	2,85	2,87	2,89	2,93	1,27	1,23	1,20	1,12				
3755	3,37	4,09	4,69	5,81	1,58	1,56	1,54	1,50				
3868	2,50	3,12	3,69	4,76	1,21	1,21	1,20	1,19				
4117	3,86	5,20	6,49	8,90	1,94	1,95	1,96	1,98				
4843	2,91	4,63	6,41	9,71	1,61	1,64	1,66	1,69				

Demnach ist bei Sonnenhöhe 20° unterhalb λ 3900 der Dunsthimmel bereits lichtschwächer als der Rayleighhimmel und nur ober-

halb dieser Wellenlänge noch etwas stärker. Dies wird sehr schön der Kreuzung im experimentellen Kurvenverlauf etwa der Fig. 7 gerecht. Das absolute Maximum der Rayleighspektren $\lambda \sim 4100 \text{ \AA}$ wird bei hohem Sonnenstand von etwa $N_D = 4 \cdot 10^6$ ab von $\lambda \sim 4600 \text{ \AA}$ überflügelt. Für eine sehr starke Trübung, wie sie in Arosa selten ist, ist die Änderung des Intensitätsverhältnisses der Maxima 4100 und 4600 \AA sehr gut für Frankfurt a. M. bei HESS²⁾ in seiner letzten Fig. 6 zu erkennen. Das Verhältnis der Intensitäten dieser beiden Maxima könnte als Mass für die Dunsttrübung der Atmosphäre dienen. Viel grösser noch ist aber der Einfluss der Trübung auf das Verhältnis von sichtbarer zu ultravioletter Strahlung. Mit zunehmender Trübung überwiegt bei höherem Sonnenstand der sichtbare Anteil immer stärker über das Ultraviolett, wobei übrigens die Wellenlänge 3600 \AA wegen minimaler Dunststreuung fast unbeeinflusst bleibt. Je näher wir der Sonne kommen und je stärker damit der Mie-Effekt wird, um so mehr kommen diese Variationen zur Geltung, die auch bedeutungsvoll sind hinsichtlich der biologischen Wirkung der Himmelsstrahlung. Weitere Messungen in grosser Sonnennähe und bei stärkerer Trübung bleiben vorbehalten, das Wesentliche steht schon jetzt der theoretischen Bearbeitung offen.

Aus der Himmelsstrahlung haben wir für den 26. Juli 1946 aus (8) die Zahl von Dunstpartikeln $N_D = 2,7 \cdot 10^6$ abgeleitet. Aus der Näherungsformel (7) würde sich der aus leichtverständlichen Gründen zu kleine Wert $1,9 \cdot 10^6$ ergeben, so dass (7) als allzugrobe Näherung ausscheidet. Unser Ergebnis scheint mit dem nach der Methode der anomalen Extinktion aus Sonnenstrahlungsmessungen abgeleiteten N_D für Mt. Wilson (S. 165) so gut übereinzustimmen, als sich überhaupt erwarten lässt. Immerhin möchten wir für einen Arosen Sommer-Dunsttag etwas höhere Werte als wahrscheinlich erachten. Für $2,7 \cdot 10^6$ errechnet sich eine Horizontalsichtweite von immerhin noch 180 km. Das führt uns noch auf eine prinzipiell wichtige Frage. Die theoretischen Rechnungsgrundlagen beruhen auf der Annahme dielektrischer, nicht absorbierender Dunstpartikel. Aber der Streuvorgang kann mit einer gewissen kontinuierlichen Absorption verbunden sein, und mindestens die Staubkurve vom 27. Juli in Fig. 5 spricht doch eindeutig dafür. In diesem Fall werden die aus den Sonnenstrahlungsmessungen abgeleiteten N_D -Werte etwas zu gross, die in dieser Arbeit aus dem Himmelslicht abgeleiteten N_D -Werte etwas zu klein ausfallen. Diese Möglichkeit, die an sich schon weitere Messungen rechtfertigt, und erneut eine Auswertung der Theorie auch für leitende Partikel wünschens-

wert macht, soll nicht unerwähnt bleiben. Im wesentlichen konnte die Forderung³⁰⁾, die Näherungsverfahren der täglichen Praxis (Trübungsfaktor, Trübungskoeffizient) durch eine strenge Trübungsbestimmung nach Art, Grösse und Anzahl der Trübungspartikel zu ersetzen, erfüllt werden.

³⁰⁾ F. W. P. Götz, Prot. Strahlungskommission Oxford 1936, *Organis. Mét. Intern.* No. 33, 1937, p. 62.

Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft

in Yverdon, am 8. Mai 1948.

Präsident: Prof. Dr. E. MIESCHER (Basel),
Vizepräsident: Prof. Dr. H. MÜGELI (Neuchâtel),
Sekretär: Prof. Dr. G. BUSCH (Zürich).

Geschäftlicher Teil.

Als ordentliche Mitglieder der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft wurden aufgenommen: HH. R. ANSFELD (Zürich); H. ESS (Aarau); P. FALK-VAIRANT (Paris); F. HUMBEL (Zürich); W. KÄNZIG (Zürich); Prof. Dr. A. KAROLUS (Zollikon); E. KELLER (Zürich); R. KELLER (Genève); P. MARMIER (Zürich); P.-D. Dr. MINDER (Bern); A. MUKERJI (Zürich); H. NABHOLZ (Zürich); Prof. Dr. A. ROSTAGNI (Padova); N. SCHÄTTI (Zürich); Dr. A. STEBLER (Basel); P. STOLL (Zürich); Dr. H. THIEMANN (Zürich).

Die S.P.G. zählt zur Zeit 336 Mitglieder.

Der Jahresbericht, die Jahresrechnung und der Revisorenbericht pro 1948 werden verlesen und genehmigt.

Der von Herrn Prof. M. FIERZ erstattete Bericht der Redaktionskommission der Helvetica Physica Acta wird verlesen und unter bester Verdankung genehmigt.

Der Antrag des Vorstandes auf Abänderung des Art. 6 der Statuten im Sinne einer Erhöhung des Jahresbeitrages für ordentliche und kollektive Mitglieder auf Fr. 5.— und des einmaligen Beitrages für lebenslängliche Mitgliedschaft auf Fr. 75.— wird angenommen.

An Stelle des aus der Redaktionskommission der H.P.A. zurücktretenden Herrn Prof. JAQUEROD wird Herr Prof. J. ROSSEL (Neuchâtel) neu in die Kommission gewählt. Die Schweizerische Physikalische Gesellschaft dankt Herrn Prof. JAQUEROD für seine langjährige und erfolgreiche Tätigkeit im Interesse der H.P.A.

Herr Prof. A. PERRIER (Lausanne) erstattet Bericht über die Tätigkeit der Union internationale de Physique und Herr Dr. W. LOTMAR (Aarau) gibt die Gründung des Schweizerischen Komitees für Optik bekannt.

Die nächste Sitzung wird im Rahmen der 128. Jahresversammlung der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft am 4. bis 6. September 1948 in St. Gallen stattfinden.

Wissenschaftlicher Teil.

Une nouvelle source d'électrons et son inversion comme source d'ions

par R. KELLER.

Le dispositif est basé sur le principe du manomètre de PENNING¹⁾. Cette jauge, destinée à mesurer des pressions basses entre 10^{-5} et 10^{-3} mm Hg, comprend une chambre d'ionisation placée dans un champ magnétique. La cathode forme en même temps les deux pièces polaires de l'aimant entre lesquelles est placé un anneau servant d'anode.

Pour l'employer comme source d'électrons il suffit d'y aménager une ouverture appropriée, au voisinage de laquelle est située une électrode accélératrice. Nous avons effectué une construction entièrement métallique que voici:

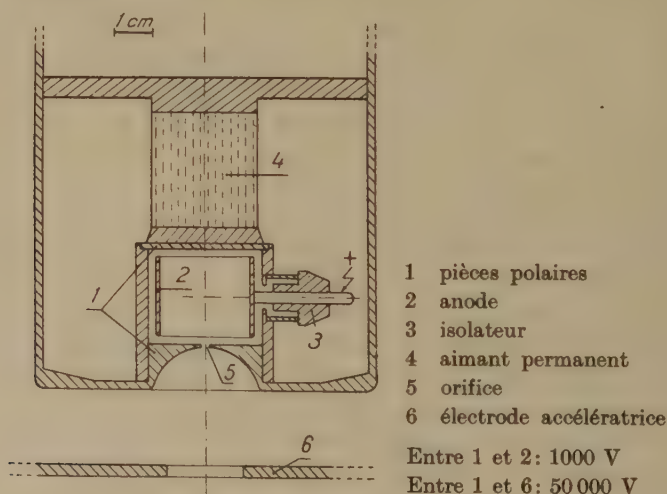


Fig. 1.

Les essais faits à notre institut sur le diffractographe et le microscope électronique nous ont révélés les avantages suivants d'une telle source d'électrons.

¹⁾ Physica 4, 71 (1937), F. M. PENNING.

Propriété d'être indestructible et de ne demander aucun entretien.

Absence d'admission de gaz du fait qu'elle fonctionne encore au-dessous de 10^{-4} mm Hg.

Régime de basse tension entre 1000 et 2000 V. Une tension de cet ordre de grandeur peut facilement être pulsée, c.-à-d. la source d'électrons peut être commandée par un transformateur donnant des impulsions. Nous avons pris des images de diffraction en un temps de pause de moins d'un millième de sec.

Cette source est quasi ponctuelle et très monochromatique. En voici les raisons :

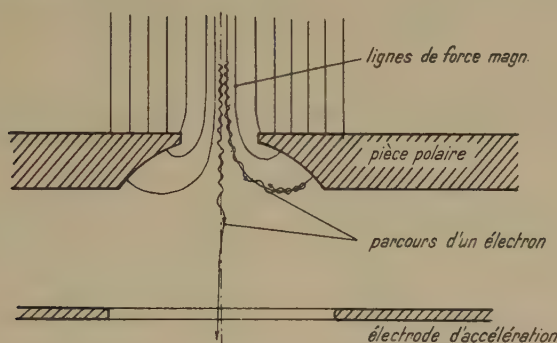


Fig. 2.

Le champ magnétique (800 Gauss) provoque une rotation des électrons dans le plan perpendiculaire aux lignes de forces. Le rayon de cette rotation est de l'ordre du dixième de mm à proximité de l'orifice, donc très petit. La trajectoire d'un électron s'enroule en principe autour d'une ligne de force (abstraction faite d'un mouvement de précession autour de l'axe de symétrie), l'électron suit en quelque sorte la ligne de force jusqu'à l'endroit où son énergie s'annule et puis rebrousse chemin. Un électron sortant de l'orifice retournera donc dans la chambre d'ionisation grâce à cette réflexion. Seuls les électrons suivant de très près l'axe arrivent dans des régions où le champ magnétique devient négligeable et parviennent à s'en libérer. Ce domaine est environ 20 fois plus petit que le diamètre de l'orifice. Il est donc possible de rendre cette source très ponctuelle. En outre les faits ci-dessus impliquent que le faisceau électronique ainsi produit forme un pinceau de faible ouverture.

Pour ce qui est de l'énergie, le potentiel électrique au voisinage de l'orifice présente un col dont le sommet se rapproche fortement du potentiel des parois de l'ouverture. La différence peut facilement être tenue à moins d'un dix millième du potentiel d'accélération.

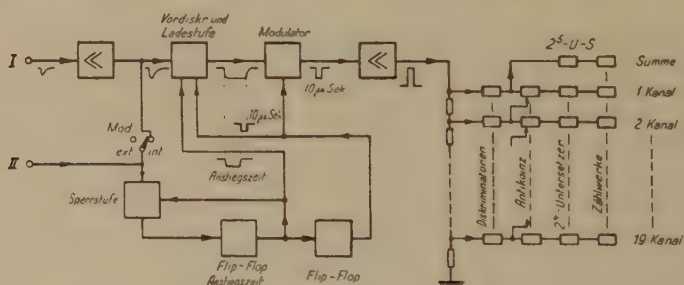
Comme le phénomène d'ionisation produit des électrons d'énergie dépassant rarement le potentiel de la cathode, le défaut de chromatie est inférieur aux dix millièmes.

Ce même dispositif fonctionne comme source d'ions si l'on inverse la polarité de l'électrode accélératrice¹⁾. Nous l'utilisons sur un tube ionique en vue de produire des neutrons par la réaction $D + D$. La source d'ions est alimentée par un transformateur donnant des impulsions périodiques. Nous avons obtenu avec de l'hydrogène un courant ionique de 15 mA instantané et de 0,7 mA en moyenne. Avec le deutérium il est donc possible de réaliser une source de neutrons pulsée et, au moyen d'un sélecteur de vitesse, d'effectuer des mesures avec neutrons lents monocinétiques.

Ein Gerät zur Messung der Verteilung von Impulshöhen und Zeitdifferenzen

von E. BALDINGER und R. CASALE²⁾, Basel.

Untersucht man Kernreaktionen in der Ionisationskammer, so bildet die Zahl der Ionen bzw. ihre Ladung ein Mass für den Energieverlust der Partikel im Zählvolumen der Kammer. Man verstärkt und registriert Impulse, deren Amplituden proportional zu diesen



Amplitudenverteilung: Eingang I Impulse, Modulation intern

Zeitverteilung { Eingang I Sägezahnspannung
Eingang II Impulse, Modulation extern

Fig. 1.

Blockdiagramm.

Ladungen sind. Die Auswertung wird wesentlich erleichtert, wenn eine Registriereinrichtung³⁾ zur Verfügung steht, welche die Amplitudenverteilung direkt abzulesen gestattet. Fig. 1 zeigt ein Block-

¹⁾ Physica **4**, 1190 (1937), F. M. PENNING et J. H. A. MOUBIS.

²⁾ Istituto di Fisica dell'Università di Roma.

³⁾ D. MAEDER, Helv. Phys. Acta **XX**, 140, 1947.

diagramm unserer neu fertiggestellten Messeinrichtung. Zur Untersuchung der Amplitudenverteilung werden die Impulse auf den Eingang I geschaltet, verstärkt und hierauf in Rechteckimpulse von 10μ Sek. Dauer umgewandelt, deren Höhe proportional der Amplitude der Eingangsimpulse sind. Die Umwandlung geschieht folgendermassen:

Die Impulse lösen in einer 1. Flip-Flop-Stufe einen Rechteckimpuls einstellbarer Zeitdauer t_1 aus. Die Rückflanke dieses Impulses erzeugt in einer 2. Flip-Flop-Stufe einen Rechteckimpuls von 10μ Sek. Dauer. Während der Zeit t_1 wird in der Ladestufe ein Kondensator auf die Amplitude des zu untersuchenden Impulses aufgeladen. Die Spannung dieses Kondensators steuert den einen Eingang des Modulators. Einem zweiten Eingang wird der 10μ Sek. Impuls zugeführt, so dass am Modulatorausgang ein Impuls dieser Zeitdauer und einer Höhe entsprechend der Eingangsspannung erscheint.

Nach jedem Impuls wird die Registriereinrichtung für eine einstellbare Zeit gesperrt. Falls in dieser Zeit ein weiterer Impuls eintrifft, so wird die Sperrzeit automatisch und proportional der Impulshöhe verlängert. Damit werden Fehlmessungen weitgehend vermieden.

Die verstärkten Ausgangsimpulse des Modulators gelangen in 19 gleich gebaute Kanäle, wobei infolge der Unterteilung des Anodenwiderstandes des Ausgangsverstärkers jeder höhere Kanal einen etwas kleineren Impuls erhält. Die Kanäle setzen sich zusammen aus Diskriminator, Antikoinzidenzstufe, 4fach Untersetzer und Endstufe mit Zählwerk. Spricht beispielsweise der zweite Diskriminator an, so sperrt die Antikoinzidenzstufe des ersten Kanals. Auf diese Art werden die Amplitudenintervalle der einzelnen Kanäle bestimmt.

Bei einem Auflösungsvermögen der Zählwerke von $1/50$ Sek. und falls ein Zählverlust von 2% gerade zulässig ist, können pro Kanal im Mittel 20 statistisch verteilte Impulse pro Sekunde registriert werden. An den 1. Diskriminator ist ein weiterer Kanal mit einem 32fach Untersetzer angeschlossen, der automatisch die Summe der in den 19 Kanälen registrierten Impulszahlen bildet und so eine laufende Kontrolle der Zähleinrichtung ermöglicht. Es sei noch erwähnt, dass sich die Intervalle der einzelnen Kanäle ohne Überlappung und ohne Lücke aneinanderschliessen.

Die Ladestufe ist ferner als Vordiskriminator ausgebildet, so dass wahlweise auch ein kleiner Teil der Amplitudenverteilung recht genau ausgemessen werden kann. Mit Hilfe eines weiteren, in Fig. 1

nicht eingezeichneten Vordiskriminators lässt sich die Kanalbreite bis zu 10^{-6} der maximalen Impulshöhe verringern.

Im Hinblick auf Experimente mit Hilfe der Flugzeit von Neutronen, ist die Apparatur ebenfalls zur Messung von Zeitdifferenzen zwischen einzelnen Ereignissen oder Impulsen eingerichtet. In diesem Falle werden die, von der zu untersuchenden Kernreaktion herrührenden Impulse auf den Eingang II geschaltet. Sie bestimmen den Zeitpunkt der Modulation. Gleichzeitig mit dem in der Quelle erzeugten „Neutronenimpuls“ beginnt am Eingang I eine Spannung linear anzusteigen. Am Modulatorausgang erscheint eine Impulshöhe, entsprechend dem Wert, den die linear ansteigende Spannung im Zeitpunkt der Kernumwandlung erreicht hat. Zeitdifferenzen sind somit in Amplitudendifferenzen umgewandelt, und jeder Kanal entspricht einer bestimmten Zeitdifferenz.

Das ganze Gerät enthält 150 Radoröhren und besitzt eine Anschlussleistung von 1,5 kW. Eine ausführliche Beschreibung folgt später.

Natürliche Unschärfe der Ladungsmessung mit Impulsverstärkern in Abhängigkeit von der Stosshäufigkeit

von D. MAEDER (ETH. Zürich).

Bei der Messung kleiner Ladungsstösse mittels Verstärkern stellt sich das Problem, aus dem beobachtbaren Stromverlauf im Ausgangskreis $J = f(t)$ die Grösse des zur Zeit $t = 0$ stattgefundenen Ladungszuwachses Q am Eingang zu bestimmen. Aus $f(t)$ ist also eine Masszahl für Q zu bilden

$$\mathfrak{M}\{f(t)\} = Q + q \quad (q = \text{Fehler})$$

derart, dass das mittlere Fehlerquadrat \bar{q}^2 möglichst klein wird. Das beste Masszahlverfahren besteht nach VAN HEERDEN¹⁾ in der Bildung der Differenz der Mittelwerte von $f(t)$ vor bzw. nach dem Ladungssprung, wobei die Werte $f(t)$ mit geeigneten Gewichtsfunktionen $g_{1,2}(t)$ zu belegen sind. Die so entstehende Masszahl

$$\mathfrak{M}_0\{f(t)\} = g_2(t) f(t) - g_1(t) f(t), \quad (1)$$

mit

$$g_{1,2}(t) = e^{\pm \frac{t}{\tau_0}} \quad (2)$$

führt auf das theoretisch kleinstmögliche mittlere Fehlerquadrat

¹⁾ VAN HEERDEN, Dissertation, Utrecht (1945).

\bar{q}_0^2 , welches wir als natürliche Unschärfe der Q -Bestimmung bezeichnen. \bar{q}_0^2 und τ_0 sind charakteristische Daten der Apparatur, ihre Grössenordnung beträgt $(100 e)^2$ bzw. 10^{-3} sec^2 .

Da sich bei der Mittelwertbildung über unendlich lange Zeit (gemäss (1)) weitere Ladungsstösse überlagern können, so gilt VAN HEERDENS Rechnung streng nur bei *verschwindender* Stossfrequenz. Um die theoretische Grenze für \bar{q}^2 bei vorgegebener, *endlicher Stosshäufigkeit* zu finden, ersetzen wir die Vorschrift (1) durch

$$\mathfrak{M}\{f(t)\} = \overset{0}{\text{-----}} \overset{t_2}{t_2} \quad \overset{t_1}{t_1} \text{-----} 0 \quad g_2(t) f(t) - g_1(t) f(t), \quad (3)$$

wobei t_1 = Zeitpunkt des letzten vorangegangenen Stosses
 t_2 = Zeitpunkt des ersten nachfolgenden Stosses

wodurch Überlagerungen vermieden werden. Zunächst suchen wir das kleinste \bar{q}^2 zu einer vorgegebenen Pausenlänge T (Festlegung der optimalen Gewichtsfunktionen $g_{1,2}(t)$). Es zeigt sich, dass für alle T mit hinreichender Genauigkeit die Gewichtsfunktionen (2) beibehalten werden können; mit dieser Vereinfachung ergibt sich:

$${}^T\bar{q}_0^2 = \bar{q}_0^2 \left[1 + \frac{x}{2} \frac{e^{-2x}}{\sinh^2 x} \right], \quad (4)$$

wobei $x = \frac{T}{2\tau_0}$ = normierte Pausenlänge

Bei statistisch aufeinanderfolgenden Stössen ist (4), mit der Wahrscheinlichkeit der Pausenlänge T multipliziert, über alle T von $2\tau_0 \dots \infty$ zu integrieren (τ_a = Anstiegszeit des Verstärkers $\ll \tau_0$). Setzt man für $T < 2\tau_a$ den Fehler gleich der Grösse der zu messenden Ladung Q , so wird das statistisch gemittelte Fehlerquadrat für ein bestimmtes τ_a ein Minimum, welches wir als natürliche Unschärfe bei vorgegebener Stosshäufigkeit N bezeichnen:

$${}^N\bar{q}_0^2 = a(1+a)Q^2 + \bar{q}_0^2 e^{-\frac{a}{2}} \left[1 + \tau_0 N \int_b^{\tau_0 N+1} \frac{e^{-x}}{x} dx \pm \dots \right] \quad (5)$$

wobei

$$a \equiv 2\tau_{a\text{opt}} N \approx \frac{\tau_0 N}{\tau_0 N + Q^2/\bar{q}_0^2}; \quad b \equiv \tau_{a\text{opt}} \left(N + \frac{1}{\tau_0} \right) \approx \frac{1}{2} \tau_0 \frac{\tau_0 N + 1}{N + Q^2/\bar{q}_0^2}.$$

Zum Vergleich mit der natürlichen Unschärfe (5) wurde der mit dem praktisch stets benützten RC - RC -Verfahren¹⁾³⁾ erreichbare kleinste Fehler berechnet. Unter Berücksichtigung des von Über-

²⁾ MILATZ und KELLER, *Physica* IX, 97 (1942).

³⁾ KELLER, *Physica* XIII, 326 (1947).

lagerungen herrührenden, üblicherweise vernachlässigten „Abklingfehlers“ ergibt sich als theoretische Unschärfe des RC - RC -Verstärkers:

$$N \bar{q}_{RCRC}^2 = \frac{e^2}{4} \bar{q}_0^2 \sqrt{1 + 0,676 n Q^2 / \bar{q}_0^2}. \quad (6)$$

Die numerische Auswertung von (5) und (6) zeigt, dass bei gleichem Fehler die für den RC - RC -Verstärker zulässige Stosshäufigkeit weit unterhalb der theoretischen Grenze liegt. Es sei daher auf eine verallgemeinerte RC -Schaltung hingewiesen, welche die na-

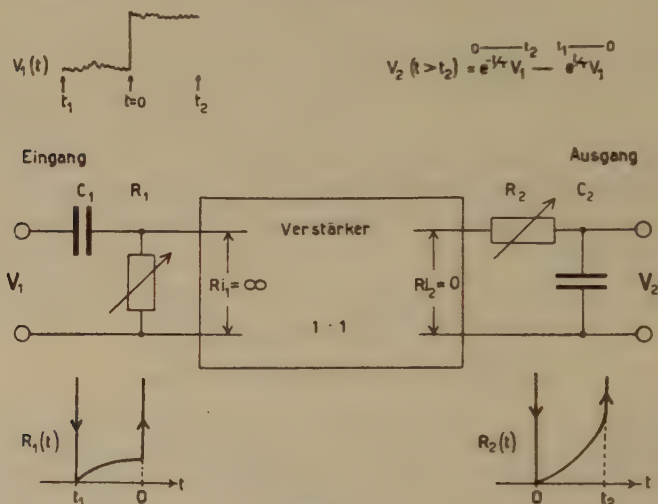


Fig. 1.

Automatische Mittelwerts- und Differenzbildung.

türliche Unschärfe bei beliebiger Stosshäufigkeit realisiert (Fig. 1): Die Widerstände R_1 , R_2 werden durch eine Umschaltvorrichtung (die nur auf wahre Stösse, nicht aber auf Untergrundspitzen ansprechen soll) zeitlich gesteuert, so dass für $t > t_2$ die Spannung an C_2 die gesuchte Masszahl für Q liefert. Diese wird identisch mit der von der Theorie geforderten Masszahl (3), falls

für	$t < t_1$	$t_1 < t < 0$	$0 < t < t_2$	$t > t_2$
$R_1(t)$	beliebig	$R_0 \left(1 - e^{-\frac{t-t_1}{\tau_0}}\right)$	∞	beliebig
$R_2(t)$	beliebig	beliebig	$R_0 e^{-\frac{t}{\tau_0}} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_0}}\right)$	∞

Die ausführliche Arbeit erscheint in den H.P.A.

Untersuchungen an verschiedenen Koinzidenz-Mischstufen

von P. STOLL, M. WALTER und W. ZÜNTI, ETH. Zürich.

Als Mischstufe für Koinzidenzverstärker wird seit 1930 vorwiegend die Rossi-Stufe¹⁾ verwendet. Dazu kamen in letzter Zeit einige andere Vorschläge, unter denen wir besonders die Kathoden²⁾- und die Dioden³⁾-Mischstufe herausgreifen (Schaltungen vgl. Figur).

Während für die Erzielung eines hohen Auflösungsvermögens die Vorverstärkung massgebend ist, hat man von der eigentlichen Mischstufe zu fordern, dass sie die Koinzidenzen möglichst sauber von den Einzelstössen trennt. Am Ausgang soll daher das Verhältnis Koinzidenzstoss:Einzelstoss = q möglichst gross sein. Um die eingangs erwähnten Schaltungen miteinander vergleichen zu können, erschien es uns deshalb zweckmässig, diese Verhältniszahl q experimentell zu bestimmen. Der Vergleich ist natürlich nur dann einwandfrei, wenn dieselben Eingangsimpulse verwendet werden. Bei den vorliegenden Untersuchungen wurde daher für alle Mischstufen der gleiche Vorverstärker benützt.

Die Messungen erfolgten auf bekannte Art mit Hilfe des Kathodenstrahloszillographen (Du Mont 224-A), wobei jeder einzelne Zählrohrimpuls den normalerweise unterdrückten Kathodenstrahl freigibt und gleichzeitig die lineare Zeitablenkung auslöst. Die Bilder der rasch aufeinanderfolgenden Zählrohrstösse überlagern sich somit auf dem Schirm zu einer stehenden, leicht photographierbaren Kurve. Es bleibt noch zu bemerken, dass die Ansprechzeit der Apparatur etwa 10^{-7} sec beträgt. Wenn in die Prüflleitung ein Verzögerungsglied (kontinuierliche Bauweise) von $2 \cdot 10^{-7}$ sec eingeschaltet wird, kann jedoch auch der Anfang des Stosses sichtbar gemacht werden (vgl. Figur).

a) *Kathodenmischstufe*. Die Höhe des Einzelstosses ist näherungsweise gegeben durch $V_{\text{einzel}} = J_{a_0}/2S$, wobei J_{a_0} den Anodenruhestrom beider Röhren und S deren Steilheit bedeutet. Bei den heutigen Röhrentypen hat dieser Wert die Grössenordnung 1 Volt. Weil der Verstärkungsgrad für den Koinzidenzstoss bei dieser Schaltung höchstens den Wert 1 erreichen kann, muss die Eingangsstosshöhe wesentlich grösser als 1 Volt sein, damit ein genügend grosses q gewährleistet wird. (Bei Aufnahme a) ist diese Forderung schlecht erfüllt, da der Eingangsstoss durch starke Differentiierung auf 3 Volt reduziert wurde.)

¹⁾ ROSSI, Nature **125**, 636 (1930).

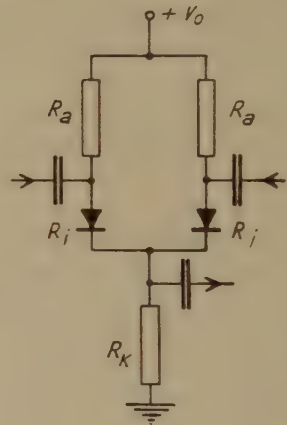
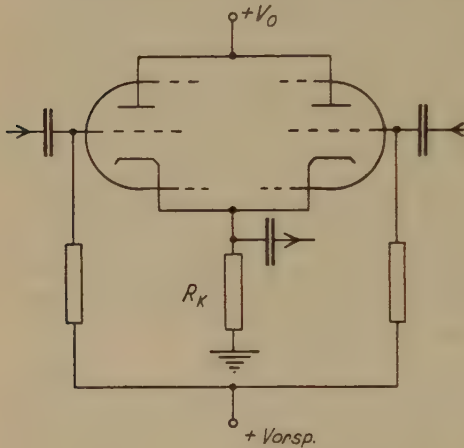
²⁾ KURSHAN, Rev. Sci. Inst. **18**, 647 (1947).

³⁾ HOWLAND, SCHROEDER und SHIPMAN, Rev. Sci. Inst. **18**, 551 (1947).

b) *Diodenmischstufe*. Auch bei dieser Schaltung wird der Koinzidenzstoss nicht verstärkt. Die Einzelstosshöhe für 2fach-Koinzidenzen ist hier im Prinzip durch folgende Formel gegeben:

$$V_{\text{einzel}} = \frac{1}{2} J_{\text{total}} (R_a + R_i)$$

(Allgemein für n -fach-Koinzidenzen: $(n-1)/n$ an Stelle von $\frac{1}{2}$.)



a) *Kathodenmischstufe*

Doppeltriode 6 SN7

$R_k = 10 \text{ KOhm}$

$V_0 = 280 \text{ Volt}$

Vorsp. = 50 Volt

b) *Diodenmischstufe*

Germaniumgleichrichter 1N34

$R_a = 1 \text{ KOhm}$

$R_k = 5 \text{ MOhm}$

$V_0 = 280 \text{ Volt}$

Koinzidenz- und Einzelstoss bei Eingangsstössen von 3 Volt Amplitude.

J_{total} ist der im Kathodenwiderstand R_k fliessende Strom. R_a kann nicht beliebig klein gemacht werden, da sonst die Anpassung an den Vorverstärker ungünstig wird. (Eventuell erweist sich die

Einschaltung einer cathode follower-Stufe als nötig.) Hingegen kann der Ruhestrom J_{total} , z. B. durch Wahl eines grossen Kathodenwiderstandes R_k , sehr klein gehalten werden.

Allzuweit darf man jedoch mit der Unterdrückung des Einzelstosses auch nicht gehen, weil sonst die Grösse des Koinzidenzstosses merklich abnimmt. Seine Flankensteilheit kann nämlich den Wert

$$\alpha = \left(\frac{dV}{dt} \right)_{\text{max}} = \frac{J_{\text{total}}}{C_k}$$

nicht überschreiten. Dabei bedeutet C_k die Kapazität zwischen Kathode und Erde. Die Verwendung von Germaniumgleichrichtern 1N34 ist besonders günstig, weil die Kathoden-Heizfaden-Kapazität wegfällt.

Es bleibt noch zu bemerken, dass die Arbeitsweise der Diodenmischstufe für dreieckige Eingangsimpulse berechnet wurde, wobei sich die von HOWLAND, SCHROEDER und SHIPMAN³⁾ für Rechteckimpulse durchgeführten Betrachtungen als Spezialfall bestätigten. Durch künstliche Veränderung von C_k konnten verschiedene Werte der kritischen Flankensteilheit α experimentell realisiert werden. Es zeigte sich dabei, dass das Abschneiden des Koinzidenz-Ausgangsstosses sehr scharf eintritt, sobald α unter die Eingangsstoss-Flankensteilheit sinkt. Bei der Dimensionierung einer Diodenmischstufe wird man zur Erzielung eines kleinen Einzelstosses den kritischen Wert α gleich der Flankensteilheit des Eingangsstosses wählen.

c) *Rossistufe*. Die Eigenschaften dieser Stufe ergeben sich bekanntermassen aus der Pentoden-Charakteristik. Eine befriedigende Unterdrückung des Einzelstosses führt zwangsläufig auf eine hohe Zeitkonstante im Anodenkreis, so dass der Vorteil der Verstärkung nur bei relativ langen Eingangsimpulsen gewahrt wird.

Bei kurzen Stössen, wie sie zur Erzielung eines hohen Auflösungsvermögens notwendig sind, erscheint uns jedoch die Diodenmischstufe wegen ihrer geringen Einzelstosshöhe als besonders geeignet.

Ein Beta-Spektrometer hoher Lichtstärke

von W. ZÜNTI (ETH. Zürich).

Die auf dem Prinzip der magnetischen Linse beruhenden Spektrometer scheinen besonders geeignet zur Erzielung hoher Lichtstärke. Die Öffnungsfehlerkonstante als ausschlaggebende Grösse erheischt eine dicke magnetische Linse, welche ähnlich wie ein homogenes Feld wirkt. Statt der üblichen Lochblende muss eine

Ringblende verwendet werden, deren Stellung und Grösse aus dem gemessenen Feldverlauf auf der Achse errechnet werden kann.

Das ausgeführte Gerät verwendet eine lange zweigeteilte Spule mit äusserem Eisenmantel. Der erfasste Raumwinkel beträgt 0,34, entsprechend einer Ausnützung von 2,7%. Mit einer scheibenförmigen Quelle von 3 mm Durchmesser wird ein Auflösungsvermögen von 1,3% erreicht, in Übereinstimmung mit der theoretischen Erwartung. Die ausführliche Arbeit erscheint demnächst in der H.P.A.

Origine de l'effet de température sur le tube de Geiger-Müller à alcool-argon

par G. JOYET et Mlle M. SIMON, C.A.C.R., Lausanne.

Sous tension de travail constante, les tubes de Geiger-Müller à remplissage d'alcool et d'argon manifestent une variation de sensibilité plus ou moins élevée en fonction de la température. La sensibilité peut décroître de quelques pourcents pour une élévation de température de 1°C dans un tube à palier court de 150 V environ¹). Cet effet de température peut provenir de *propriétés absorbantes des parois* du tube qui restituent à température élevée les gaz de remplissage absorbés à basse température et modifient ainsi la pression du mélange et par là le libre parcours. Il pourrait aussi tirer son origine d'une propriété de la vapeur d'alcool qui formerait des *édifices polymoléculaires* dont l'élévation de température entraînerait la dissociation progressive. Il est peu probable que cet effet, comme on l'affirme parfois, provienne de la présence d'impuretés dans les gaz de remplissage, car on ne comprendrait pas comment ces impuretés provoquent la translation de la caractéristique en fonction de la température que l'on observe.

Pour déterminer l'origine du phénomène, nous avons construit des tubes avec des matériaux différents d'une part, et d'autre part nous avons fait varier la pression d'alcool de 10 à 30 mm en maintenant constante au moment du remplissage la pression totale du mélange à 105 mm.

Pour un tube cylindrique à parois d'aluminium, avec fil tendu entre deux bouchons de cibanite colmatés avec de la picéine ou de la cire Apiezon W, l'effet de température est donné par la figure 1. Il consiste principalement en une translation de la caractéristique

¹) G. JOYET, H.P.A. XX, 247 (1947).

parallèlement à l'axe des tensions en fonction de la température. La translation, pour une différence de température déterminée, croît avec la température. Par ailleurs, le palier s'allonge et sa pente diminue aux températures élevées alors qu'aux températures basses le phénomène inverse se produit comme si les «spurious counts» s'étaient considérablement accrus. La figure indique l'ordre dans lequel les caractéristiques ont été enregistrées avec une durée de stabilisation de quelques heures à chaque température. Les 6^e et 7^e caractéristiques à 25^o C ont été enregistrées après des attentes respectives de 2 et 5 jours. Le phénomène apparaît donc comme

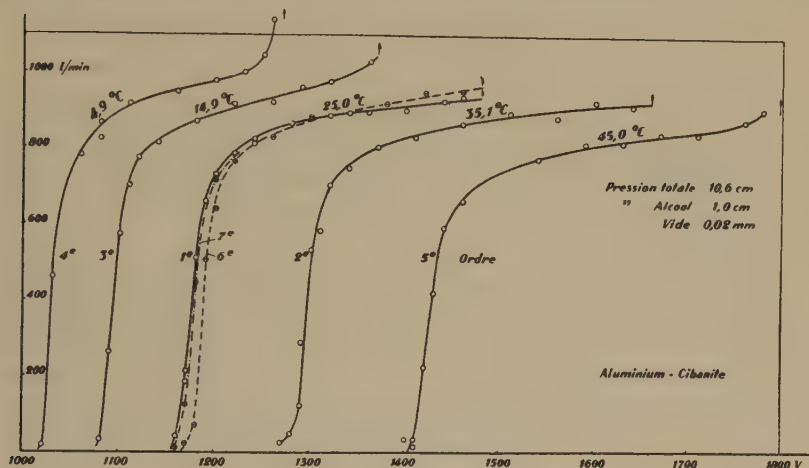


Fig. 1.

complètement réversible malgré le déplacement considérable d'environ 400 V subi par la caractéristique. C'est ce déplacement qui explique, à tension de travail constante, la variation de sensibilité. Pour le même type de tube, si l'on porte la pression d'alcool à 20 et 30 mm au remplissage, l'effet de température croît avec la pression d'alcool.

Les tubes sont remplis avec un argon très pur (tube scellé de Griesogen, pureté spectrale), et de l'alcool absolu. Des traces d'air et un vide moins poussé raccourcissent le plateau de la caractéristique mais ne modifient pas le déplacement de celle-ci.

Considérons l'amorçage de la décharge au début de la caractéristique, au point initial où le compteur commence à fonctionner en amplificateur proportionnel. L'amorçage apparaît au moment où l'énergie cinétique d'un électron atteint une valeur W_e au cours des derniers libres parcours avant d'atteindre le fil. Très près de la

surface du fil, le champ E peut être considéré comme uniforme. Dans ces conditions, on peut montrer que l'énergie de l'électron a pour valeur

$$W_e = \frac{e \lambda_e E}{\sqrt{2 K}}$$

où K est un coefficient qui caractérise la perte moyenne d'énergie par choc contre les molécules. W_e est constant au point d'amorçage et ne dépend que de la nature des gaz de remplissage. Si E croît avec la température, λ_e , le libre parcours de l'électron, doit décroître inversement proportionnellement.

$$\lambda_e = \frac{1}{\nu_1 \pi \sigma_1^2 + \nu_2 \pi \sigma_2^2}$$

où les indices 1 et 2 sont relatifs respectivement à l'argon et à l'alcool. S'il n'est pas probable que le nombre ν_1 de molécules d'argon varie, en revanche, ν_2 peut varier par absorption ou libération d'alcool par les parois d'une part ou par dissociation d'édifices polymoléculaires d'autre part.

Si l'on examine dans un récipient de pyrex relié à un manomètre, la variation de pression de la vapeur d'alcool à volume constant en fonction de la température, la variation $\Delta p / \Delta T$ apparaît comme parfaitement linéaire de 20 à 45° C. Comme la formule de VAN DER WAALS peut s'écrire

$$\frac{p_1 - p_0}{T_1 - T_0} = \frac{RN}{v - b}$$

on en déduit que le nombre N est resté constant. Par une méthode d'effusion H. EYRING¹⁾, en déterminant le poids moléculaire de la vapeur d'alcool a par ailleurs montré que le gaz était monomoléculaire. L'effet de température du tube de Geiger ne provient donc pas d'une dissociation de la vapeur d'alcool.

Si l'on change la nature des parois en construisant un tube en pyrex scellé avec fil de tungstène et cathode de cuivre électrolytique disposée à l'intérieur du tube avec une pression d'alcool de 2,0 cm et une pression totale de 10,9 cm, ce tube possède la caractéristique habituelle, mais celle-ci ne subit plus aucune translation lorsque la température passe de 20 à 30 puis à 50° C. L'effet de température est donc supprimé. Mais si la température est descendue à 0° où la tension de vapeur saturante de l'alcool est de 12 mm, le tube, malgré la saturation, fonctionne normalement, mais sa caractéristique a subi une translation de 120 V vers les basses tensions. Si

¹⁾ H. EYRING, J. of Am. Chem. Society **50**, 2398 (1928).

l'on revient à la température initiale de 20° C, on retrouve avec un décalage d'une dizaine de volts la caractéristique initiale.

L'effet de température du tube de Geiger — hors du domaine de saturation — est donc dû essentiellement à une absorption de la vapeur d'alcool par certains matériaux constituant ses parois. Les matériaux essayés les plus actifs sont, par ordre d'importance: la cibanite et la picéine (un peu solubles dans l'alcool!) et sans doute l'anticorodal. Le pyrex, le cuivre électrolytique, la cire Apiezon W, le polystyrène ne provoquent pas ou atténuent considérablement l'effet de température.

(Ce travail fera l'objet d'une publication plus étendue.)

Das Abklingen latenter Bilder in photographischen Schichten

von L. JENNY und W. HÄLG (Basel).

Es wird das Abklingen der latenten Spuren in der von uns beschriebenen, zum Nachweis geladener Teilchen geeigneten, photographischen Emulsion¹⁾ untersucht. Dabei ergibt sich für α -Teilchen des Po (5,3 MeV) eine Abnahme der Korndichte um 25% bei einer Wartezeit von 32 Tagen zwischen Exposition und Entwicklung. Für die gleiche Zeit beträgt die Dichteabnahme bei Spuren von 3 MeV Protonen mehr als 50%. Das Fading äussert sich im Verschwinden einzelner Körner der Spur, wobei die Wahrscheinlichkeit dafür unabhängig von der Lage des Korns in der Spur zu sein scheint.

Messungen mit Licht an denselben Emulsionen lieferten ein stärkeres Abklingen des latenten Bildes als bei schweren Teilchen. Eine ausführlichere Arbeit wird demnächst in den H.P.A. erscheinen.

Die höheren strahlungstheoretischen Näherungen zum Compton-Effekt

von E. CORINALDESI²⁾ und R. JOST (ETH. Zürich).

Während es bis vor kurzem angesichts der Divergenzschwierigkeiten aussichtslos schien, die sicher vorhandenen Korrekturen der Ordnung $e^2/4\pi\hbar c = 1/137$ zu den störungstheoretischen Wirkungsquerschnitten auszurechnen, scheint die neuere Quantenelektro-

¹⁾ W. HÄLG und L. JENNY, Helv. Phys. Acta XXI, 131 (1948).

²⁾ Centro di Fisica Nucleare del C. N. R., Roma.

dynamik¹⁾ Subtraktionsmethoden zu entwickeln, die die Bestimmung der höheren strahlungstheoretischen Näherungen gestatten²⁾.

Wir wendeten das Verfahren von H. W. LEWIS und S. T. EPSTEIN auf die Streuung von Licht an skalaren Boseteilchen an.

Der entsprechende Hamiltonoperator lautet³⁾

$$H = H_0 + e H_1 + e^2 H_2 + H_{st}$$

$$H_0 = \frac{1}{2} \int (H^2 + E^{tr2}) d^3 x + \int [\pi^* \pi + \psi^* (-\Delta + m^2) \psi] d^3 x$$

ist die Energie der ungestörten Felder

$$H_1 = -ie \int \sum_k \Phi_k^{tr} \left(\frac{\partial \psi^*}{\partial x_k} \psi - \frac{\partial \psi}{\partial x_k} \psi^* \right) d^3 x$$

$$H_2 = e^2 \int \psi^* \psi \sum_k \Phi_k^{tr2} d^3 x$$

$$H_{st} = \frac{1}{8\pi} \int \int \frac{\varrho(x) \varrho(x')}{|x - x'|} d^3 x d^3 x', \quad \varrho = -ie (\pi \psi - \pi^* \psi^*)$$

sind die Wechselwirkungsterme. H_{st} ist insbesondere die elektrostatische Energie (die longitudinalen Photonen sind eliminiert).

Durch die Einführung der bekannten Operatoren für die Photonen- und Teilchenanzahlen kann H_0 diagonal gemacht werden. $e H_1 + e^2 H_2 + H_{st}$ sind dann Operatoren, die die Teilchenzahlen verändern.

Indem die tiefer liegenden Fragen der Lorentzinvarianz zunächst beiseite geschoben werden, behandeln wir den Fall, in welchem das streuende Teilchen anfangs in Ruhe ist. Dies hat bedeutende Vereinfachungen der Rechnung zur Folge. Der erhaltene Wirkungsquerschnitt kann nach bekannten Regeln auf ein bewegtes Bezugssystem umgerechnet werden.

Durch eine kanonische Transformation

$$\tilde{H} = e^{-S} H e^S \quad \text{mit} \quad [H_0, S] = -e H_1$$

wird der in e lineare Term von H wegtransformiert:

$$\tilde{H} = H_0 + e^2 \tilde{H}_2 + e^3 \tilde{H}_3 + e^4 \tilde{H}_4 + \dots$$

¹⁾ J. SCHWINGER, Phys. Rev. **73**, 415, 1948; H. W. LEWIS, *ibid.*, p. 173; S. T. EPSTEIN, *ibid.*, p. 177; J. SCHWINGER, Bull. Americ. Phys. Soc. **23**, No. 3, p. 15, 1948; R. P. FEYNMANN, *ibid.*

²⁾ H. W. LEWIS, *l. c.*; S. T. EPSTEIN, *l. c.*

³⁾ G. WENTZEL, Quantentheorie der Wellenfelder § 11 und § 17. Wir setzen $\hbar = c = 1$.

Die Transformation e^S verändert die Photonen- und Teilchenanzahlen. Wir werden die neuen Anzahlen als die physikalisch beobachtbaren ansehen. Diese Transformation ist für die Durchführung der Subtraktion durchaus wesentlich. Sie geht für den Fall unendlich schwerer Teilchen (Vernachlässigung des Impulssatzes und der Paarerzeugung) in die von BLOCH und NORDSIECK¹⁾ eingeführte Transformation über und gestattet daher auch die Vermeidung der Ultrarotschwierigkeiten.

Der nach der Störungsrechnung aus H berechnete differentielle Wirkungsquerschnitt wird nach Potenzen von e entwickelt:

$$d\sigma = d\sigma_4 + d\sigma_6 + \dots$$

$d\sigma_4$ ist der Wirkungsquerschnitt nach GORDON-KLEIN. $d\sigma_6$ enthält divergente Impulsraumintegrale und zwar

- a) solche, die bei grossen Impulsen quadratisch divergieren,
- b) solche, die bei kleinen Photonenimpulsen logarithmisch divergieren.

Ein Teil der Divergenzen a) lässt sich als Selbstenergiet Terme deuten, indem sie sich darstellen lassen als Ableitungen von $d\sigma_4$ nach den Anfangs- und Endenergien von Teilchen respektive Photon multipliziert mit den entsprechenden Selbstenergien. Diese Terme können subtrahiert werden, da wir für die Ruhmasse der Photonen null und für die der Elektronen die experimentell gemessenen schon in H_0 eingesetzt haben. Die restlichen Divergenzen von a) lassen sich schreiben als $\text{const. } d\sigma_4$, wo const. ein logarithmisch divergentes Integral ist, das weder vom Anfangs-, noch vom Endzustand abhängt. Sie sind Folgen der Vakuumpolarisation und werden durch die Renormalisation der Ladung subtrahiert. Die endgültige Renormalisation der Ladung muss so erfolgen, dass im nichtrelativistischen Grenzfall $d\sigma$ in die Thomsonsche Streuformel übergeht.

Die Divergenzen b) entsprechen der Tatsache, dass eine Aufspaltung des Wirkungsquerschnittes in Einfach- und Mehrfachprozesse im Rahmen der Störungsrechnung nicht möglich ist¹⁾. Man hat deshalb zu $d\sigma$ noch den Wirkungsquerschnitt des Doppel-Compton-Effektes $\int d\sigma^{\text{doppel}} \cdot d^3k_2$ zu addieren, wobei ein Quant des Impulses k_1 nach $d\Omega$ gestreut wird, das andere k_2 aber beliebig ist. Dann kompensieren sich die Divergenzen in $d\sigma_6$ mit den bekannten Ultrarotdivergenzen des Doppel-Compton-Effektes.

¹⁾ F. BLOCH and A. NORDSIECK, Phys. Rev. **52**, 54, 1937. Für den Compton-Effekt: R. JOST, Phys. Rev. **72**, 815, 1947.

Für den nichtrelativistischen Grenzfall ergibt sich nach umständlicher Rechnung für¹⁾

$$d\sigma_6 = \frac{r_0^2}{2 \cdot 137} \cdot \frac{d\Omega}{(2\pi)^3} \cdot k^2 \left\{ (1 + \cos^2 \Theta) \left[\frac{47}{72} - 2 \log(2k) + \frac{2}{3} \log(2\omega) \right] \right. \\ \left. + (1 + \cos^2 \Theta) \cos \Theta \left[-\frac{55}{72} - \frac{2}{3} \log(2k) - \frac{2}{3} \log(2\omega) \right] \right. \\ \left. + (1 - \cos^2 \Theta) \cos \Theta \left[-\frac{7}{72} - \frac{4}{3} \log(2k) \right] \right\}$$

r_0 = ist der klassische Elektronenradius;

k = der Impuls des einfallenden Lichtquants in Einheiten mc ;

ω = der Abschneideimpuls für den Doppel-Compton-Effekt. $d\sigma_4 + d\sigma_6$ gibt den Wirkungsquerschnitt dafür, dass neben dem Hauptquant entweder kein anderes oder ein zweites Quant des Impulses $\leq \omega \ll k$ emittiert wird.

Eine entsprechende Rechnung für Spinelektronen ist begonnen.

Sur la mesure de la concentration en uranium des plaques Ilford D_1 imprégnées et la détermination de sections efficaces de fission

par CH. HAENNY et O. ROCHAT (Lausanne).

La méthode du comptage des traces dans l'émulsion photographique peut être appliquée à la détermination de sections efficaces, spécialement si le flux de particules incidentes est faible. Elle pourrait constituer un moyen facile de mesurer la concentration en isotope 235 d'un uranium enrichi, en utilisant les traces de fissions par neutrons lents. Le travail présenté est une étude des conditions d'application de cette méthode de comptage.

1. Détermination de la quantité d'uranium imprégnée.

Des plaques Ilford D_1 ont été imprégnées de solution de nitrate d'uranyle dans l'acide acétique 5% en volume, concentration comprise entre 10^{-4} et 10^{-1} gramme uranium par centimètre cube. La quantité d'uranium est déterminée en appliquant au contact de la couche imprégnée une émulsion $C 2$ sensible aux rayons Alphas.

Le nombre Tr de traces observables par champ du microscope ($7,7 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$) après 24 h. de contact, porté sur une échelle logarithmique en fonction du log. de la concentration molaire de la solution donne une droite correspondant à la relation $Tr = A c^f$ où $A = 26,0 \pm 0,7$ et $f = 0,81 \pm 0,01$. BRODA²⁾ indique une valeur de

¹⁾ Diese Formel wurde in Yverdon nicht mitgeteilt.

²⁾ BRODA, Nature **160**, 231 (1947).

0,80, les concentrations c utilisées étant inférieures à 0,12 molaire. Le procédé de contact permet l'emploi de solutions beaucoup plus concentrées. L'allure de la courbe d'absorption reste la même. Pour le nitrate de thorium l'isotherme d'absorption est également une droite dont la pente est de 0,77.

La valeur absolue de la concentration en g. U/cc. d'émulsion est tirée de ces résultats par la relation:

$$C_u = \frac{4 \cdot T_r}{N_{uI} \left(\sum_i \left(R_i - \varrho \frac{a}{a+1} \right) p_i \right) \cdot S \cdot \left(1 + \frac{\bar{R}}{2 \varnothing} \right)}$$

où N_{uI} = nombre d'alphas émis par 1 gr. d' U_1 en 24 heures.

R_i = parcours du rayon alpha dans l'émulsion (pour le $i^{\text{ième}}$ émetteur α).

ϱ = parcours minimum observable.

S = surface du champ du microscope.

\varnothing = diamètre du champ du microscope.

a = $\frac{\text{épaisseur av. fixage.}}{\text{épaisseur ap. fixage.}}$

p_i = 1 pour UI et U II. et 0,04 pour AcU.

Cette formule résulte d'une modification de la relation indiquée par I. CURIE¹⁾ et tient compte de la contraction qui suit le fixage. La longueur ϱ est la longueur minima que doit avoir la trace après contraction pour être encore observable. Le diviseur $(1 + R/\Phi)$ est dû à la méthode de comptage. Si l'on dénombre toutes les traces ayant une extrémité à l'intérieur du champ on attribue en trop à la surface du champ des traces sortant de l'émulsion extérieurement et pénétrant dans celui-ci sur les bords.

2. Epaisseur de l'émulsion.

La mesure de la concentration superficielle nécessite la connaissance de l'épaisseur de l'émulsion imprégnée et séchée. Cette valeur est susceptible de variations importantes pouvant aller jusqu'à 10% de l'épaisseur de l'émulsion sèche suivant la température et l'humidité de l'air. Pour une solution imprégnante de 0,142 gr. d'U/cc. à 55% d'humidité relative, l'épaisseur est de 81 μ . En utilisant la relation indiquée et une valeur de $T_r = 16,8$ la concentration calculée est de 2,06 mgr. U/cm² en bon accord avec une détermination analytique faite en extrayant l'U. de la couche par lavage est en le dosant sous forme de U_3O_8 .

¹⁾ I. CURIE, J. Phys. et Rad., S. VIII, t. VII, 313 (1946).

3. *Affaiblissement des traces de fission.*

Une série de 6 plaques imprégnées avec des solutions de concentrations comprises entre 0,2 et 0,01 gr. U/cc. a été exposée aux neutrons lents d'une source Ra-Be 500 MC. Jusqu'à une concentration de 0,312 dans l'émulsion on observe une bonne proportionnalité entre le nombre de traces de fissions et la quantité d'U. La concentration optima est donc de 0,3 gr. d'U/cc. ce qui correspond à une solution de 0,142 gr. U/cc. dans nos conditions d'imprégnation.

4. *Sensibilité aux rayons Alphas.*

Les plaques D_1 sont livrées comme insensibles aux rayons Alphas. Nous avons trouvé que pour une solution de $4 \cdot 10^{-4}$ et au-dessous, les traces apparaissent, mais très faiblement, avec environ 10 grains par trace. Les traces de fissions sont aisément discernables.

5. *Section efficace.*

Une première détermination de la section efficace effectuée à l'aide d'une source Ra-Be de 50 MC, les neutrons étant ralentis dans la paraffine, la plaque placée à 16 cm. de la source a donné une valeur de $4,9 \cdot 10^{-24}$ avec une erreur possible de 30% qu'il sera facile de diminuer par la suite. Le flux de neutrons a été mesuré avec des plaques imprégnées de bore en utilisant la valeur de $600 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ pour la section efficace (n, α).

(n,p)-Reaktion an P^{11}

von K. MEYER, P. HUBER und E. BALDINGER, Basel.

(Erscheint demnächst in den H.P.A.)

Koinzidenz-Messungen an Licht- und γ -Quanten mit Multipliern

von K. P. MEYER, P. HUBER und E. BALDINGER, Universität Basel.

Um die Belastbarkeit mit hohen Impulszahlen und das grosse Auflösungsvermögen des Multipliers in einer entsprechenden Koinzidenzschaltung ausnützen zu können, muss diese ausser dem nötigen Auflösungsvermögen (τ) auch eine Empfindlichkeit besitzen, die bis zu möglichst kleinen Impulsamplituden geht. Der breiten Amplitudenverteilung der Multiplier-Impulse wegen würde sonst die Ausbeute (β) ganz erheblich herabgesetzt. Eine Nachverstärkung

der Multiplierimpulse kommt infolge der Anforderungen an den Frequenzgang nicht in Frage. Der relative Fehler beim Zählen von Koinzidenzen¹⁾ ist nun bekanntlich proportional $\sqrt{\tau}/\beta$, so dass es in der Regel keinen Sinn hat, das Auflösungsvermögen zu erhöhen ohne gleichzeitig auf gute Ausbeute zu achten.

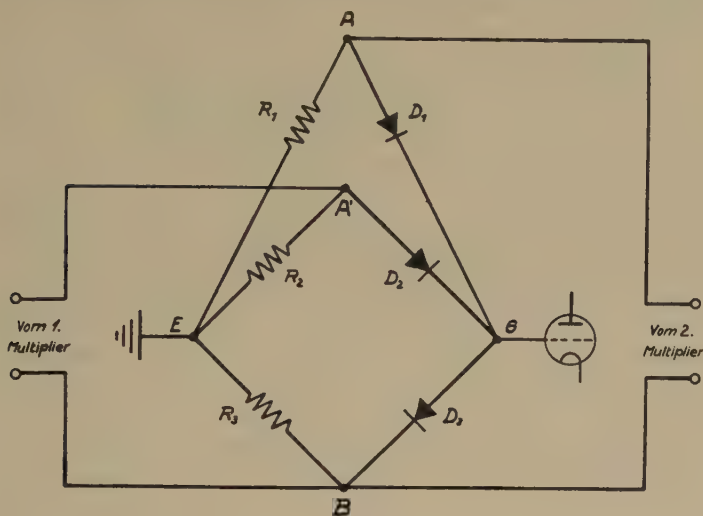


Fig. 1.

Koinzidenzschaltung (Prinzipschema).

Unsere Koinzidenzschaltung (Fig. 1) erfüllt beide Anforderungen. Die Einzelimpulse der beiden Multiplier gelangen direkt auf den Eingang je einer Brückenschaltung (A' , B resp. A , B). Die beiden Brücken sind jede für sich im Gleichgewicht (Widerstände $R_1 = R_2 = R_3 = \text{ca. } 100 \Omega$; die Gleichrichter D_1 , D_2 , D_3 besitzen identische Charakteristiken²⁾), sodass Einzelimpulse am gemeinsamen Ausgang (G , E) der beiden Brücken keine Impulse erzeugen. Koinzidierende Impulse beider Multiplier dagegen verstimmen die Brücken und liefern einen Ausgangsimpuls, weil jetzt der Gleichrichter D_3 im gemeinsamen Zweig der beiden Brücken nicht gleich belastet ist wie D_1 resp. D_2 und sich daher auf einem anderen Punkt seiner krummlinigen Charakteristik befindet. An die Genauigkeit des Abgleichs der beschriebenen Brückenschaltung müssen erhebliche Anforderungen gestellt werden, da man ein breites Intervall

¹⁾ Für den Grenzfall ausreichender Quellenstärke, d. h. Zahl der wahren Koinzidenzen \gtrsim Zahl der zufälligen Koinzidenzen.

²⁾ Germanium-Gleichrichter der Type 1 N 34.

der Amplituden-Verteilung ausnützen muss, um eine gute Ausbeute zu erzielen.

Eine solche Amplituden-Verteilung zeigt Fig. 2. Die Impuls-Häufigkeit (dN/dS) ist in Abhängigkeit von der Impuls-Amplitude (S) über ein Intervall von 4 Zehnerpotenzen logarithmisch aufgetragen¹). N selbst bedeutet die Anzahl der Impulse/sec. mit

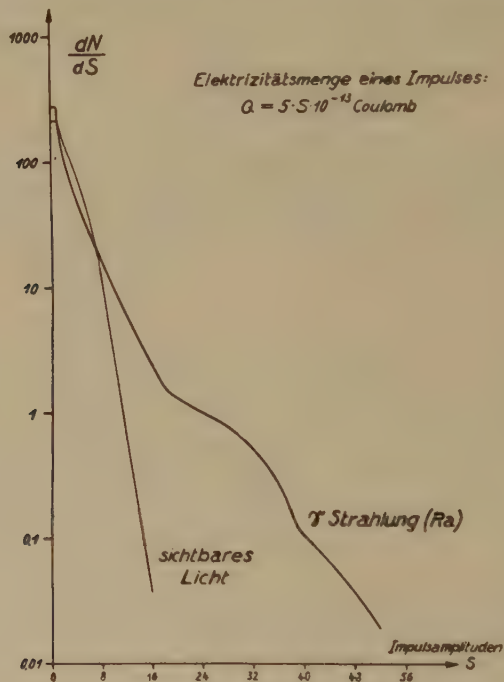


Fig. 2.

Amplitudenverteilung der Impulse eines Multipliers mit 14 Vervielfachungsstufen (Stufenspannung 188 Volt). N gibt die Zahl der Impulse/sec. an, deren Amplitude $\geq S$ ist. Der erste Messpunkt liegt bei $S = 0,20$. Aufgetragen ist dN/dS . Bestrahlt wurde die erste Vervielfachungselektrode aus Ag-Mg-Legierung.

Amplitude $\leq S$. Die beiden Kurven für Bestrahlung mit sichtbarem Licht resp. γ -Strahlen (Ra) beziehen sich auf gleiche Totalzahlen an Impulsen/sec. In beiden Fällen wird die Amplitude $S = 2$ noch von ca. 50% aller Impulse überschritten (genaue Halbwerte: sichtbares Licht $S = 2,04$; γ -Strahlung $S = 1,73$). Der 10⁴te Teil aller Impulse überschreitet für sichtbares Licht noch die Amplitude

¹) Messungen über Amplituden-Verteilung finden sich noch bei Z. BAY, Z. S. für Physik **117**, 227 (1941), und J. S. ALLEN, Rev. of Sc. Instr. **18**, 739 (1947).

$S = 15$ und für γ -Quanten $S = 51$. Aufgetragen sind ausschliesslich die Impulse, welche an *einer* definierten Elektrode ausgelöst werden¹⁾. Die bei Auslösung durch γ -Quanten bis zu viel grösseren Amplituden als bei sichtbarem Licht auftretenden Impulse sind folgendermassen zu deuten: Bei Auslösung mit sichtbarem Licht gibt es ein oder kein Photoelektron pro Lichtquant. Die Vervielfachung startet also immer mit *einem* Elektron, die Amplituden-Verteilung stellt somit nur die Statistik der Multiplikation der Sekundärelektronen dar²⁾. Die γ -Quanten aber werden zu einem merklichen Teil Elektronen auslösen, die so rasch sind, dass sie im Multiplier (Spannung pro Stufe ca. 200 Volt) gar nicht mehr fokussiert werden. Diese Elektronen können nun beim Austritt aus der bestrahlten Elektrode selbst noch ein oder mehrere (n) langsame Elektronen auslösen, was zu Impulsen führen muss, die im Maximum n -mal grösser sind, als die grössten Impulse, welche auf 1 Primärelektron zurückgehen. Tatsächlich ist der Verlauf der „ γ -Kurve“ bei kleinen Amplituden nicht wesentlich vom Verlauf derjenigen für Licht-Quanten verschieden, während bei grösseren Amplituden bedeutende Unterschiede auftreten. Der Abfall der Amplituden-Verteilung zeigt deutlich zwei „Buckel“, deren obere Grenzamplituden etwa dem 2- und 3-fachen Wert der Maximal-Amplitude bei Licht-Quanten entsprechen. Es treten also bei Auslösung mit γ -Quanten mit merklicher Häufigkeit Impulse auf, die von 2 resp. 3 Ausgangs-Elektronen herrühren.

Erreicht wurde mit unserer Anordnung bisher folgendes: Erste Messungen des Auflösungsvermögen für Koinzidenzen ergaben bereits ein Auflösungsvermögen von 10^{-8} sec. Hierbei waren Impulse von 0,1 Volt noch koinzidenzfähig, was etwa 50% aller Multiplier-Impulse entspricht. Ein ausreichender Abgleich der Brücken konnte sowohl für sichtbares Licht, wie auch für γ -Quanten erreicht werden, d. h. die Zahl der scheinbaren Koinzidenzen (hervorgerufen durch sehr grosse Einzelimpulse auf Grund des restlichen Fehlers im Abgleich der Brücken) ist bereits wesentlich kleiner als der 10⁴te Teil der Einzelstosszahl.

Die Bestimmung des Auflösungsvermögens erfolgte mit Hilfe der zufälligen Koinzidenzen von Lichtquanten. Die Einzelimpuls-Zahlen wurden in der unveränderten Koinzidenzanordnung ge-

¹⁾ Gemessen wurden die Impulszahlen in Funktion der diskriminierenden Amplitude S , einmal für normalen Betrieb des Multipliers, und dann mit der Spannungsdifferenz 0 zwischen bestrahlter und nächstfolgender Elektrode. N ist die Differenz der beiden Messungen.

²⁾ Natürlich wird sich auch eine nicht ideale Fokussierung der Elektronen in der Amplituden-Verteilung auswirken.

messen, wobei man die Impulse des einen Multipliers durch einen Gleichstrom ersetzte. Registriert wurden die Impulse mit einem 2^{15} fachen Scale, der ein Auflösungsvermögen von 10^{-6} sec. besitzt. Zur Verwendung gelangten ähnliche Multiplier wie bisher¹⁾, die wiederum von N. SCHAETTI (Institut für Techn. Physik ETH. Zürich) gebaut wurden.

Anregungs-Niveaux des Au^{197} -Kernes

VON O. HUBER, R. STEFFEN und F. HUMBEL (ETH. Zürich).

Beim (p, n) Prozess am Goldisotop Au^{197} entstehen zwei Isomere des Hg^{197} (25 h und 65 h), über die verschiedentlich berichtet wurde²⁾³⁾. Beide Isomere zerfallen durch K-Einfang. Wir haben die Energieniveaux des beim Zerfall entstehenden Au^{197} -Kernes durch Messung der Konversionselektronen der γ -Übergänge im magnetischen Halbkreis-Spektrometer ausgemessen (Fig. 1). Dabei wur-

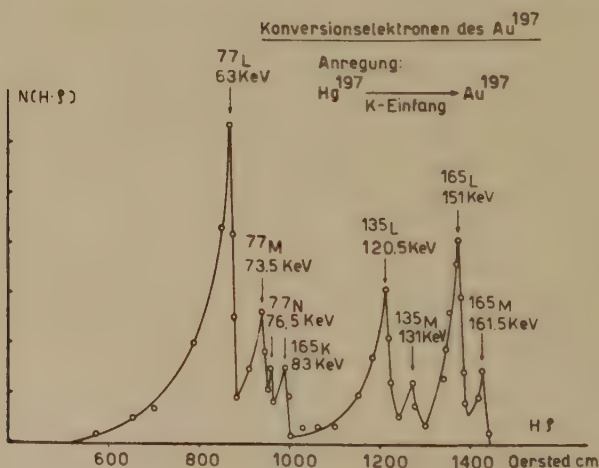


Fig. 1.

den L (63 keV)-, M (73,5 keV) und N -(76,5 keV) Konversionselektronen einer γ -Strahlung von 0,077 MeV gemessen, die mit einer Halbwertszeit von 65 h abfallen. Durch K - γ -, K - β -, und K - L -Koinzidenzmessungen in einer Zählrohrstandardanordnung wurde der absolute Konversionskoeffizient dieses 0,077 MeV γ -Überganges zu

¹⁾ K. P. MEYER, *Helv. Physica Acta* **29**, 211 (1946).

²⁾ G. FRIEDLÄNDER und C. S. WU, *Phys. Rev.* **63**, 227 (1943).

³⁾ H. FRAUENFELDER, P. C. GUGELOT, O. HUBER, H. MEDICUS, P. PRSEIWERK, P. SCHERRER und R. STEFFEN, *Helv. Phys. Acta* **20**, 238 (1947).

$\alpha = \alpha_L + \alpha_M + \alpha_N = N_e / (N_e + N_a) = 0,76 \pm 0,1$ bestimmt. Aus der Spektrometermessung folgt weiter durch Ausplanimetrierung der einzelnen Konversionslinien für das Verhältnis $\alpha_L / (\alpha_M + \alpha_N) = 3,2 \pm 0,5$ und daraus ergibt sich $\alpha_L = 0,58 \pm 0,08$ und $\alpha_M + \alpha_N = 0,18 \pm 0,04$. Als erwünschtes Nebenresultat erhält man die Ansprechwahrscheinlichkeit der verwendeten Standard-Zählrohre¹⁾ für die 68 keV Au-K-Röntgenstrahlung zu $(9,0 \pm 1) \cdot 10^{-2}$.

Der 25 h K-Einfang ist gekoppelt mit der Emission zweier γ -Strahlen von 0,135 MeV (L- und M-Konversion; Fig. 1) und 0,165 MeV (K-, L- und M-Konversion), welche in Kaskade emittiert

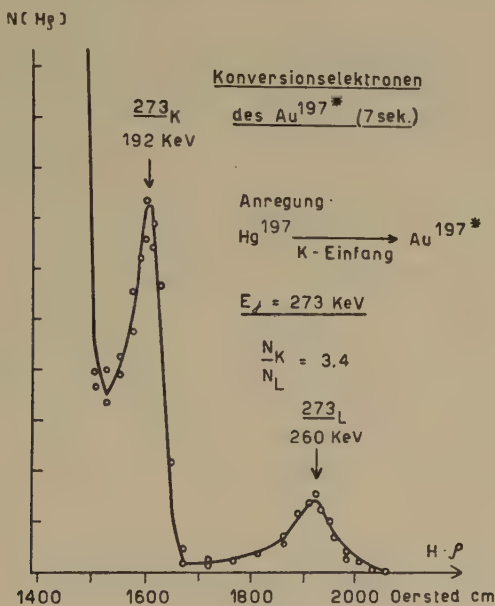


Fig. 2.

werden. Die K-Konversionslinie des 0,135 MeV Niveau fällt in den Anstieg der L-Konversionslinie des 0,077 MeV Niveau und kann nicht beobachtet werden.

Wir konnten früher zeigen³⁾, dass ca. 4% der Zerfallsprozesse des

¹⁾ 0,2 mm Messing, $18 \cdot 10^{-3}$ mm Au-Kathode, 55 mm wirksame Länge, 23 mm Innendurchmesser, 90 mm Hg Argon + 10 mm Hg Alkoholfüllung.

²⁾ H. BRADT, P. C. GUGELOT, O. HUBER, H. MEDICUS, P. PREISWERK und P. SCHERRER, *Helv. Phys. Acta* **19**, 77 (1946). (Dabei sind die von diesen Autoren angegebenen Ansprechwahrscheinlichkeiten für γ -Energien unter 0,4 MeV etwas zu gross.)

³⁾ H. FRAUENFELDER, P. C. GUGELOT, O. HUBER, H. MEDICUS, P. PREISWERK, P. SCHERRER und R. STEFFEN, *Helv. Phys. Acta* **20**, 238 (1947).

Hg¹⁹⁷ (25 h) auf das 7,5 sec. Isomer Au¹⁹⁷ führen. Um dessen Zerfallsenergie zu bestimmen, haben wir das radioaktive Hg¹⁹⁷ in einem lichtstarken Linsenspektrometer¹⁾ gemessen. Dabei wurden, neben den Elektronenlinien der Fig. 1, noch zwei weitere Linien bei 0,192 MeV und 0,260 MeV registriert (Fig. 2). Diese können als *K*- und *L*-Konversionselektronen des isomeren Überganges gedeutet werden und entsprechen einer γ_1 Energie von $E\gamma_1 = 0,273$ MeV. Im weiteren war festgestellt worden²⁾, dass das Isomer in Kaskade zerfällt, wobei als wahrscheinlicher Partner eine γ_2 -Strahlung von 0,077 MeV emittiert werden müsste. Wir haben diese Messungen, die wegen der kurzen Halbwertszeit des Isomeres schwierig sind, mit verbesserten Methoden wiederholt und dabei durch β - β -Koinzidenzmessungen festgestellt, dass das Isomer tatsächlich 2 konvertierte γ -Linien in Kaskade emittiert. Da nämlich in der gleichen Anordnung mit *RaE*, bezogen auf dieselben Stosszahlen, 20mal weniger Koinzidenzen registriert wurden, ist wohl sicher, dass die beim isomeren Übergang gemessenen β - β -Koinzidenzen nicht auf Streueffekte zurückzuführen sind. Zur Bestimmung der Energie der γ_2 -Linie, die mit der 0,273 MeV γ_1 -Linie koinzidiert, wurde eine genaue Absorptionskurve der Elektronenstrahlung des isomeren Überganges aufgenommen. Aus dieser ersieht man, dass keine Konversionselektronen einer γ_2 -Strahlung von 0,077 MeV vorhanden sind, noch ist eine Zerlegung der Absorptionskurve in zwei Anteile, entsprechend verschieden harten γ -Strahlen möglich. Diese Resultate lassen sich erklären durch die Annahme, dass die Energie $E\gamma_2$ von derselben Grössenordnung ist wie $E\gamma_1$.

Der Zerfall der Goldisotope Au¹⁹⁴, Au¹⁹⁵ und Au¹⁸⁶ durch Elektroneneinfang

VON R. STEFFEN, O. HUBER, F. HUMBEL und W. ZÜNTI, ETH. Zürich.

Bei der Bestrahlung von Platin mit den 7-MeV-Protonen des Cyclotrons entstehen durch die (*p, n*)-Reaktion die folgenden radioaktiven AuIsotope: Au¹⁹⁴ ($T_{1/2} = 39$ h), Au¹⁹⁵ ($T_{1/2} = 180$ d), Au¹⁹⁶ ($T_{1/2} = 5,6$ d) und das gut vermessene Isotop Au¹⁹⁸ ($T_{1/2} = 65$ h)³⁾. Der Zerfall der Isotope Au¹⁹⁴, Au¹⁹⁵ und Au¹⁹⁶ wurde mit Hilfe von

¹⁾ W. ZÜNTI, *Helv. Phys. Acta* **21**, 179 (1948).

²⁾ H. FRAUENFELDER, P. C. GUGELOT, O. HUBER, H. MEDICUS, P. PREISWERK, P. SCHERRER und R. STEFFEN, *Helv. Phys. Acta* **20**, 238 (1947).

³⁾ K. SIEGBAHN, *Proc. Roy. Soc.* **189**, 527 (1947); P. W. LEVY und E. GREULING, *Phys. Rev.* **73**, 83 (1948); C. E. MANDEVILLE und M. V. SCHERR, *Phys. Rev.* **73**, 90, 634 (1948); M. L. WIEDENBECK und K. Y. CHU, *Phys. Rev.* **72**, 1171 (1947); J. M. CORK, *Phys. Rev.* **72**, 581 (1947).

Spektrometer- und Zählrohr-Koinzidenz-Messungen genauer untersucht. Das Elektronenspektrum dieser Isotope wurde sowohl mit einem Halbkreispektrometer hohen Auflösungsvermögens als auch mit einem Linsenspektrometer grosser Lichtstärke¹⁾ mehrmals ausgemessen, um sowohl die *Energiewerte* als auch die *Halbwertszeiten* der Elektronenspektren und der Konversionslinien zu bestimmen. Aus der Halbwertszeit und der *K-L-Energiedifferenz* der Konversionslinien konnten diejenigen Hg- oder Pt-Isotope bestimmt werden, bei denen die entsprechenden γ -Übergänge erfolgen. Die Ergebnisse der ausgedehnten Spektrometermessungen gehen aus der folgenden Tabelle hervor:

Konversionslinien der beim Zerfall von Au^{194} , Au^{195} und Au^{196} auftretenden γ -Übergänge.

Isotop, Zerfall	Energie der Konversions-Elektronen in keV	Energie des γ -Übergangs in keV	Relative Intensität der Konv.-linien
$\text{Au}^{194} \xrightarrow{\text{K-Einfang}} \text{Pt}^{194}$ <hr/> $T_{1/2} = (39 \pm 1) \text{ h}$	208 K	286	25
	251 K		100
	315 L	329	40
	382 K		6
	446 L	460	1
	1400 K	1480	1
	Keine Konv.-Elektronen messbar	2000	—
$\text{Au}^{195} \xrightarrow{\text{K-Einfang}} \text{Pt}^{195}$ <hr/> $T_{1/2} = (180 \pm 10) \text{ d}$	82 L	96	70
	51 K		20
	115 L	129	8
$\text{Au}^{196} \begin{cases} \nearrow \beta^- \text{ Hg}^{196} \\ \searrow \text{K-Einfang} \text{ Pt}^{196} \end{cases}$ <hr/> $T_{1/2} = (133 \pm 3) \text{ h}$	251 K		50
	319 L	334	30
	91 K		15
	158 L	173	2
	280 K		90
	344 L	358	40
	61 K		40
	124 L	139	5

¹⁾ W. ZÜNTI, Helv. Phys. Acta **21**, 179 (1948).

Es wurde nachgewiesen, dass die 3 Isotope Au^{194} , Au^{195} und Au^{196} durch K -Einfang zerfallen. Durch Kombination von β - β -, β - γ -, γ - γ -, β - K - und γ - K -Koinzidenzmessungen in einer geeichten Zählrohrstandardanordnung wurden die γ -Übergänge der Pt -Kerne weiter untersucht:

Das Zerfallsschema des 39 h-Au¹⁹⁴ ist sehr kompliziert. Bis jetzt konnte nachgewiesen werden, dass durch K -Einfang ein Niveau des Pt^{194} -Kerns von 1,81 MeV angeregt wird, welches durch Emission einer schwach in der K -Schale konvertierten 1,48 MeV- γ -Strahlung und einer stark konvertierten 0,329 MeV- γ -Strahlung in Kaskade in den Grundzustand übergeht. Ausserdem wird noch eine γ -Linie von 2,0 MeV Quantenenergie emittiert, von der keine Konversions-elektronen gefunden werden konnten. Zwei relativ schwache, konvertierte γ -Linien von 0,460 MeV und 0,286 MeV Quantenenergie

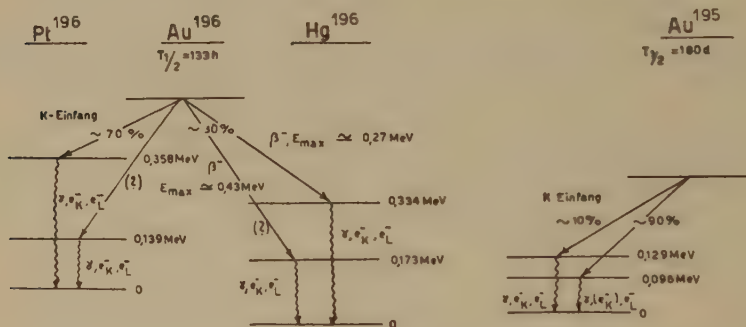


Fig. 1.

Zerfallsschema der Au-Isotope Au^{195} und Au^{196} .

müssen ebenfalls in das Zerfallsschema des 39 h-Au¹⁹⁴ eingeordnet werden.

Der K -Einfang der langen 180 d-Periode des Au^{195} führt auf zwei angeregte Niveaux des Pt^{195} von 0,129 MeV und 0,096 MeV, wobei der γ -Übergang des letzteren in den Grundzustand sehr stark in der L -Schale konvertiert ist.

Beim 5,6 d-Au¹⁹⁶ liegt ein dualer Zerfall vor: Einerseits wird durch K -Einfang ein Niveau des Pt^{196} von 0,358 MeV angeregt, welches durch eine stark konvertierte γ -Strahlung in den Grundzustand übergeht, andererseits führt ein β -Zerfall auf ein Anregungsniveau des Hg^{196} von 0,334 MeV. Aus der Absorption der β -Strahlung bei β - γ -Koinzidenzmessungen geht hervor, dass das β -Spektrum komplex ist und die beiden Partialspektren Maximalenergien

von $E_{\beta_1} \cong 0,27$ MeV (ca. 80%) bzw. $E_{\beta_2} \cong 0,43$ MeV (ca. 20%) besitzen. Daher geht als Zerfallschema des ^{196}Au das der Figur 1 hervor. Die beiden γ -Übergänge auf das 0,139 MeV-Niveau des ^{196}Pt bzw. auf das 0,173 MeV-Niveau des ^{196}Hg sind relativ intensitätsschwach und konnten noch nicht durch Koinzidenzmessungen sichergestellt werden.

Weitere Messungen zur Bestimmung der absoluten Konversionskoeffizienten sind im Gange.

Kondensation von radioaktivem Cadmium und Silber an Metalloberflächen

VON H. FRAUENFELDER, O. HUBER, P. PREISWERK, R. STEFFEN.

Finden sich zwei radioaktive Elemente im Zerfallsgleichgewicht, so lässt sich aus dem Abklingen der Aktivität nur dann die Halbwertszeit der Tochtersubstanz bestimmen, wenn diese länger ist, als diejenige der Muttersubstanz. Sonst müssen Mutter- und Tochtersubstanz getrennt und beide Halbwertszeiten gemessen werden. Bei kurzlebigen Tochtersubstanzen bereitet die chemische Trennung Schwierigkeiten. Es ist deshalb wünschenswert, über schnellere Trennmethoden zu verfügen.

Das Prinzip der hier untersuchten Trennmethode besteht darin, dass die beiden Elemente im Vakuum gegen eine Oberfläche verdampft werden. Lässt sich diese Oberfläche so wählen, dass nur die Tochtersubstanz haftet, die Muttersubstanz dagegen sofort wieder verdampft, so kann die Halbwertszeit der Tochtersubstanz gemessen werden.

Die verwendete Vakuumapparatur besteht aus zwei durch eine Zwischenwand getrennten Teilen. Der Verdampfungsraum enthält mehrere elektrisch heizbare Wolframschiffchen; im Messraum befinden sich zwei Zählrohre und eine von aussen drehbare Scheibe. Diese greift durch einen Spalt der Zwischenwand hindurch in den Verdampfungsraum und dient als Auffänger. Da sie über die Wolframschiffe und über die Zählrohre gedreht werden kann, gestattet sie, die auf ihr haftenden Aktivitäten rasch zu messen.

Zur Erprobung der Methode wurde das im Zyklotron aus Silber durch (p,n) -Prozess hergestellte Cd^{107} verwendet¹⁾. Cd^{107} zerfällt durch K -Einfang mit einer Halbwertszeit von 6,7 h in Ag^{107*} .

¹⁾ H. BRADT, P. C. GUGELOT, O. HUBER, H. MEDICUS, P. PREISWERK, P. SCHERRER, R. STEFFEN, H.P.A. **20**, 153 (1947).

Dieses Isomer geht unter Emission von Konversionselektronen mit einer Halbwertszeit von 44 sec. in den stabilen Grundzustand über.

Cd^{107} wird trägerfrei sehr sorgfältig auf einen dünnen Molybdändraht elektrolysiert und dieser in eines der Wolframschiffe gelegt. Bei einem Vakuum von etwa 10^{-5} mm Hg wird das Schiffchen während 5 sec. auf eine Temperatur von 1400°C gebracht. Dadurch verdampft sowohl das Cd, wie das sich damit im Gleichgewicht befindende Ag^* gegen den Auffänger. Wird dann der Auffänger über ein Zählrohr gedreht, so lässt sich aus der Analyse der Abfallkurve unmittelbar das Verhältnis der kondensierten Cd- und Ag-Atome bestimmen. Es zeigt sich, dass dieses Verhältnis äusserst stark vom Material und von der Oberflächenbeschaffenheit abhängt.

Wird die Oberfläche des Auffängers nur mechanisch gereinigt, so haften darauf weniger als 0,5% der sie treffenden Cd-Atome, dagegen kondensieren praktisch alle Ag-Atome. Dieses selektive Haften ist mit inaktivem Cd und bedeutend grösseren Substanzmengen unter Verwendung anderer Beobachtungsmethoden auch von KNUDSEN¹⁾ festgestellt worden.

Stellt man jedoch vor dem Verdampfen der radioaktiven Stoffe auf dem Auffänger aus einem zweiten Schiffchen eine saubere Silberschicht her, so kondensieren bis zu 50% aller Cd-Atome. Weitere Messungen zeigen, dass der Kondensationskoeffizient stark abhängt von der adsorbierten Gasschicht, welche den Auffänger bedeckt. So wird er in einem Vakuum von 10^{-5} mm Hg durch die sich nach der Herstellung der frischen Silberoberfläche wieder ausbildenden Gasschicht schon nach wenigen Minuten stark verkleinert.

Die beschriebene Methode der Trennung von radioaktiven Elementen, bedingt durch Unterschiede im Kondensationskoeffizienten, gestattet also, Tochtersubstanzen mit Halbwertszeiten bis gegen 1 sec. abzutrennen und zu messen. Gleichzeitig bietet sie die Möglichkeit, die Adsorption von Atomen durch Verwendung radioaktiver Elemente an verschiedenen Oberflächen quantitativ zu untersuchen.

Mesures spectroscopiques des radiations X de radioéléments

par P. MARMIER, J.-P. BLASER, H. MEDICUS et P. PREISWERK (E.P.F. Zurich).

Dans le but d'étudier les rayons X émis au cours de désintégrations, nous avons construit un spectrographe du type de CAUCHOIS²⁾, adapté aux conditions de la physique nucléaire. Ce spectrographe

¹⁾ J. D. COCKCROFT, Proc. Roy. Soc. A, 119, 293 (1928).

²⁾ Y. CAUCHOIS, J. de phys. et rad. 3, 320 (1932); J. de phys. et rad. 4, 61 (1933).

est muni d'un mica courbé dont le rayon de courbure est de 33 cm et dont on utilise la constante réticulaire de 2,55 Å. L'appareil peut fonctionner comme spectrographe, avec un film photographique, ou comme monochromateur, avec un compteur de Geiger longitudinal. La dispersion est de 15 UX/mm, dans le domaine du molybdène.

A l'aide de cet appareil, nous avons pu mettre en évidence l'existence d'un état isomérique de l'isotope de l'élément 43 (*Tc*) ayant une période de 53 minutes²). Cet isotope est obtenu par réaction (*p, n*) à partir du *Mo*. Une photographie montre les lignes *K* du *Mo* et du *Tc*. La période de ces lignes est de 53 minutes. Celles du *Mo* sont dues à la capture *K* accompagnant l'émission de positrons et celles du *Tc* à la conversion interne d'une ligne γ de $(33,4 \pm 0,4)$ keV que nous avons décelée au moyen d'un spectrographe β .

Dans l'enregistrement de la radiation *X*, on est fortement gêné par l'intense rayonnement de positrons (noircissement du film). On peut éliminer celui-ci en grande partie en disposant entre la source et le cristal et directement devant le film des filtres de beryllium, absorbant les électrons et laissant passer, presque sans les affaiblir, les rayons *X*.

A partir de la photographie des lignes du *Mo* et du *Tc*, nous avons déterminé les longueurs d'onde des raies K_{α_2} , K_{α_1} et K_{β_1} du *Tc*. Nous avons trouvé des valeurs différant assez peu de celles que BURKHART PEED et SAUNDERS³) ont obtenu par l'excitation directe de 1,5 mg de *Tc* extrait de la pile de Clinton. Elles sont les suivantes:

	calculé	mesuré
<i>Tc</i> K_{α_2}	677,91 UX	677,9 UX
<i>Tc</i> K_{α_1}	673,57 UX	673,4 UX
<i>Tc</i> K_{β_1}	600,1 UX	600 UX

Les valeurs calculées sont obtenues à l'aide de la formule de Moseley, avec un coefficient d'écran interpolé à partir des 8 éléments voisins du *Tc*.

Un article plus détaillé concernant l'appareil et les mesures paraîtra prochainement dans les H.P.A.

²) O. HUBER, P. MARMIER, H. MEDICUS, P. PREISWERK and R. STEFFEN, Phys. Rev. **73**, 1208 (1948).

³) L. E. BURKHART, W. F. PEED and B. G. SAUNDERS, Phys. Rev. **73**, 347 (1948).

Relative Wirkungsquerschnitte für den (γ, n) -Prozess mit der Lithium-Gamma-Strahlung (Quantenenergie $h\nu = 17,5$ MeV)

von H. WÄFFLER und O. HIRZEL, ETH. Zürich.

Im Energiebereich $h\nu \leq 20$ MeV ist der Kernphotoeffekt unter Emission eines Neutrons ((γ, n) -Prozess) für mittelschwere und schwere Kerne der bei weitem häufigste Umwandlungstyp. Der hier als konkurrenzierende Reaktion einzig in Frage kommende (γ, p) -Prozess macht nämlich weniger als 5% aller Umwandlungen aus. Vergleichende Wirkungsquerschnittsmessungen des (γ, n) -Prozesses vermitteln somit ein Bild über den Verlauf des *gesamten* Absorptionsquerschnitts der Lithium-Gammastrahlung an verschiedenen Kernen. Die Ergebnisse solcher Messungen sind für eine Reihe von Isotopen in Tab.1 zusammengestellt. Die verwendete Messmethode

Tabelle 1.

Relative Wirkungsquerschnitte $\sigma(\gamma, n)$.

Ausgangs-isotop	Halbwertszeit des Endkerns	$\sigma(\gamma, n)$	Ausgangs-isotop	Halbwertszeit des Endkerns	$\sigma(\gamma, n)$
N ¹⁴	9,3 m	0,3	Se ⁸²	{ 56,5 m*	155
O ¹⁶	130 s	0,3		{ 13,6 m	
F ¹⁹	115 m	2,5	Br ⁷⁹	6,3 m	73
Mg ²⁴	11,9 s	1,3	Br ⁸¹	{ 4,6 h*	83
Al ²⁷	7,2 s	2,7		{ 17,7 m	
Si ²⁸	4,5 s	0,7	Rb ⁸⁷	19,5 d	200
S ³²	2,9 s	4,1	Mo ^{92,94}	{ 15,5 m*	~115
Cl ³⁵	33,2 m	3,7		{ 73 s	
K ³⁹	8 m	4,5	Mo ¹⁰⁰	63,5 h	120
Ca ⁴⁰	1,06 s	2,0	Pd ¹¹⁰	13,1 h	138
			Ag ¹⁰⁹	2,4 m	176
Sc ⁴⁵	{ 52 h*	25	In ¹¹⁵	{ 48,5 d*	150
	{ 3,96 h			{ 72 s	
Ti ⁴⁶	3,1 h	29	Sn ¹²⁴	39,5 m	130
Cr ⁵⁰	45 m	22	Sb ¹²¹	16 m	130
Fe ⁵⁴	8,9 m	38	Sb ¹²³	64 h	180
Cu⁶³	9,88 m	100	Te ¹²⁸	{ 35,5 d*	152
Cu ⁶⁵	12,8 h	150		{ 67,3 m	
Zn ⁶⁴	38,3 m	62	Pr ¹⁴¹	3,4 m	81
Ge ⁷⁶	90 m	114	Ho ¹⁶⁵	38,6 m	54
			Pt ¹⁹⁸	18 h	~200
			Au ¹⁹⁷	5,5 d	~460

Der Index * bedeutet einen isomeren Übergang.

ist die gleiche wie in früheren Untersuchungen¹⁾. Der Nachweis des (γ, n) -Prozesses erfolgte jeweils vermittelt der Radioaktivität des Endkerns. Zur Berechnung der Ausbeute²⁾ wurden die von uns gemessenen, in der Tabelle ebenfalls aufgeführten Halbwertszeiten der entstandenen aktiven Isotope verwendet.

Den Wirkungsquerschnitt bestimmten wir aus der Ausbeute unter Korrektur der im Zählrohr gemessenen Aktivität auf die Selbstabsorption der Betateilchen im bestrahlten Präparat. Die in dieser Weise berechneten relativen Wirkungsquerschnitte $\sigma(\gamma, n)$ sind in der Zusammenstellung in willkürlichen Einheiten angegeben, indem der Wert für das Isotop Cu⁶³ gleich 100 gesetzt wird.

Im Verlaufe des Absorptionsquerschnitts für die verschiedenen Isotope tritt vor allem der sprunghafte Anstieg bei ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ hervor. Vom Standpunkt der statistischen Kerntheorie³⁾ lässt sich dieser Querschnitt als Produkt von drei Faktoren darstellen, nämlich

a) dem Matricelement $M^l(E)$ für einen l -poligen Übergang aus dem Grundzustand in einen Anregungszustand mit der Energie E ($E = h\nu = 17,5$ MeV);

b) der mittleren Niveaudichte $\varrho(E)$ und

c) dem „geometrischen Querschnitt“, einer mit der Massenzahl A monoton ansteigender Funktion $F^{(l)}(A)$

$$\sigma(\gamma, n) \sim F^{(l)}(A) |\overline{M^l(E)}|^2 \varrho(E)$$

Hierbei ist angenommen, dass ein bestimmtes l (z. B. $l = 2$, d. h. Quadrupolübergang) für die Absorption massgebend ist. Ein sprunghaftes Anwachsen von $M^l(E)$ hätte nun auch den entsprechenden Anstieg in der „Emissionsbreite“ Γ_γ zur Folge, da diese beiden Grössen einander proportional sind. Über eine solche Linienverbreiterung ist jedoch für die auf ${}_{20}\text{Ca}^{40}$ folgenden Kerne experimentell nichts bekannt. Es ist deshalb naheliegend, den beobachteten Anstieg im Absorptionsquerschnitt versuchsweise auf eine entsprechende Zunahme der Niveaudichte $\varrho(E)$ bei den Kernen mit Massenzahlen $A > 40$ zurückzuführen. Diese Annahme steht in Übereinstimmung mit der Erfahrungstatsache, dass für leichte Kerne ($A \sim 20$) der Abstand benachbarter Niveaus um etwa einen Faktor 10 grösser ist, als für schwere ($A \sim 150$). Man könnte sich fragen, weshalb die (γ, p) -Prozesse nicht den gleichen un stetigen Verlauf im Wir-

¹⁾ H.P.A. XX, 373 (1947).

²⁾ Unter Ausbeute ist die auf unendlich lange Bestrahlungsdauer bezogene, auf Absorption in der Zählrohrwand (0,1 mm Al) korrigierte Stosszahl/min im Endpunkt der Bestrahlung zu verstehen.

³⁾ V. F. WEISSKOPF und D. H. EWING, Phys. Rev. 57, 472 (1940).

kungsquerschnitt zeigen, wie die (γ, n) -Prozesse¹⁾. Hierzu ist folgendes zu bemerken. Einerseits kann man annehmen, dass der (γ, p) -Prozess, wie das anomale Verhalten des Quotienten $\sigma(\gamma, p)/\sigma(\gamma, n)$ zeigt¹⁾, sich mit den üblichen Ansätzen der statistischen Kerntheorie überhaupt nicht behandeln lässt⁴⁾. Andererseits ist zu sagen, dass der verschiedenartige Verlauf von $\sigma(\gamma, p)$ und $\sigma(\gamma, n)$ bei $A = 40$ noch keinen Einwand gegen die statistische Kerntheorie bedeutet, da er bereits auf Grund der oben gemachten Annahmen über die Niveaudichte erklärt werden kann. Eine Vergrößerung in der Zahl der Energieniveaus eines Kerns ist nämlich gleichbedeutend mit einer erhöhten Zahl von Übergangsmöglichkeiten aus dem (mit $\varepsilon = 17,5$ MeV) angeregten Zustand in tiefere Anregungszustände unter Emission eines Neutrons oder Protons. Dadurch wird aber die Emissionswahrscheinlichkeit Γ_n für ein Neutron gegenüber der für ein Proton (Γ_p) stark erhöht, weil für Protonen der Austritt mit einer kleineren als der maximal möglichen, in den Grundzustand des Restkerns führenden Energie durch den Coulombwall weitgehend verhindert wird, für Neutronen dagegen nicht. Man erhält somit gleichzeitig mit der Erhöhung des Absorptionsquerschnitts σ_{abs} eine Verkleinerung des Quotienten Γ_p/Γ_n , so dass man für den Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma, p) = \sigma_{\text{abs}} \Gamma_p/\Gamma_n$ nicht den analogen Anstieg erwarten darf, wie für $\sigma(\gamma, n) \cong \sigma_{\text{abs}}$.

In einer kürzlich erschienenen Arbeit haben BALDWIN und KLAIBER⁵⁾ an den Isotopen C^{12} und Cu^{63} das Verhalten des (γ, n) -Prozesses in Abhängigkeit von der Quantenenergie untersucht. Es ergibt sich in beiden Fällen ein steiler Anstieg des Wirkungsquerschnitts mit zunehmender Energie bis zu einem Maximum, dessen Lage durch den Einsatz anderer, den (γ, n) -Prozess konkurrenzierender Reaktionen bestimmt wird. Der einflussreichste unter diesen Konkurrenzprozessen dürfte, zumindest im Falle des Cu^{63} , die Reaktion $(\gamma, 2n)$ sein. Eine einfache, der Berechnung des $(n, 2n)$ -Querschnitts nach WEISSKOPF und EWING (loc. cit.) analoge Abschätzung zeigt nämlich, dass infolge des $(\gamma, 2n)$ -Prozesses $\sigma(\gamma, n)$ 2,5 MeV über der Schwellenenergie $\varepsilon_{\text{schw}}(\gamma, 2n)$ auf die Hälfte und 6 MeV darüber bereits auf $1/10$ des Absorptionsquerschnitts sinkt. Das Maximum des Wirkungsquerschnitts $\sigma(\gamma, n)$ liegt für Cu^{63} bei etwa 22 MeV, und sein Betrag ist rund 5mal grösser als bei 17,5 MeV. Da es von Interesse sein dürfte, den Absolutwert dieses Maximalquerschnitts zu kennen, haben wir den absoluten Wert

⁴⁾ Siehe hierzu L. J. SCHIFF, Phys. Rev. **73**, 1311 (1948), sowie E. D. COURANT, Bull. Am. Phys. Soc. **23**, Nr. 3, Abstr. J 3 (1948).

⁵⁾ G. C. BALDWIN und G. S. KLAIBER, Phys. Rev. **73**, 1156 (1948).

von $\sigma(\gamma, n)$ für Cu^{63} mit der Lithium-Gamma-Strahlung nochmals bestimmt⁶⁾. Die Absolutmessung der Gammaintensität erfolgte mit einem dickwandigen Aluminiumzählrohr unter Benützung der von FOWLER u. a.⁷⁾ angegebenen Ausbeutekurven. Es ergab sich $\sigma_{17,5}(\gamma, n) = 1,2 \pm 0,3 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2$ und damit

$$\sigma_{\max}(\gamma, n) \cong 6 \cdot 10^{-25} \text{ cm}^2 \text{ (für Cu}^{63}\text{)}.$$

Dieser Wert, welcher als Absorptionsquerschnitt des Isotops Cu^{63} für Gammaquanten der Energie $h\nu \sim 22 \text{ MeV}$ angesprochen werden kann, ist bemerkenswert hoch. Er kommt in die Größenordnung des geometrischen Kernquerschnitts, welcher für Kupfer etwa $\pi R^2 \cong 10^{-24} \text{ cm}^2$ beträgt. Dabei ist noch nicht gesagt, dass dieser Wert das *Maximum* des Absorptionsquerschnitts darstellt. Diese Frage kann erst durch Messung der Partialquerschnitte für sämtliche oberhalb $h\nu \sim 22 \text{ MeV}$ auftretende Kernphotoeffekte entschieden werden.

Kernphotoeffekt an Kohlenstoff unter Aussendung von Alphateilchen

von H. HÄNNI, V. L. TELEGI und W. ZÜNTI, ETH. Zürich.

Photographische Platten (Kodak Alpha Fine Grain Emulsion) wurden der harten γ -Strahlung^{1) 2)} ausgesetzt, welche in Lithium beim Einfang schneller Protonen erzeugt wird³⁾. Neben vereinzelt Protonenspuren wurden eine Anzahl Sterne gefunden, die von je drei α -Strahlen gebildet waren⁴⁾.

Mit α -Teilchen von UI und ThC' wurde die Energie-Reichweite-Beziehung für diese Plattensorte bestimmt und eine Statistik der Energien Q aufgestellt, die in den einzelnen Sternen frei werden. Sie ergab zwei deutlich getrennte Hauptgruppen A und B mit $Q_A \cong 10,1$ und $Q_B \cong 7,5 \text{ MeV}$, wobei die Ereignisse der Gruppe B etwa viermal seltener sind als diejenigen von A . Beide Gruppen schreiben wir der Reaktion



zu. Mit den neuesten Massenwerten ergibt sich für die Hauptlinie

⁶⁾ Die erste, von BOTHE und GENTNER (ZS. f. Phys. **106**, 236 (1937)) durchgeführte Messung ergab $\sigma \sim 5 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$.

⁷⁾ W. A. FOWLER, C. C. LAURITSEN und T. LAURITSEN, Rev. mod. Phys. **20**, 236 (1948).

¹⁾ Wir möchten Dr. WÄFFLER und seinen Mitarbeitern für die Durchführung der mehrere Tage dauernden Bestrahlung danken.

²⁾ DELSASSO, FOWLER und LAURITSEN, Phys. Rev. **51**, 391 (1937).

³⁾ GAERTNER und CRANE, Phys. Rev. **52**, 582 (1937).

⁴⁾ H. HÄNNI, Diplomarbeit ETH. 1948.

der verwendeten Gammastrahlung ($h\nu = 17,5$ MeV, nach DELSASSO¹⁾ und Mitarbeitern bis zu 80% vertreten) $Q_{\alpha} = (10,26 \pm 0,14)$ MeV, was mit \bar{Q}_A gut übereinstimmt. Die Gruppe B lässt sich auf die Nebenlinie ($h\nu \cong 14,5$ MeV) zurückführen.

Eine Statistik der Energien der α -Teilchen der Ereignisse der Gruppe A zeigt ein Kontinuum, das sich bis 5,3 MeV erstreckt und dem eine ausgeprägte Häufung um 4,7 MeV überlagert ist. Dieser Verlauf ist durchaus analog zur Verteilung der α -Teilchen, die man aus der Reaktion $B^{11}(p, 3\alpha)$ - erhält²⁾ ³⁾. Offenbar verläuft auch die vorliegende Reaktion über zwei Stufen:



deren erste einen Kernphotoeffekt unter Aussendung eines α -Teilchens darstellt.

Neben den dreistrahligem Sternen haben wir einige wenige α -Spuren gefunden, an deren Anfang sich eine sehr kurze, dicke Spur in entgegengesetzter Richtung anschliesst. Die Energien dieser α -Spuren sind mit der Annahme verträglich, dass es sich um Reaktionen (2a) handelt, die direkt über den Grundzustand des Be^8 führen. Beide γ -Linien scheinen zu solchen Prozessen Anlass geben zu können.

Die Spaltung des C^{12} in drei α -Teilchen lässt sich für die Spektroskopie sehr energiereicher γ -Strahlen verwenden. Der Wirkungsquerschnitt, etwa 10^{-29} cm², ist freilich sehr klein.

Die Untersuchung dieser Reaktion wird fortgesetzt.

Über die Einwirkung von langsamen Kathodenstrahlen auf einzellige Lebewesen

von W. MOOS und V. HARDUNG, Fribourg.

Stellt man sich auf den Standpunkt, dass die biologische Wirkung eines Kathodenstrahls eine Folge von Ionisationen sei, die durch die primären und eventuell auch durch Sekundärelektronen erzeugt werden, so kann man sich an Hand eines einfachen Zellmodells überlegen, wie die Strahlenschädigung als Verlauf der Beschleunigungsspannung verlaufen muss. Nimmt man im Inneren der vor-

¹⁾ loc. cit.

²⁾ BETHE, Rev. Mod. Phys. **9**, 217 (1937).

³⁾ DEE und GILBERT, Proc. Roy. Soc. **149**, 279 (1936).

erst als kugelförmig gedachten Zelle einen empfindlichen Bereich als konzentrische Kugel an, deren Radius kleiner oder höchstens gleich dem Zellradius ist, so wird ein sehr langsamer Kathodenstrahl zwar sehr viele Ionen oder Ionenhäufchen pro Weglängeneinheit erzeugen, aber i. A. nicht bis in den empfindlichen Bereich vordringen. Die direkte Wirkung auf diesen Bereich ist daher anfangs gleich Null. Vergrössert man die Beschleunigungsspannung über eine gewisse Schwelle hinaus, so dringt der Strahl in den empfindlichen Bereich ein, und die Wirkung steigt rasch an, trotzdem die Anzahl der gebildeten Ionenhäufchen pro Weglängeneinheit bei wachsender Elektronengeschwindigkeit nach einem bekannten Gesetz abnimmt. Bei weiterer Steigerung der Elektronengeschwindigkeit durchstossen die Elektronen den empfindlichen Bereich ganz. Von einer bestimmten Beschleunigungsspannung bleibt demnach der wirksam durchstrahlte Bereich gleich gross, während die Ionendichte und damit die Wirkung abnimmt.

Versuche mit Bestrahlung von *Bac. Pyocyaneus* ergaben den erwarteten Kurvenverlauf, wobei die Stäbchenform und die Tatsache, dass die bestrahlten Objekte alle möglichen Lagen in bezug auf die Strahlrichtung einnehmen, bei der Berechnung berücksichtigt wurde. Sowohl die experimentellen, als auch die berechneten Kurven ergaben ein Maximum der Strahlenschädigung bei ca. 4 Kilovolt. Dabei ergibt sich die beste Übereinstimmung mit dem Verlauf der theoretischen Schädigungskurven, wenn man annimmt, dass der empfindliche Bereich entweder von der Grössenordnung des ganzen Zellvolumens ist, oder falls er wesentlich kleiner sein sollte, mit ungefähr gleicher statistischer Häufigkeit an jeder Stelle der Zelle anzutreffen ist. Die zweite Alternative wird durch Messungen mit weichen Röntgenstrahlen¹⁾ gestützt, aus denen man eine maximale Grösse des empfindlichen Bereichs ausrechnen kann, die rund 100mal kleiner als das Zellvolumen ist.

Bei einer Beschleunigungsspannung von 4 Kilovolt und einer Einstrahlung von ca. $8 \cdot 10^{-8}$ coulomb/(sec. cm²) ergab sich eine Halbwertszeit von 1,8 Minuten. Daraus berechnet man eine „Luftdosis“ von rund $80 \cdot 10^6 r$ (Röntgeneinheiten), während Messungen mit Weichenröntgenstrahlen von 4 Kilovolt eine Halbwertsdosis von der Grössenordnung 100 r ergaben.

Dieses bemerkenswerte Resultat mag seine Erklärung dadurch finden, dass die Versuchsobjekte bei der Bestrahlung mit Elektro-

¹⁾ V. HARDUNG, Über einige strahlenbiologische Versuche mit weichen Röntgenstrahlen, *Helvetica Physica Acta* **18**, 45 (1945).

nen durch das Vakuum offenbar stark ausgetrocknet werden. Die grosse Bedeutung des Wassergehaltes geht ja auch sowohl aus therapeutischen Erfahrungen als auch aus „photochemischen“ Modellversuchen klar hervor¹⁾.

Etude sur le pendule de torsion

par A. JAQUEROD (Neuchâtel).

Grâce à l'emploi d'une cellule photoélectrique sur laquelle agit le spot, le passage du pendule par sa position d'équilibre se repère dans le temps avec une grande précision. Le courant photoélectrique est amplifié puis conduit dans un appareil utilisé industriellement pour la détermination rapide de la marche des montres. Cet instrument, réglé par un quartz piezo-électrique, permet d'enregistrer des coïncidences dont la variation reproduit celle de la période du pendule de torsion. La précision, dans les conditions les plus favorables, est de 1 à 2 millièmes; elle est en général de l'ordre du cent millième. Cette précision est nécessaire pour l'étude quantitative des phénomènes dont il s'agit.

Le pendule est lancé avec une grande amplitude, 200 à 300° par exemple. Le mouvement s'amortit progressivement et l'enregistrement des coïncidences sur une bande de papier permet de calculer à chaque instant la période en fonction de l'amplitude.

La période ainsi déterminée *n'est jamais constante*. Dans presque tous les cas elle diminue avec l'amplitude, et cela jusqu'aux plus faibles amplitudes pour lesquelles l'observation est encore possible, c'est-à-dire jusqu'à 5 ou 10 minutes d'arc. La loi de Hooke n'est donc jamais respectée, même pas pour des oscillations très petites.

Les variations de période dépendent naturellement de la nature du fil qui constitue le pendule. Elles peuvent atteindre quelques dix millièmes pour les verres, comme aussi pour certains alliages tels que le bronze phosphoreux, le cupro-béryllium, etc.; mais elles approchent parfois du pour-cent pour des métaux purs et recuits comme l'argent, le fer, etc. Le nickel et beaucoup de ses alliages présentent des anomalies très curieuses. Aux amplitudes relativement faibles cependant, le résultat est absolument constant: la période diminue toujours lorsque l'amplitude décroît.

Ces constatations sont indiscutables étant donné l'allure des enregistrements qui en fournissent des documents parfaitement ob-

¹⁾ W. MINDER und A. LIECHTI, Über den gegenwärtigen Stand des Hauptproblems der Strahlenbiologie, *Experientia* 1, 298 (1945).

jectifs. Il semble que la plasticité de la matière, aussi bien des métaux que des verres, joue un rôle essentiel. L'écrouissage, produit par le traitement mécanique dû aux oscillations de torsion elles-mêmes, se manifeste par un changement progressif de l'allure des courbes. Après un grand nombre d'expériences cependant intervient souvent un cycle d'accommodation qui permet de reproduire le phénomène de façon à peu près identique.

Une interprétation quantitative de l'ensemble des faits observés, interprétation basée sur la connaissance des propriétés des solides, sera certainement malaisée à établir. Mais d'ores et déjà la loi de Hooke, base universellement acceptée de toute théorie de l'élasticité, doit être considérée comme une approximation relativement grossière, et ne semble même pas valable comme loi limite.

Ce travail paraîtra in extenso dans les H.P.A.

Die Domänenstruktur von BaTiO_3 -Kristallen

von H. BLATTNER, W. KÄNZIG, W. MERZ, H. SUTTER (ETH. Zürich).

Die ferroelektrischen BaTiO_3 -Kristalle sind unterhalb der Curie-Temperatur (120°C) aus spontan elektrisch polarisierten Bereichen aufgebaut.

An durchsichtigen, gut gewachsenen Kristallindividuen, die nach unserer Methode¹⁾ aus einer Schmelze von BaCO_3 , BaCl_2 und TiO_2 gezüchtet wurden, haben wir die Anordnung und das Verhalten dieser Domänen optisch und röntgenographisch untersucht im Temperaturbereich von 18°C bis über 120°C .

Oberhalb der Curie-Temperatur ist die Elementarzelle kubisch. Bei Unterschreitung der Curie-Temperatur werden die Elementarzellen bereichsweise in Richtung einer der Würfelkanten spontan polarisiert. Dadurch werden diese Bereiche tetragonal, die Elementarzellen dehnen sich infolge des Piezoeffektes in der Polarisationsrichtung aus und ziehen sich senkrecht dazu zusammen. Bei Zimmertemperatur beträgt das Achsenverhältnis $c/a = 1,01^2$). Da sich die Polarisation nach irgendeiner der drei Würfelkanten ausbilden kann, so besteht ein BaTiO_3 -Kristall im Curie-Gebiet aus einem innigen Gefüge von tetragonalen polarisierten Domänen, die nach den Ebenen (011) verzwilligt sind, wie Fig. 1 im zweidimensionalen Falle veranschaulicht.

¹⁾ BLATTNER, MATTHIAS, MERZ, *Helv. Phys. Acta* **20**, 225 (1947).

²⁾ HELEN D. MEGAW, *Proc. Soc.* **189**, 261 (1947).

Der röntgenographisch ermittelte Zwillingswinkel weicht bei Zimmertemperatur um $30'$ von einem rechten Winkel ab, was dem Achsenverhältnis $c/a = 1,01$ entspricht (siehe Fig. 1). Die Deformation der schraffierten Elementarzellen verursacht Spannungen in der Umgebung der Zwillingssebenen, so dass diese in Form von

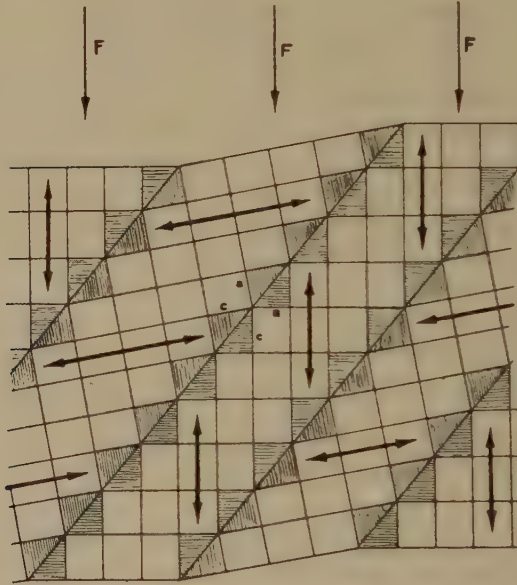


Fig. 1.

unter 45° gegen die Kristallkanten geneigten Streifen im Polarisationsmikroskop sichtbar werden (Fig. 2).

Häufig sind diese Streifen nochmals in feinere Streifen unterteilt. Parallele, aneinandergrenzende Streifen zeigen gerade Auslöschung, d. h. die c -Achse liegt kantenparallel in der zur Beobachtungsrichtung senkrechten Ebene. Sie sind unter gekreuzten Nicols komplementär gefärbt und vertauschen ihre Farben, wenn der Analysator parallel zum Polarisator gestellt wird, womit der Beweis erbracht ist, dass die c -Achsen in zwei aneinandergrenzenden Streifen annähernd senkrecht aufeinanderstehen (Fig. 1).

Beobachtet man hingegen in der Richtung, die dem in Fig. 1 eingezeichneten Pfeil F entspricht, so erscheinen kantenparallele Streifen mit gerader Auslöschung abwechselnd mit Streifen, deren optische Achse (c -Achse) in der Beobachtungsrichtung liegt. Bei Kristallen von würfeligem Habitus sind die c -Achsen in allen drei

Richtungen ungefähr gleich häufig vertreten, so dass man an einer Würfelfläche die kantenparallele und die 45° -Streifung zugleich beobachten kann (Fig. 3).

In gewissen Zuchten fanden sich auch tetragonale Einkristalle, dünne Plättchen, bei denen die c -Achse ausschliesslich senkrecht zur Plättchenebene orientiert war. Durch Druck lassen sich jedoch leicht kantenparallele Bereiche erzeugen, bei denen die c -Achse in die Plättchenebene umgeklappt ist.

Wie bei andern Ferroelektrika ist auch hier die Domänenstruktur druck-, temperatur- und feldempfindlich und zeigt dielektrische

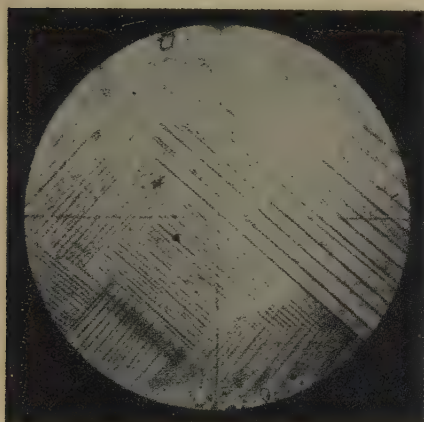


Fig. 2.

300fache Vergrösserung.

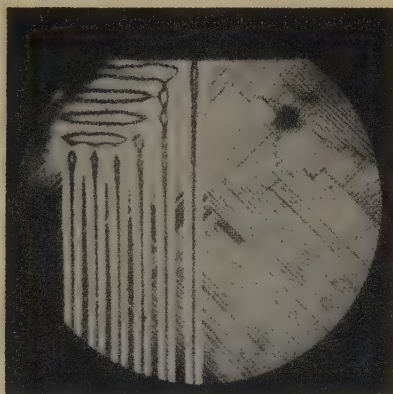


Fig. 3.

100fache Vergrösserung.

Hysteresis. Oberhalb 120°C verschwindet die Streifung, der Kristall wird zum kubischen Einkristall (Mosaikkristall).

Ein kantenparalleles *elektrisches Feld* bewirkt, dass gewisse 45° -Streifen auf Kosten ihrer Nachbarn in die Breite wachsen, d. h. in grösseren Gebieten klappen die c -Achsen in die Feldrichtung um.

Quantitative röntgenographische Bestimmung der Verteilung der c -Achsen mit gleichzeitiger Messung der Polarisierung und der Dielektrizitätskonstanten sind im Gange.

Die Anomalien der spezifischen Wärme von Bariumtitanat

von H. BLATTNER, W. MERZ, ETH. Zürich.

Als Untersuchungsmaterial diente aus dem Schmelzfluss kristallisiertes BaTiO_3 (mindestens 99%ig). Es ist seignetteelektrisch, der Curiepunkt liegt bei ca. 120°C und äussert sich, wie Messungen an einzelnen Kristallen zeigten, in einer markanten Spitze der Dielektrizitätskonstanten, dem Verschwinden sowohl des Piezoeffektes, als auch der spontanen Polarisation¹⁾.

Das Verschwinden der spontanen Polarisation am Curiepunkt lässt nach thermodynamischen Überlegungen eine Anomalie der spezifischen Wärme erwarten. Es wurde deshalb die spezifische

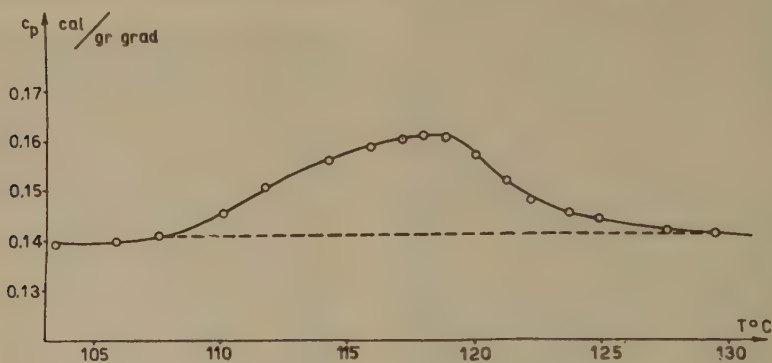


Fig. 1.

Wärme von Bariumtitanatkristallen in Funktion der Temperatur gemessen, und es konnte sowohl am Curiepunkt bei 120°C , als auch bei ca. 5°C eine Anomalie festgestellt werden (Fig. 1 und 2).

Wie Röntgenuntersuchungen ergaben²⁾, tritt am Curiepunkt eine Strukturumwandlung von einer tetragonalen zu einer kubischen Modifikation auf und zwar erstreckt sich diese Umwandlung über einen Temperaturbereich von mehreren Graden, ebenso erfolgt der Abfall der Polarisation am Curiepunkt relativ langsam. Der Verlauf der spezifischen Wärme hat deshalb die Form eines langgestreckten Buckels, im Gegensatz zu KH_2PO_4 , wo die Anomalie als scharfe Spitze auftritt.

Durch Integration der gemessenen c_p Anomalie in Fig. 1 erhält man für den Wärmeverbrauch, der mit dem Verschwinden der Polarisation verknüpft ist:

$$Q = \int c_p dT = 0,2 \text{ cal/g} = 47 \text{ cal/Mol}$$

¹⁾ H. BLATTNER, B. MATTHIAS, W. MERZ, P. SCHERRER, *Experientia* **3**, 148 (1947).

²⁾ HELEN D. MEGAW, *Proc. Roy. Soc.* **189**, 261 (1947).

Dieser Wert, sowie auch der Absolutwert von c_p (0,140 cal/g grad bei 110° C) ist höher als der von HARWOOD, POPPER und RUSHMAN¹⁾ gefundene.

Nimmt man wie bei den andern Seignetteelektrika die Anwesenheit eines innern Feldes an, gemäss

$$F = E + fP$$

und berechnet den Lorentzfaktor f aus der Beziehung

$$Q = \frac{1}{2} f P_s^2$$

so erhält man für $f = 0,044$. Als Wert der spontanen Polarisierung P_s wurde gemäss HULM²⁾ $P_s = 16 \cdot 10^{-6}$ Clb/cm² eingesetzt.

Berechnet man f andererseits aus der dielektrischen Suszeptibilität und deren Temperaturabhängigkeit nach dem Curie-Weiss'schen Gesetz oberhalb des Curiepunktes³⁾, so erhält man für

$$f = \frac{\Theta}{C} = 0,049$$

$$\Theta = \text{Curietemperatur} = 393^\circ$$

$$C = \text{Curiekonstante} = 8000^\circ \text{ } ^4)$$

Die Übereinstimmung der beiden Werte ist besser als man erwarten kann und liefert ein neues Beispiel dafür, dass bei den Seignetteelektrika der aus dem Temperaturverlauf der spezifischen Wärme berechnete Lorentzfaktor mit dem aus der dielektrischen Suszeptibilität berechneten grössenordnungsmässig gut übereinstimmt, obwohl sich die Absolutwerte von f für die verschiedenen Ferroelektrika stark unterscheiden.

Berechnung des Lorentzfaktor.

$$Q = \frac{1}{2} \cdot f \cdot P_s^2 \quad (1) \quad f = \frac{\Theta}{C} \quad (2) \quad C = \frac{\epsilon}{4\pi} (T - \Theta)$$

	f aus (1) ber.	f aus (2) ber.
Seignettesalz . .	2,1	2,2
KH ₂ PO ₄	0,37	0,48
BaTiO ₃	0,044	0,049

Dies lässt auch für BaTiO₃ die Annahme eines innern Feldes analog wie für die andern Seignetteelektrika berechtigt erscheinen.

¹⁾ M. G. HARWOOD, P. POPPER, D. F. RUSHMAN, Nature **160**, 58 (1947).

²⁾ J. K. HULM, Nature **160**, 127 (1947).

³⁾ R. BECKER, W. DÖRING, S. 33 (1939).

⁴⁾ J. H. VAN SANTEN, G. H. JONKER, Nature **159**, 333 (1947).

Die bei ca. 5°C auftretende Wärmeanomalie ist etwas kleiner als diejenige am Curiepunkt. Sie erfolgt aber schärfer und fällt offensichtlich mit dem bei ca. 5°C liegenden Maximum der Dielektrizitätskonstanten zusammen.

Diese Erscheinung, sowie auch die Tatsache, dass die piezoelektrisch erregte Resonanzfrequenz bei dieser Temperatur ein scharfes Minimum durchläuft, kann nicht allein durch das an dieser Stelle liegende Maximum des kristallographischen Achsenverhältnisses c/a erklärt werden. Es muss vielmehr angenommen werden, dass an

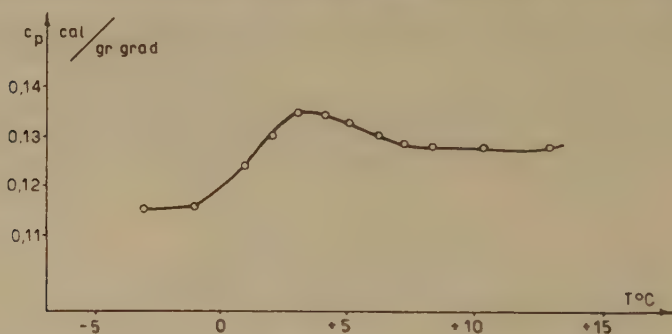


Fig. 2.

dieser Stelle beim Fortschreiten zu höheren Temperaturen die Polarisation eine merkliche Abnahme erleidet. Tatsächlich kann das auch experimentell festgestellt werden. Der Wert der Polarisationsänderung stimmt bei gleichem f grössenordnungsmässig gut mit dem aus der anomal verbrauchten Wärme berechneten überein.

Ausser dem pseudokubischen BaTiO_3 wurden zwei weitere Barium-Titanverbindungen hergestellt, in denen ein Teil des Titan durch Platin substituiert ist. Sie besitzen hexagonale, bzw. rhombische Struktur (letztere wird oft fälschlicherweise als monokline Modifikation bezeichnet). Über deren exakte Strukturverhältnisse und chemische Eigenschaften wird demnächst berichtet werden.

Elektrische Leitfähigkeit und Brechungsindex des Bariumtitanats

von G. BUSCH, H. FLURY und W. MERZ (ETH. Zürich).

1. Nachdem die meisten Oxyde der Metalle, sowie die *Spinelle* vom Typus $\text{Me}^{\text{II}}\text{Me}^{\text{III}}\text{O}_4$ als Halbleiter bekannt sind, schien es sinnvoll, die elektrische Leitfähigkeit der *Perovskite* vom Typus $\text{Me}^{\text{II}}\text{Me}^{\text{IV}}\text{O}_3$ zu untersuchen. Ein besonders interessanter Vertreter

dieser Art ist das Bariumtitanat BaTiO_3 , und zwar aus folgenden Gründen:

Diese Substanz zeigt ähnliche dielektrische Anomalien wie die seignette-elektrischen Kristalle des Seignettesalzes und des primären Kaliumphosphats KH_2PO_4 . Der Mechanismus der abnorm hohen dielektrischen Polarisation des BaTiO_3 ist aber von den erstgenannten Stoffen insofern verschieden, als er nicht auf der Existenz von Hydrogen-Bindungen, sondern offenbar auf einer starken Verschiebbarkeit der Ti-Ionen innerhalb der O-Oktäeder beruht.

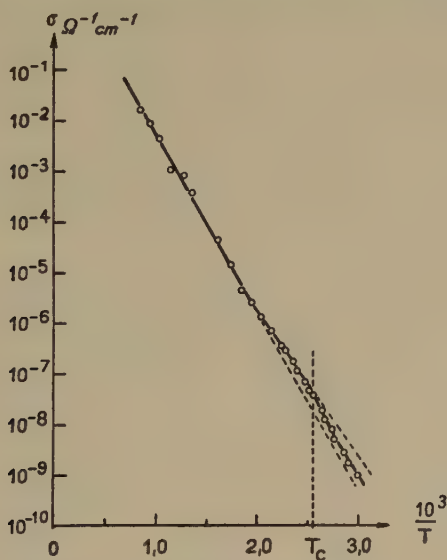


Fig. 1.

Elektrische Leitfähigkeit von BaTiO_3 .

Eine Änderung der Gitter-Polarisation im Ultrarot und des Brechungsindex beim Überschreiten der Curie-Temperatur bei ca. 120°C war daher zu erwarten.

2. Nun hat MOTT¹⁾ gezeigt, dass zwischen der Aktivierungsenergie ε eines Halbleiters und seiner Dielektrizitätskonstanten κ ein in grossen Zügen geltender Zusammenhang bestehen muss, nämlich

$$\varepsilon \sim \frac{1}{\kappa^2} \quad (1)$$

Für κ ist ein Wert zu setzen, der zwischen dem Quadrat des op-

¹⁾ N. F. MOTT und R. W. GURNEY, *Electronic Processes in Ionic Crystals*. Oxford 1940.

tischen Brechungsindex n und der statischen Dielektrizitätskonstanten DK_∞ liegt, d. h.

$$n^2 < \kappa < DK_\infty. \quad (2)$$

Der statische Wert DK_∞ durchläuft für BaTiO_3 am Curie-Punkt ein scharfes Maximum. Falls die unter 1. geäusserte Ansicht zutrifft, müssten auch n und κ einen ähnlichen Verlauf, d. h. besonders hohe Werte in der Gegend von 120°C zeigen. Eine Zunahme von κ müsste jedoch nach (1) zu einer Abnahme von ε führen.

Für die Leitfähigkeit eines Halbleiters gilt allgemein

$$\sigma = A(T) \cdot e^{-\frac{\varepsilon}{2kT}}. \quad (3)$$

Trägt man, wie dies üblich ist, $\log \sigma$ in Funktion von $1/T$ auf, so ergibt sich eine Gerade, deren Steilheit ein direktes Mass für ε ist. Eine Abnahme von ε hat daher eine Abnahme der Steilheit der Leitfähigkeits-Temperatur-Kurven zur Folge.

3. Die elektrische Leitfähigkeit wurde an mehreren BaTiO_3 -Einkristallen gemessen. Eine typische Kurve ist in Fig. 1 dargestellt. Ihr Verlauf bei hohen Temperaturen wird durch (3) gut

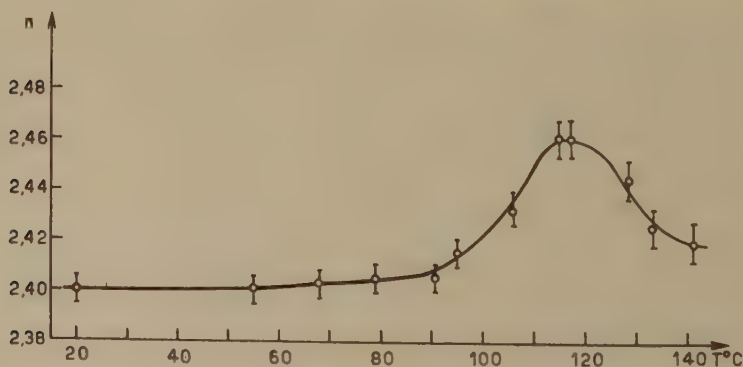


Fig. 2.

Brechungsindex von BaTiO_3 .

dargestellt mit einer Aktivierungsenergie $\varepsilon = 1,75 \text{ eV}$. In der Umgebung der Curie-Temperatur $T_c = 120^\circ \text{C}$ tritt jedoch eine deutliche Verflachung ein, die einem kleineren Wert von $\varepsilon = 1,15 \text{ eV}$, d. h. einem grösseren κ entspricht. Unterhalb der Curie-Temperatur wird die Steilheit wieder grösser.

Die Aktivierungsenergien ε variieren für verschiedene Kristall-Individuen zwischen ca. 1,2 und 1,8 eV und erfüllen den für Halbleiter gültigen Zusammenhang

$$\varepsilon = \alpha + \beta \cdot \lg A \quad (4)$$

mit der Mengenkonsanten A sehr gut.

4. Zur weiteren Abklärung wurde der Brechungsindex n an dünnen BaTiO₃-Kristallen für sichtbares Licht mit dem Mikroskop nach der CHAULNES'schen Methode gemessen. Das Resultat ist in Fig. 2 dargestellt. Der Brechungsindex zeigt tatsächlich einen starken Gang mit der Temperatur und besitzt insbesondere ein Maximum am Curie-Punkt. Daraus darf auf eine ähnliche Temperaturabhängigkeit von α geschlossen werden.

Die MOTT'sche Hypothese wird somit durch diese Ergebnisse mindestens qualitativ sehr schön bestätigt.

Diffraction des électrons par le Graphite

par J. HOERNI et J. WEIGLE, Genève.

Nous avons étudié dans le nouveau diffractographe TRÜB, TÄUBER la diffraction des électrons par transmission à travers des cristaux uniques de graphite. Celui-ci a été choisi car il est facile d'obtenir des cristaux homogènes ayant environ 0,05 mm. de côté et de 500 à 1000 Å d'épaisseur, donc encore très transparents aux électrons. La diffraction est, comme on le sait, d'un type tout à fait différent de celle des rayons X. Alors que le domaine angulaire de réflexion de BRAGG est d'une dizaine de secondes d'arc pour les rayons X, il s'étend à plusieurs degrés pour les électrons. Comme l'angle de BRAGG avec les longueurs d'ondes employées est de l'ordre d'un degré, on voit que peu importe la direction des électrons incidents sur le cristal, on aura toujours de la diffraction plus ou moins intense. On peut comprendre cela en calculant le facteur Θ introduit par EXTERMANN¹⁾ pour caractériser le type de diffraction. Ce facteur est indépendant de la longueur d'onde des électrons, ce qui est remarquable, et prend des valeurs (pour les différents plans) de l'ordre de l'unité. Cela indique que les ondes diffractées à l'intérieur du cristal sont du même ordre de grandeur que l'onde incidente. Comme ce sont les interférences entre plusieurs de ces ondes qui

¹⁾ EXTERMANN, Helv. Phys. Acta **10**, 185 (1937).

donnent finalement l'intensité diffractée sortant du cristal et que ces ondes ont des longueurs d'ondes très peu différentes les unes des autres, il se produit des battements (Solution pendulaire d'EWALD). Dans le cas de deux ondes fortes seulement on trouve que le quart de la longueur d'onde des battements est de l'ordre de 100 Å. Ayant traversé un cristal de cette épaisseur, l'onde incidente est donc complètement éteinte et toute l'énergie se retrouve dans l'onde diffractée. Il est bien évident qu'on ne peut alors appliquer la théorie cinématique de la diffraction qui suppose l'onde diffractée d'intensité négligeable. Il faudrait pour cela prendre des couches monomoléculaires. MC GILLAVRY¹⁾ a montré que cette solution pendulaire pouvait être étudiée par exemple dans le cas de deux ondes fortes seulement en envoyant sur le cristal un faisceau convergent comme dans les expériences de KOSSEL et MÖLLENSTEDT²⁾. Les différentes orientations traversant des épaisseurs de cristal différentes se montrent alors comme des bandes d'interférences. La séparation de ces bandes permet de mesurer à la fois le facteur de structure du plan, ou si l'on préfère le coefficient de FOURIER $\Phi_{n_1 n_2 n_3}$ du potentiel interne du cristal pour le plan considéré, et l'épaisseur du cristal. Nos résultats pour le graphite donnent pour Φ_{100} la valeur 1,7 volts et pour Φ_{110} 3,2 volts, ceci pour des cristaux dont l'épaisseur varie entre 500 et 1500 Å. Nous avons vérifié l'effet de la tension d'accélération sur ces phénomènes et avons trouvé que les Φ_n en sont indépendants (entre 20 et 50 kv).

Epaisseurs (en Å) . . .	425	860	1210	1415
Φ_{100} (en volt)	1,7	1,7	1,6	1,7

Potentiel d'accélération (en kv) . . .	20	31	39	50
Φ_{110} (en volt)	3,0	3,3	3,1	3,4

Ces valeurs correspondent du reste à celles qu'on peut calculer en partant de la distribution des électrons dans le cristal, donnée par la formule de HARTREE ($\Phi_{100} = 1,9$ volts, $\Phi_{110} = 3,2$ volts).

Dans le cas où plus de deux ondes fortes existent dans le cristal, les choses se compliquent singulièrement. Mais les diffractions permettent de donner une morphologie des surfaces de dispersion. Nos études se poursuivent dans cette direction.

¹⁾ MC GILLAVRY, Physica **7**, 329 (1940).

²⁾ KOSSEL et MÖLLENSTEDT, Ann. Phys. **36**, 113 (1939).

Théorie du moiré

par T. A. GREEN et J. WEIGLE, Genève.

On appelle moiré l'effet qui se produit lorsqu'on regarde à travers deux écrans absorbants périodiques semblables, tournés d'un petit angle 2α dans leur plan commun l'un par rapport à l'autre. On suppose que l'observation se fait avec un pouvoir de résolution tel qu'il ne permet pas de voir la période.

Lorsque l'écran a une période a dans une dimension seulement (lignes parallèles également espacées de a), on sait que, dans les conditions décrites ci-dessus, on observe des lignes (d'absorption maximum) ayant une période $(a/2 \sin \alpha)$ et perpendiculaires à la bissectrice de l'angle 2α . En première approximation, lorsque les écrans ne sont pas trop absorbants, la structure moyenne de ces lignes résultantes est donnée par une série de FOURIER, dont les coefficients sont $a_n \cdot a_n^*$ où a_n (a_n^* est son conjugué complexe) est le coefficient de la série représentant les lignes d'un écran seul.

Lorsque l'écran est périodique avec une maille construite sur les vecteurs \vec{a}_1, \vec{a}_2 , le moiré donne une structure tournée elle aussi à angle droit de la bissectrice à l'angle 2α , dont on a tourné les écrans. La nouvelle maille est construite sur des vecteurs $(\vec{a}_1/2 \sin \alpha)$ et $(\vec{a}_2/2 \sin \alpha)$ et en première approximation les coefficients de FOURIER sont de nouveau $a_n a_n^*$.

Cette méthode du moiré amplifie donc avec le facteur d'amplification $(1/2 \sin \alpha)$, qui peut être considérable, la structure des réseaux écrans. Il est intéressant de constater que l'image résultante n'est pas tout à fait semblable à l'image originale. Comme dans l'étude des cristaux avec les rayons X, c'est le module des coefficients de FOURIER que l'on observe (les phases restent donc inconnues).

Cette étude nous a été inspirée par l'aspect remarquable de certains cristaux étudiés au microscope électronique, qui nous ont amenés à nous demander si l'effet moiré ne permettrait pas de «voir» directement les atomes. Avec un pouvoir de résolution de 50 Å facilement obtainable, il faudrait que les deux cristaux soient tournés au maximum l'un par rapport à l'autre de quelques degrés pour que la structure du moiré apparaisse dans les microphotographies. Les conditions géométriques de l'observation de cet effet sont donc réalisables. Les conditions d'éclairement et de contraste sont plus difficiles à définir. Jusqu'ici, nous n'avons pas de cas dans lesquels nous pouvons être certains d'avoir observé le moiré des atomes.

Der Thomson-Koeffizient einiger Metalle bei hohen Temperaturen

von G. J. EKKERS, A. FARNER und R. KLÄUI (Albiswerk Zürich).

An der Frühjahrstagung von 1947 berichteten wir über Messungen des Thomson-Koeffizienten an Wolfram bei hohen Temperaturen. Die damaligen Messungen erstreckten sich über ein Temperaturintervall von 900 bis 2100° K.

Durch geringfügige Verbesserungen unserer Messapparatur gelang es uns später, das Intervall bis zu 2700° K nach oben auszuweiten. Ausserdem haben wir noch den Thomson-Koeffizienten von Molybdän zwischen 900 und 2200° K und den von Platin zwischen 1200 und 1700° K gemessen.

Wir rufen noch kurz unsere Messmethode in Erinnerung. Sie beruht auf der Tatsache, dass die Thomsonwärme nicht von der Art des Temperaturgefälles und nicht vom Querschnitt des Leiters abhängig ist. Unser Messobjekt war ein Draht des zu untersuchenden

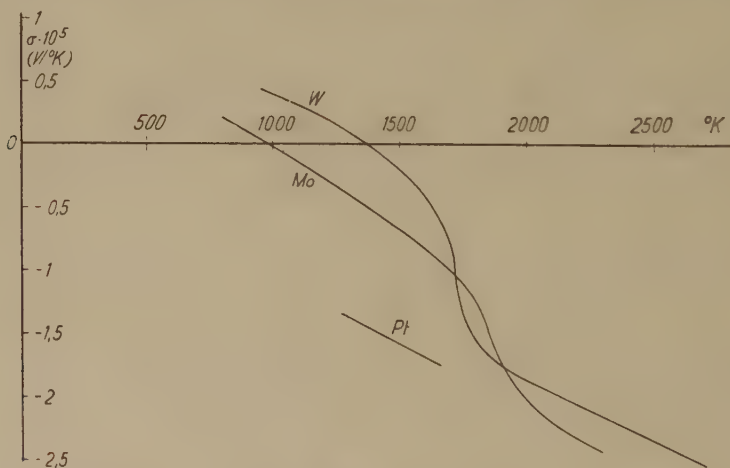


Fig. 1.

Thomsonkoeffizient σ in Funktion der abs. Temperatur für W, Mo und Pt.

Metalles von ca. 20 cm Länge, welcher über die Hälfte seiner Länge einen kleineren Durchmesser hatte als über die andere Hälfte. Bei Wolfram waren die Durchmesser 100 und 150 μ , bei Molybdän und Platin 130 und 200 μ . Die Querschnittsänderung beanspruchte eine Länge von ca. 150 μ .

Der Draht war in einem evakuierten Glasgefäss von bekannter Absorption ohne Vorspannung aufgehängt und mit Stromzuführungen versehen. Mit Hilfe eines Glühfadenpyrometers wurde der

Temperaturverlauf dem Draht entlang in der Nähe der Sprungstelle des Durchmessers in Abhängigkeit von Grösse und Richtung eines den Draht durchfliessenden Gleichstromes gemessen.

Aus unseren Messungen haben wir durch Aufstellung der Energiebilanz des kurzen Drahtstückes beidseitig der Sprungstelle des Durchmessers bis zu den Stellen, wo kein messbares Temperaturgefälle mehr vorhanden ist, und mit Hilfe des bekannten Gesamtemissionsvermögens und spezifischen elektrischen Widerstandes den Thomson-Koeffizienten berechnet, d. h. die Materialkonstante, die die entwickelte Wärmemenge pro Sekunde bei Durchgang der Stromeinheit darstellt, wenn das Temperaturgefälle ein Grad ist.

Die Kurven zeigen die Thomson-Koeffizienten von Wolfram, Molybdän und Platin in den erwähnten Temperaturgebieten.

Man sieht, dass über einer für das betreffende Metall charakteristischen Temperatur die Kurven Geraden durch den Ursprung sind, in Übereinstimmung mit der Theorie, die verlangt, dass der Thomson-Koeffizient bei hohen Temperaturen der absoluten Temperatur proportional ist.

Unter der Annahme völlig freier Leitungselektronen findet SOMMERFELD¹⁾ für den Thomson-Koeffizienten:

$$\sigma = -\frac{\pi^2}{\xi} \cdot \frac{k^2}{|e|} \cdot T \quad (1)$$

mit

$$\xi = \frac{h^2}{2m} \cdot \left[\frac{3n}{8\pi} \right]^{2/3} \quad (2)$$

Wenn wir bei den drei gemessenen Metallen jeweils mit einem freien Elektron pro Atom rechnen, so finden wir aus (1) und (2) überall

$$\frac{\sigma}{T} = -1,2 \cdot 10^{-8} \text{ V grad}^{-2} \quad (3)$$

Aus unseren Messungen ermitteln wir für

$$\begin{array}{ll} \text{W} & \frac{\sigma}{T} = -0,93 \cdot 10^{-8} \\ \text{Mo} & -1,05 \cdot 10^{-8} \\ \text{Pt} & -1,05 \cdot 10^{-8} \text{ V grad}^{-2} \end{array} \quad (4)$$

in guter Übereinstimmung mit der Theorie.

¹⁾ A. SOMMERFELD, „Die Naturwissenschaften“ 22 (1934), 4.

Absorption des ultrasons par les solides

par R. MERCIER et Mme N. BANDERET, Lausanne.

Lorsqu'un solide homogène, isotrope est parcouru par une onde plane de déformation longitudinale, celle-ci est accompagnée d'une onde de tension corrélative. En général il y a absorption d'énergie et les ondes sinusoïdales dans le temps sont amorties. On peut toujours définir une *impédance d'onde* Z complexe dont la partie imaginaire est liée au coefficient d'extinction.

Les causes de cette dissipation d'énergie sont principalement la diffusion et l'activation moléculaire avec relaxation.

Certains auteurs ont essayé de mesurer l'extinction des ondes élastiques en interposant entre un générateur et un récepteur ultrasoniques une plaque de la matière étudiée. Il est évident que la comparaison des résultats obtenus par cette méthode n'est pas possible, puisque les conditions de réflexion des ondes sur les surfaces de jonction dépendent essentiellement des phases, donc des célérités et de l'extinction elle-même.

Les auteurs ont mis au point une méthode de détermination expérimentale de l'absorption qui, contrairement à l'emploi des générateurs wobblés, permet la mesure de sa dispersion. Cette méthode consiste à incorporer au générateur ultrasonique la matière solide étudiée; travaillée en forme de cylindres droits, de section suffisante pour diminuer l'effet de la diffraction, elle est fixée sur le générateur (trilame piézoélectrique ou barreau magnétostrictif) et sa base libre est utilisée comme radiateur dans un milieu (huile) contenant l'interféromètre ultrasonique.

La pression mesurée au récepteur dépend alors de toutes les longueurs constructives du générateur, du barreau mesuré et de l'espace interférométrique. En variant ce dernier on observe et mesure le maximum de cette pression. Opérant avec des barreaux de longueurs diverses, on obtient, selon la théorie, une relation entre cette longueur et les pressions maximum qui donne directement le coefficient d'absorption de la substance.

Les mesures ont été faites jusqu'ici avec une fréquence de 0,4 mégacycle/sec. Le laiton présente une absorption très faible, à l'opposé du plomb.

Aperçu sur l'activité de l'Union internationale et du Comité suisse de Physique¹⁾

par Albert Perrier, Lausanne.

Le Président du Comité suisse rappelle d'abord que les organes scientifiques de coopération internationale, tels qu'ils fonctionnent maintenant, sont nés à peu près en même temps que la Société des Nations à l'issue de la première guerre mondiale.

L'organisme central a été le «*Conseil international des recherches*», qui suscita la création d'Unions internationales spécialisées par disciplines (mathématiques, chimie, physique, biologie, etc.). Ces unions à leur tour se constituèrent par la coopération de comités nationaux de formations très diverses, selon les conditions intérieures de chaque pays. La liaison internationale des groupements scientifiques n'est pas assurée uniquement par les comités de spécialistes. Le Conseil international comporte des représentants des grandes corporations qui dans chaque pays réunissent les savants d'ordres divers (chez nous, la Société helvétique des sciences naturelles, qui a pris rang internationalement d'Académie des sciences).

Les buts généraux de toute cette organisation procèdent de la volonté de réaliser et d'accentuer la *coordination des activités scientifiques*; elle s'est proposé dès le début de les atteindre par des *recherches d'ensemble*, par l'*information* dans l'acception la plus extensive (publications, congrès et conférences restreintes, voyages d'études et de recherches, etc. etc.), enfin par une action permanente vers la *simplification* et l'*unification* (nomenclature, unités, étalons, etc.).

Les conditions politiques et économiques des années précédant la deuxième guerre ont entravé considérablement les travaux internationaux en commun, puis la guerre elle-même les a pratiquement arrêtés.

Dès la cessation des hostilités toutefois, le Conseil international des recherches, devenu «*Conseil international des unions scientifiques*», entreprit immédiatement la réorganisation et le développement des organes internationaux. Il fut grandement secondé par l'UNESCO,

1) Résumé d'un exposé fait devant la Soc. suisse de physique le 8 mai 1948.

le puissant organisme mis en œuvre sous les auspices de l'ONU, et qui, se proposant de stimuler les activités culturelles et leur diffusion dans le but essentiel de promouvoir le progrès, la meilleure entente internationale et enfin la pacification, cet organisme disons-nous, a comme alliés les plus naturels les corporations de travail scientifique.

De fait, non seulement l'UNESCO s'intéresse vivement au Conseil international, lui prêtant ainsi un appui moral précieux, mais elle a conclu avec lui un accord en bonne et due forme. En sorte que, les unions scientifiques comme leur organe central, outre le grand bénéfice moral qu'elles tireront de ce contact, verront leurs initiatives secondées aussi matériellement (subventions pour frais de voyages de savants invités à des conférences ou même pour des cours en dehors de leur pays, aide à certaines publications, etc.). Les connexions entre disciplines séparées et pays différents en seront développées et affermies...

Il va de soi que le Comité suisse n'a pu durant la guerre exercer d'action internationale; il a dû se borner à la recherche des conditions propres à assurer sa place à notre pays au moment de la reprise espérée. Si nous avons dû, à regret mais sur leur demande expresse, renoncer à la collaboration de MM. P. GRUNER et A. HAGENBACH, nous avons gagné celle de M. HANS KÖNIG, qui a bien voulu nous assurer, avec la liaison indispensable avec le Bureau fédéral des poids et mesures, sa grande expérience en matière métrologique; le professeur MAX LANDOLT, directeur du Technicum de Winterthur, vient, lui aussi, de nous apporter l'appui de sa compétence et de sa notoriété d'électrotechnicien, il sera le porte-parole des électriciens suisses au sein du Comité.

Outre ces deux personnalités et le signataire de cette note, le Comité comprend actuellement MM. JAQUEROD, SCHERRER, ZICKENDRAHT, et ex officio, le Président en charge de la Société de physique, présentement M. MIESCHER.

La fonction du Comité est entre autres d'être à titre permanent un organe consultatif et de liaison; ce vis-à-vis du Conseil et des Unions à l'étranger, et, à l'intérieur, de la Société helvétique des sciences naturelles, de l'Etat, et des autres comités des unions internationales.

Le Conseil international d'abord, les unions spécialisées ensuite tinrent de nouveau session dès 1946; la Société helvétique puis les comités nationaux furent invités à ces conférences. L'Union de physique en particulier a tenu une assemblée générale du 3 au 6 janvier 1947 à Paris. Décimé par la guerre, son comité exécutif

n'a pu agir; MM. SIEGBAHN et P. P. EWALD se sont chargés de la préparation et de la conduite des séances en qualité de président et de secrétaire ad hoc.

L'assemblée à élu comme président de l'Union le professeur H. A. KRAMERS de Leyde et comme secrétaire général, M. P. FLEURY, de l'Institut d'optique de Paris (15, Bd Pasteur). M. P. SCHERRER a été appelé au Comité exécutif.

La constitution des *commissions internationales permanentes* a été rediscutée; elles se rattacheront désormais à trois types, savoir: a) des commissions restreintes à une seule union, b) des commissions mixtes («joint commissions») relevant de deux unions ou davantage, c) de grandes commissions, dont l'importance pourra légitimer plus tard leur extension en unions internationales.

Quelques exemples:

a) «Commissions des symboles, unités, nomenclatures», «de thermodynamique», des «rayons cosmiques», etc.

b) «Données physicochimiques» (avec l'union internationale de la chimie), «Ionosphère», «radiométéorologie» (avec les unions d'astronomie, de géophysique, et de radiosciences).

c) Commission d'optique; M. KÖNIG a été appelé à en faire partie, un *comité d'optique* s'est constitué tout récemment en Suisse, sous la présidence de M. KÖNIG également. D'autres comités d'optique sont déjà formés ou sont en formation dans les principaux états.

D'autre part, la *mécanique* et la *cristallographie* ont donné lieu à la création de deux unions internationales autonomes, affiliées directement au Conseil international.

La plupart de ces commissions ont déjà leurs titulaires, elles se sont réunies, ont établi des mises au point en vue de conventions internationales devant prendre force de loi, ou qui serviront de base de départ à des recherches d'ensemble.

Plusieurs conférences internationales de chercheurs ont été projetées puis ont eu lieu (exemple: sur les rayons cosmiques à Cracovie); d'autres en nombre plus grand sont prévues à bref délai. Dans tous ces cas, l'UNESCO est intervenue efficacement tout en laissant aux organisations leur pleine liberté.

Voici en terminant deux exemples récents de coopération internationale fructueuse:

1. Agissant en plein accord avec le Conseil international et les Unions intéressées, l'UNESCO porte à la station du *Jungfraujoeh* un intérêt constant, ce qui renforce la situation de centre international de recherches de ce beau laboratoire; mais de plus, elle lui assure une subvention annuelle.

2. Un appui moral et matériel est assuré également au *Bureau international des étalons physico-chimiques* de Bruxelles, dont l'activité rend déjà et rendra toujours davantage des services à quantité de chercheurs (listes de sources de produits purs, données sur leur degré de pureté, listes de laboratoires en mesure d'entreprendre des déterminations précises sur les étalons, liaison permanente avec les grands laboratoires métrologiques nationaux).

Il convient d'évoquer encore des projets à très longue échéance et en même temps de très grande importance, telle la publication de tables générales de constantes et aussi d'une encyclopédie internationale des sciences physiques. De pareilles entreprises exigeront la mise en action de forces dépassant de beaucoup les possibilités d'une seule nation.

Schweizer Komitee für Optik.

Am 23. April 1948 ist in Zürich von rund 20 Vertretern der Wissenschaft, Industrie und Verwaltung ein Schweizer Komitee für Optik (Comité Suisse d'Optique) ins Leben gerufen worden. Dieses Komitee ist dem Schweizer Komitee für Physik angegliedert und übernimmt die Funktion des nationalen Komitees der kürzlich geschaffenen Commission Internationale d'Optique, die ihrerseits der Union de Physique pure et appliquée angegliedert ist.

Das Komitee wurde wie folgt zusammengesetzt:

Präsident: Prof. H. KÖNIG, Amt für Mass und Gewicht, Bern.

Mitglieder: ex officio: 1 Vertreter des Comité Suisse de Physique (noch zu bestimmen); Prof. JOHN EGGERT, Eidg Techn. Hochschule, Zürich.

Sekretär: Dr. W. LOTMAR, Kern & Cie., Aarau.

Das Komitee und seine zur Zeit rund 20 Mitarbeiter werden sich in erster Linie damit befassen, die in schweizerischen Zeitschriften erscheinenden einschlägigen Arbeiten zu Händen der Commission Internationale d'Optique in Paris zu referieren, welche ihrerseits die erhaltenen ausländischen Referatsammlungen dem Comité Suisse vermittelt. In zweiter Linie stehen Fragen der Standardisierung und Normalisierung.

Die Organisation hat provisorischen Charakter; für die definitive Form werden die wissenschaftlich-technischen Bedürfnisse unseres Landes massgebend sein.

Es ist eine Zusammenkunft im September in Zürich vorgesehen. Interessenten, die eventuell zur Mitarbeit bereit sind, mögen sich beim Präsidenten oder beim Sekretär melden.

La méthode des perturbations en théorie des champs quantifiés et la construction de la matrice S de Heisenberg

par Jean Pirenne.

(24. V. 1948.)

Si la théorie de la matrice S de HEISENBERG permet, en principe, d'éviter les difficultés de divergences de la théorie des champs quantifiés, en revanche aucune méthode satisfaisante n'a été développée jusqu'ici pour construire cette matrice. STUECKELBERG et HEITLER ont cherché à la déduire de la théorie hamiltonnienne par la méthode des perturbations. Comme on sait, tous les termes des développements ainsi obtenus divergent au delà du premier terme convergent non nul; on est alors amené à supprimer ou à modifier ces termes de telle façon que l'unitarité de S ne soit pas altérée. Nous ne nous occuperons pas ici des difficultés soulevées par l'élimination de ces divergences.

Par contre, on peut se demander quel rôle joueraient ces termes si l'on écartait à priori toute divergence en donnant une extension finie aux particules (ce qui rend évidemment la théorie non relativiste). Or, il se fait que les formules de perturbation habituelles ne sont pas applicables à ce genre de problème où l'émission et l'absorption virtuelles de particules donnent lieu à des self-énergies qu'on n'a pas fait intervenir de façon rationnelle dans le calcul.

La présente note a précisément pour but d'établir la théorie des perturbations de façon conséquente dans le cas particulier suivant: celui de la diffusion de mésons ponctuels par un nucléon étendu. Nous supposerons qu'il n'y a pas d'antinucléon et que les mésons ont un spin entier, de sorte que le processus élémentaire d'interaction entre méson et nucléon est l'émission ou l'absorption d'un *seul* méson par le nucléon (la théorie des paires n'est donc pas envisagée ici). Nous admettrons enfin que les mésons ont une masse finie, les développements suivant le paramètre de couplage n'étant pas appropriés au cas de mésons de masse nulle (photons) où ils donnent lieu à la difficulté infra-rouge.

2°. — Soient H_0 l'hamiltonien «non perturbé» représentant l'énergie du nucléon et des mésons, en l'absence d'interaction mutuelle, et H cette interaction.

Dans une représentation où H_0 est diagonal, l'équation de SCHRÖDINGER

$$(H_0 + H) \Phi = E \Phi \quad (1)$$

peut s'écrire

$$(E - E_k) (k | \Phi | 0) = \sum_l (k | H | l) (l | \Phi | 0). \quad (2)$$

E_k est la valeur propre de H_0 correspondant à l'état non perturbé k et $(k | \Phi | 0)$ la fonction d'onde se réduisant, en l'absence de perturbation, à la fonction propre δ_{k0} qui caractérise un ensemble de particules libres d'énergie totale E_0 .

Il est très important de remarquer que $E \neq E_0$. En effet, la présence de l'interaction H ne fait pas seulement apparaître une onde diffusée; elle a également pour effet de douer les nucléons d'un champ propre, auquel correspond une certaine self-énergie, finie pour un modèle étendu. On a donc

$$E = E'_0 = E_0 + \Delta E_0. \quad (3)$$

De même, si les particules sont diffusées de l'état 0 vers l'état k , elles n'auront pas finalement l'énergie E_k , mais bien

$$E'_k = E_k + \Delta E'_k. \quad (4)$$

La fonction d'onde peut donc s'écrire sous la forme:

$$(k | \Phi | 0) = \delta_{k0} + (k | f | 0) \left[\frac{1}{E'_0 - E'_k} - i \pi \delta(E'_0 - E'_k) \right] \quad (5)$$

δ_{k0} représentant l'onde incidente, le second terme doit correspondre uniquement à une onde émergente (*outgoing wave*). Il en sera effectivement ainsi grâce à la présence de la fonction

$$\delta_+(E'_0 - E'_k) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{E'_0 - E'_k} - i \pi \delta(E'_0 - E'_k) \right], \quad (6)$$

à la *condition* toutefois que l'élément de matrice $(k | f | 0)$ varie continûment avec les états k et 0.

En particulier $(k | f | 0)$ ne doit présenter aucune singularité sur la surface d'énergie $E'_k = E'_0$. Nous exclurons également les singularités qui pourraient se produire en dehors de cette surface au cas où des isobares existeraient.

Nous allons maintenant porter l'expression (5) de $(k | \Phi | 0)$ dans l'équation de SCHRÖDINGER, mais, auparavant, il est commode d'écrire celle-ci sous la forme

$$(E'_0 - E'_k) (k | \Phi | 0) = \sum_l (k | H' | l) (l | \Phi | 0), \quad (7)$$

en posant

$$(k | H' | l) = (k | H | l) - E_k \delta_{kl}. \quad (8)$$

Il vient alors :

$$(k | f | 0) = (k | H' | 0) + \sum_l \frac{(k | H' | l) (l | f | 0)}{E_0' - E_l'} - i\pi \sum (k | H' | l) (l | f | 0) \quad (9)$$

avec la notation

$$(k | \underline{f} | 0) = (k | f | 0) \delta(E_0' - E_k'). \quad (10)$$

En posant ensuite

$$(k | T' | l) = \frac{(k | H' | l)}{E_0' - E_l'}$$

l'équation de SCHRÖDINGER (7) s'écrit sous forme matricielle

$$f = H' + T' f - i\pi H' \underline{f} \quad (11)$$

ou encore

$$(1 - T') f = H' - i\pi H' \underline{f}. \quad (12)$$

Si la matrice $(1 - T')$ admet un inverse, nous pourrions écrire

$$f = K' - i\pi K' \underline{f} \quad (13)$$

avec

$$K' = (1 - T')^{-1} H'. \quad (14)$$

Pour que cette dernière équation détermine effectivement K' il faudrait que nous connaissions les énergies de perturbation ΔE_k , qui interviennent dans H' et T' . Nous montrerons plus loin, par la méthode des perturbations, qu'il suffit pour cela d'imposer la condition que $(k | K' | 0)$ ne présente pas de singularité δ_{k0} . Il résulte d'ailleurs immédiatement de l'équation (13) que cette condition est nécessaire car f ne présente, par hypothèse, aucune singularité. On verra de plus que cette simple condition suffit pour écarter toute autre espèce de singularité, pour autant que la convergence de la méthode des perturbations soit assurée. $(k | K' | 0)$ est donc continu au voisinage de la surface d'énergie $E_k' = E_0'$.

En multipliant alors les deux membres de (13) par $\delta(E_0' - E_k')$, il vient

$$\underline{f} = \underline{K'} - i\pi \underline{K'} \underline{f}. \quad (15)$$

Cette équation se distingue essentiellement de l'équation intégrale de HEITLER par la substitution de H' à H , laquelle correspond à l'introduction rationnelle de l'énergie de perturbation. Cette substitution n'altère pas le passage bien connu de cette équation intégrale à la matrice S de HEISENBERG que l'on peut écrire

$$S = \frac{1 - i\pi \underline{K'}}{1 + i\pi \underline{K'}}. \quad (16)$$

3°. — Il s'agit maintenant de construire la matrice K' . A cette fin, il est commode d'en mettre la formule de définition (14) sous la forme

$$K' - T' K' = H'. \quad (17)$$

D'autre part, nous n'envisagerons plus à partir d'ici que le cas d'un nucléon infiniment lourd, les calculs devenant beaucoup plus compliqués dans le cas où il y aurait lieu de tenir compte du recul du nucléon.

Dans ce cas particulier, tous les ΔE_k sont égaux et l'on a simplement

$$E_0' - E_k' = E_0 - E_k. \quad (18)$$

L'équation (17) s'écrit alors

$$(k | K' | 0) = (k | H' | 0) + \sum_l \frac{(k | H' | l) (l | K' | 0)}{E_0 - E_l} \quad (19)$$

ou, plus explicitement,

$$\begin{aligned} (k | K' | 0) &= (k | H | 0) + \sum_l \frac{(k | H | l) (l | K' | 0)}{E_0 - E_l} \\ &\quad - \Delta E \frac{(k | K' | 0)}{E_0 - E_k} - \Delta E \delta_{k0}. \end{aligned} \quad (20)$$

Pour résoudre cette équation intégrale, nous employons la méthode des perturbations, en admettant, pour la simplicité, que le terme perturbateur H ne contient le paramètre de couplage qu'au premier ordre. Nous écrivons comme suit les développements de K' et ΔE suivant les puissances croissantes du paramètre de couplage :

$$K' = K'^{(1)} + K'^{(2)} + K'^{(3)} + \dots \quad (21)$$

$$\Delta E = \Delta E^{(2)} + \Delta E^{(4)} + \Delta E^{(6)} + \dots \quad (22)$$

Le développement de ΔE ne fait évidemment intervenir que des puissances paires.

Portant ces développements dans (20) et égalant les termes du même ordre, nous obtenons, de façon purement formelle,

$$(k | K'^{(1)} | 0) = (k | H | 0) \quad (18a)$$

$$(k | K'^{(2)} | 0) = \sum_l \frac{(k | H | l) (l | K'^{(1)} | 0)}{E_0 - E_l} - \delta_{k0} \Delta E^{(2)} \quad (23b)$$

$$(k | K'^{(3)} | 0) = \sum_l \frac{(k | H | l) (l | K'^{(2)} | 0)}{E_0 - E_l} - \Delta E^{(2)} \frac{(k | K'^{(1)} | 0)}{E_0 - E_k} \quad (23c)$$

$$(k | K'^{(4)} | 0) = \sum_l \frac{(k | H | l) (l | K'^{(3)} | 0)}{E_0 - E_l} - \Delta E^{(2)} \frac{(k | K'^{(2)} | 0)}{E_0 - E_k} - \delta_{k0} \Delta E^{(4)} \quad (23d)$$

.....

$(k | K'^{(1)} | 0)$ étant simplement égal à l'interaction $(k | H | 0)$ est dépourvu de singularité par hypothèse.

Il n'en est plus de même de $(k | K'^{(2)} | 0)$. En effet, la somme

$$\sum_l \frac{(k | H | l) (l | H | 0)}{E_0 - E_l} \quad (24)$$

qui intervient au second membre de (23b) correspond à deux processus différents :

1° l'absorption de l'un des mésons existant dans l'état initial 0 suivie de l'émission d'un méson, différent ou non du premier suivant que l'état final k est différent ou non de l'état initial 0 ;

2° l'émission d'un méson suivie de la réabsorption de ce même méson.

Ce dernier processus n'intervient que si les états k et 0 sont identiques et il y a alors à considérer une infinité d'états intermédiaires, contrairement à ce qui se passe lors du premier processus. La somme (24) contient donc la singularité

$$\delta_{k0} \sum_l \frac{(0 | H | l) (l | H | 0)}{E_0 - E_k}. \quad (25)$$

La somme (25) ne doit correspondre qu'aux transitions suivant le second processus; nous ne l'indiquons pas explicitement pour simplifier l'écriture; une confusion n'aurait d'ailleurs guère d'importance: si l'on tenait compte des transitions $0 \rightarrow k \rightarrow 0$ suivant le premier processus on n'apporterait ainsi qu'une contribution infiniment petite, le nombre d'états intermédiaires étant fini dans ce cas.

Pour compenser cette singularité, il faut poser

$$\Delta E^{(2)} = \sum_l \frac{(0 | H | l) (l | H | 0)}{E_0 - E_l}. \quad (26)$$

L'équation (18c) conduit alors à une expression $(k | K'^{(3)} | 0)$ dépourvue de singularité; le dernier terme du second membre ne donne pas lieu à un pôle car $(k | H | 0)$ n'est différent de zéro que lorsque $|E_k - E_0| \geq \mu$ (masse du méson).

A partir de (23d) les choses se compliquent car $(k | K'^{(2)} | 0)$ n'est généralement pas nul pour $E_k = E_0$; par suite, le deuxième terme de $(k | K'^{(4)} | 0)$, à savoir

$$\Delta E^{(2)} \frac{(k | K'^{(2)} | 0)}{E_0 - E_k}, \quad (27)$$

donne effectivement lieu à un pôle. Or il se fait que ce pôle est compensé par un autre pôle contenu dans le premier terme, qui s'écrit, compte tenu de (23c),

$$\sum_{l,m} \frac{(k | H | l) (l | H | m) (m | K'^{(2)} | 0)}{(E_0 - E_l) (E_0 - E_m)} - \Delta E^{(2)} \sum_l \frac{(k | H | l) (l | H | 0)}{(E_0 - E_l)^2}. \quad (28)$$

Lorsqu'on effectue la sommation sur m il y a lieu de distinguer l'état $m = k$, car celui-ci seul amène à considérer des transitions $m \rightarrow l \rightarrow k$ correspondant à l'émission suivie de l'absorption d'un méson. Pour $m = k$, il y a donc une infinité d'états intermédiaires, contrairement à ce qui arrive lorsque $m \neq k$. Ainsi, le premier terme de (28) contient le pôle

$$\sum_l \frac{(k | H | l) (l | H | k)}{E_0 - E_l} \cdot \frac{(k | K'^{(2)} | 0)}{E_0 - E_k}. \quad (29)$$

Or la différence

$$\frac{1}{E_0 - E_k} \left[\sum_{l'} \frac{(k | H | l') (l' | H | k)}{E_0 - E_{l'}} - \sum_l \frac{(0 | H | l) (l | H | 0)}{E_0 - E_l} \right] \quad (30)$$

des expressions (27) et (28) est finie. Pour le voir, il suffit de grouper les termes l et l' tels que les transitions $0 \rightarrow l$ et $k \rightarrow l'$ se rapportent à l'émission d'un même méson. On a alors

$$(k | H | l') (l' | H | k) = (0 | H | l) (l | H | 0) \quad (31a)$$

et

$$E_k - E_{l'} = E_0 - E_l \quad (31b)$$

de sorte que l'expression (30) devient simplement

$$- \sum_l \frac{(0 | H | l) (l | H | 0)}{(E_0 - E_l) (E_k - E_l)}. \quad (32)$$

L'ensemble des deux premiers termes de $(k | K'^{(4)} | 0)$ (équ. 23d) ne possède donc pas de pôle, mais il présente une singularité δ_{k0} due, comme précédemment, à la possibilité d'émission et de réabsorption des mêmes mésons, lorsque les états k et 0 sont identiques. On compense aisément cette singularité en donnant une valeur convenable à $\Delta E^{(4)}$.

En continuant de la sorte, on trouve les formules de récurrence suivantes :

$$(k | K^{(n)} | 0) = \sum_l \frac{(k | H | l) (l | K'^{(n-1)} | 0)}{E_0 - E_l} - \frac{1}{(E_0 - E_k)} \times \sum_{1 \leq p < \frac{n}{2}} \Delta E^{(2p)} (k | K'^{(n-2p)} | 0) \quad (33a)$$

$$\Delta E^{(n)} = (0 | K'^{(n)} | 0) \quad (33b)$$

$$(k | K'^{(n)} | 0) = (k | K^{(n)} | 0) - \delta_{k0} \Delta E^{(n)}. \quad (33c)$$

On se rend compte aisément que les $(k | K^{(n)} | 0)$ ne présentent de singularité δ_{k0} que pour n pair ; en effet, un nombre impair d'émissions et d'absorptions de mésons ne permet jamais de réaliser la transition identique $0 \rightarrow 0$ et, d'autre part, $(k | K^{(n)} | 0)$ est la somme de termes où interviennent $n, n-2, n-4, \dots$ transitions.

A toutes fins utiles, voici les expressions complètes des quatre premiers $(k | K^{(n)} | 0)$:

$$(k | K^{(1)} | 0) = (k | H | 0) \quad (34a)$$

$$(k | K^{(2)} | 0) = \sum_l' \frac{(k | H | l) (l | H | 0)}{E_0 - E_l} \quad (34b)$$

$$\begin{aligned} (k | K^{(3)} | 0) &= \sum_{l, m} \frac{(k | H | l) (l | H | m) (m | H | 0)}{(E_0 - E_l) (E_0 - E_m)} \\ &\quad - \frac{(k | H | 0)}{E_0 - E_k} \sum_m \frac{(0 | H | m) (m | H | 0)}{E_0 - E_m} \end{aligned} \quad (34c)$$

$$\begin{aligned} (k | K^{(4)} | 0) &= \sum_{l, m \neq 0, n} \frac{(k | H | l) (l | H | m) (m | H | n) (n | H | 0)}{(E_0 - E_l) (E_0 - E_m) (E_0 - E_n)} \\ &\quad - \sum_l \frac{(0 | H | l) (l | H | 0)}{(E - E_l)} \cdot \sum_m' \frac{(k | H | m) (m | H | 0)}{(E_0 - E_m)^2} \\ &\quad - \sum_l \frac{(0 | H | l) (l | H | 0)}{(E - E_l)^2} \cdot \sum_m' \frac{(k | H | m) (m | H | 0)}{(E_0 - E_m)}. \end{aligned} \quad (34d)$$

Le signe Σ' signifie que les processus qui interviendraient seulement si $k=0$ ne doivent jamais être considérés, même si $k=0$.

Je tiens à exprimer ici ma profonde gratitude à M. W. PAULI pour l'intérêt qu'il a porté à ce problème dont il m'avait suggéré l'étude. Je remercie également M. R. JOST pour de fructueuses discussions.

Ecole Polytechnique Fédérale, Zurich.

Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit in Kautschuk

von Fritz Levi und Howard J. Philipp.

(12. V. 1948.)

§ 1.

Vor einiger Zeit haben BÄR und WALT¹⁾ sowie WALT²⁾ eine Methode zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern angegeben. Diese Methode, deren Theorie von REISSNER³⁾ sowie von LEVI und NAGENDRA NATH⁴⁾ ausgearbeitet wurde, besteht in folgendem. In einer durchsichtigen, isolierenden Flüssigkeit werden ebene Schallwellen erzeugt, indem ein Piezoquarz in derselben zum Schwingen angeregt wird. In den Weg dieser Schallwellen wird eine Platte des zu untersuchenden Materials von bekannter Dicke unter einem bekannten Winkel aufgestellt. Wird nun die Dicke der Platte, die Frequenz des Schalles oder der Einfallswinkel des Schallstrahls variiert, so ergibt sich durch ein Interferenzphänomen in der Platte eine variable Schalldurchlässigkeit. Im einfachsten Fall, dem der senkrechten Inzidenz, werden nur Longitudinalwellen in der Platte erzeugt. Die Durchlässigkeit ist immer dann ein Maximum, wenn die Dicke der Platte ein ganzes Vielfaches der halben Schallwellenlänge beträgt. Die Intensität des von der Platte durchgelassenen Schalles wird in der Flüssigkeit nach einer der bekannten optischen Methoden⁵⁾ gemessen. Aus den Versuchsbedingungen bei maximaler Durchlässigkeit der Platte kann man die Schallgeschwindigkeit der Longitudinalwellen bestimmen.

In der vorliegenden Arbeit wurde versucht, die Schallgeschwindigkeit von Longitudinalwellen in Kautschuk nach dieser Methode zu bestimmen.

In der Literatur finden sich über den Kautschuk nur ältere Angaben. So ist nach STEFAN⁶⁾ und EXNER⁷⁾ die Schallgeschwindigkeit $v = 30\text{--}69 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$, für den Elastizitätsmodul findet man⁸⁾ $E = 2\text{--}80 \text{ kg} \cdot \text{cm}^{-2}$. Der Grössenordnung nach befriedigen diese Werte die Gleichung für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Schallwellen in festen Stäben, $v = \sqrt{E/\rho}$, wobei $\rho \approx 0,92\text{--}0,96$ die Dichte des Kautschuks bedeutet.

Würde diese Geschwindigkeit von $30\text{--}69 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ tatsächlich derjenigen der longitudinalen Schallwellen in Kautschuk entspre-

chen, so wäre die Wellenlänge der Longitudinalwellen bei einer Frequenz von einigen Hundert kHz von der Grössenordnung 0,1 bis 0,01 mm. Es wäre dann zu erwarten, dass der genannte Interferenzeffekt nur bei niederen Frequenzen und sehr kleinen Dicken der Gummiprobe (0,1—1 mm) auftritt, und auch dann nur, wenn die Dämpfung der Schallwellen im Kautschuk nicht zu gross ist. Versuche mit Schallfrequenzen zwischen 300 und 7500 kHz und Gummiprobe von 0,1—3 mm Dicke zeigten aber mit Wasser als Immersionsflüssigkeit eine vollkommene Durchlässigkeit für Schall; auch irgendwelche Reflexionen an den Proben konnten nicht beobachtet werden. Man muss also schliessen, dass das Produkt $v \cdot \rho$ (die Schallhärte) für Kautschuk und Wasser annähernd denselben Wert hat, und da Kautschuk ungefähr die Dichte eins besitzt, kann die Schallgeschwindigkeit in Kautschuk nicht sehr verschieden von der in Wasser sein.

Bei Gleichheit der Schallgeschwindigkeit in Kautschuk und Wasser ist es unmöglich, die Methode von BÄR und WALTI in ihrer ursprünglichen Form zu verwenden. Es wurden daher zwei Modifikationen ins Auge gefasst, die wir im folgenden als Methode I und II beschreiben wollen.

§ 2. Methode I.

Ist unsere Vermutung, dass die Schallgeschwindigkeit in Wasser und Kautschuk ungefähr die gleiche ist, richtig, so sind die Kautschukplatten nicht nur im Wasser, sondern in allen gebräuchlichen Flüssigkeiten für alle Frequenzen fast vollkommen durchlässig. Zum Erfolg kann dann nur eine Methode führen, die die Reflexion an der Grenzfläche künstlich erhöht. Vorversuche zeigten tatsächlich schon eine merkliche Reflexion an mit Talkum bestreuten Kautschukfilmen. Es wurde daher versucht, eine solche Vergrösserung der Reflexion in möglichst reproduzierbarer Weise zu erreichen. Nach Versuchen mit Lackschichten und mit dünnen aufgelegten Folien aus Aluminium, Kupfer, Messing und Eisen erwiesen sich schliesslich aufgelegte dünne Glasplättchen am brauchbarsten. In den geschliffenen Mikroskopdeckgläschen stehen solche dünne und genügend homogene Glasplatten zur Verfügung.

BÄR und WALTI hatten bei ihren Versuchen die Frequenz des Schalles konstant gehalten und die Dicke der Festkörperschicht dadurch verändert, dass sie anstatt einer Platte einen Keil benutzten, und verschiedene Stellen desselben nacheinander in den Schallstrahl

brachten. Bei senkrechtem Einfall des Schalls ergibt sich dann die Geschwindigkeit zu

$$v = 2 d \frac{\nu}{n}, \quad (1)$$

wobei d die Dicke des Keils an einer Stelle maximaler Durchlässigkeit, ν die Frequenz und n eine ganze Zahl, die Ordnungszahl des Durchlässigkeitmaximums, bedeutet.

Nun begegnet aber die Herstellung von Gummikeilen mit genau definierter Steigung grossen Schwierigkeiten. Anstatt also die Dicke der Probe zu variieren und die Frequenz des Schalles konstant zu halten, wurde umgekehrt bei fester Dicke des Kautschukfells die Frequenz des Schalles kontinuierlich verändert und die Frequenzen gemessen, bei denen Maxima der Durchlässigkeit auftraten.

Um die Versuche in dieser Weise durchführen zu können, war es notwendig, einen Sender zu verwenden, der über ein weites Frequenzgebiet gleichmässig gut schwingt, und dessen Frequenz leicht verändert werden kann. Dazu erwies sich ein einfacher Push-Pull-Sender mit induktiver Koppelung auf einen nicht abgestimmten Gitterkreis (Röhren Philipps TC ⁰⁴/₁₀) als geeignet. Die Frequenz konnte dann durch einfache Variation des Kondensators im Anodenkreis schon in ziemlich weiten Grenzen geändert werden. Durch Verwendung verschiedener Spulensätze in Gitter und Anodenkreis liess sich die Frequenz sogar zwischen etwa 1500 und 10000 kHz kontinuierlich variieren.

Ferner ist es bei der von uns benutzten Methode notwendig, dass die zur Schallerzeugung verwendeten Quarze in einem weiten Frequenzbereich gleichmässig schwingen. Bekanntlich ist es leicht möglich, Piezoquarze über einen breiten Frequenzbereich zu „ziehen“, wenn sie in eine Flüssigkeit eingetaucht und infolgedessen stark gedämpft sind. Dieser Bereich kann nun noch dadurch vergrössert werden, dass man die Quarze möglichst „schlecht“ haltet, indem man sie z. B. auf der einen Seite auf ein Messingblech aufklebt und auf der anderen Seite, die als eigentlicher Schallsender benutzt wird, mit dünnem Staniol beklebt.

Es wurde auch noch eine andere, neue Methode der Quarzhalterung verwendet, um mit ein und demselben Piezoquarz ein möglichst weites Frequenzgebiet zu erhalten. Der Quarz war wieder auf einer Messingunterlage aufgeklebt, aber diese hatte jetzt eine *keilförmige* Form. Bei den so starr aufgeklebten Quarzen schwingt nämlich offenbar nicht der Quarz allein, sondern wegen der festen Kopplung schwingen Quarz und Unterlage gemeinsam. Ist nun die

Unterlage an verschiedenen Stellen verschieden dick, so hat das etwa den gleichen Effekt, als wenn man einen keilförmig geschliffenen Quarz verwenden würde: bei verschiedenen Frequenzen werden verschiedene Gebiete des Gesamtsystems zu Eigenschwingungen angeregt. Diese Methode der Halterung wurde bei Methode II (§ 5) angewendet.

Eine Schwierigkeit ergab sich insofern, als die einzige Flüssigkeit, die Gummi nicht angreift, Wasser ist. Es war aber wegen der Leitfähigkeit des Wassers nicht angängig, die derart gehalterten Quarze einfach in die Immersionsflüssigkeit einzutauchen. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, stehen zwei verschiedene, übrigens bekannte Wege zur Verfügung. Der eine besteht darin, den auf die beschriebene Weise gehalterten Quarz in ein besonderes, mit Xylol gefülltes, Gefäß einzutauchen und die darin erzeugten Schallwellen durch ein dünnes Stanniolfenster in Wasser austreten zu lassen. Die andere Möglichkeit ist die, dass der auf beiden Seiten mit Stanniol beklebte Quarz in die eine Wand eines wasserdichten Kästchens eingelassen und abgedichtet wird. Die innere Seite des Quarzes liegt auf einem kleinen Messingblock auf, die äussere wird vom Wasser berührt. Beide Methoden sind brauchbar. Die erste bietet aber den Vorteil einer leichteren und bequemerer Halterung des Quarzes und es ist besonders einfach, verschiedene Quarze gegeneinander auszutauschen; sie wurde daher im folgenden meist benutzt.

Zum Unterschied von WALTJ wurde zum Nachweis der Schallwellen nicht die Methode der Beugungsspektren, sondern die Schlierenmethode verwendet⁵⁾. Diese Methode ist etwa gleich empfindlich wie die von WALTJ benutzte, gestattet aber einen Überblick darüber, an welchen Stellen die Schallwellen durch die Kautschukplatte hindurchgehen. Bei der Unmöglichkeit tatsächlich ebene Schallwellen zu erzeugen und bei der, bei den Gummiprobe unvermeidlichen, Inhomogenität ist es sehr wertvoll, einen Einblick in die Struktur des Schallfeldes zu haben. Hinzu kommt noch folgendes: Verändert man die Frequenz, mit der der Piezoquarz zum Schwingen erregt wird, so ändert sich die Intensität und vor allem auch die Schwingungsform des Quarzes in unübersehbarer Weise. Wenn man nun die Maxima der Durchlässigkeit nur nach der Gesamtintensität des abgebeugten Lichtes beurteilt, so ist man grossen Täuschungen ausgesetzt, die vermieden werden, wenn man die Struktur des Schallfeldes übersieht.

An dieser Stelle sei noch auf einen kleinen Kunstgriff zur Homogenisierung eines Schallfeldes hingewiesen, dessen Anwendung sich zwar in unserem Falle erübrigte. Die von einem gewöhnlichen Piezo-

quarz ausgehenden Schallwellen bilden bekanntlich ein sehr kompliziertes Schallfeld, indem Wellenzüge in vielen verschiedenen Richtungen laufen. Stellt man nun in dieses Wellenfeld eine Platte, deren Dicke so bemessen ist, dass sie für die Frequenz des Schalles gerade ein Vielfaches der halben Wellenlänge in der Platte beträgt, so ist die Platte für die senkrecht auftreffenden Strahlen praktisch völlig durchlässig, während schon die etwas schräg auftreffenden praktisch überhaupt nicht durchgelassen werden. Auf diese Weise erreicht man ein der Richtung nach gut homogenes Schallfeld. Versuche wurden durchgeführt mit Stahl- und mit Glasplatten.

§ 3. Herstellung der Latexfelle und der Vulkanisate.

Um möglichst eindeutig definierte Kautschukproben zu untersuchen, wurden zunächst Felle aus reinem Latex hergestellt. Neben diesen Latexfellen wurden gelegentlich auch einige Vulkanisate geprüft. Die im Folgenden mit I bis IV bezeichneten Vulkanisate waren nach folgender Vorschrift hergestellt:

	I	II	III	IV
Latex	200	200	200	200
Kolloidaler Schwefel	0,9	2,7	6	10
Vulkazit P extra N	0,3	0,9	2	3,2
Zinkoxyd	0,25	0,75	1,6	2,4
10% Vultamol	2,5	7,5	10	16

Der kolloidale Schwefel wird zuerst mit Zinkoxyd und etwa der Hälfte des Vultamol angerührt; dann wird Latex zugegossen und das Ganze in einer Reibschale kräftig verrieben. In einer anderen Reibschale wird Vulkazit mit der anderen Hälfte der Vultamol-lösung verrieben. Hierauf wird beides gut vermischt und verrieben. Schliesslich giesst man die Probe auf eine gut horizontal gestellte Glasplatte aus und lässt sie eintrocknen. Vulkanisiert wurde bei 110° C 30 Minuten lang. Die obigen Proben sind so ausgewählt, dass sie möglichst wenig Füllstoffe enthalten.

Die Felle aus reinem Latex wurden erhalten, indem man Ammoniak-konservierten Latex auf eine horizontale Glasplatte ausgoss und trocknen liess.

Die zu untersuchenden Latexfelle wurden unter Wasser auf beiden Seiten mit 0,4 mm dicken geschliffenen Mikroskopdeckgläschen bedeckt und diese Glasplättchen am Rande mit Paraffin an die Felle angekittet. Es ist notwendig, das Auflegen der Glasplatten unter

Wasser vorzunehmen, um mit Sicherheit dünne Luftschichten zwischen Glas und Fell zu vermeiden. An solchen dünnen Luftschichten findet nämlich eine fast vollständige Reflexion der Schallwellen statt und die Probe erscheint dann bei allen Frequenzen völlig undurchlässig. Die Dickenmessung der Latexfelle wurde mit einem Zeiss'schen Dickenmesser vorgenommen. Die Frequenzen für maximale Durchlässigkeit wurden mit einem Frequenzmesser von STEEG & REUTER bestimmt.

§ 4. Messungen.

(Methode I.) In der beschriebenen Anordnung wurden nun die Proben bei senkrechter Inzidenz des Schalles untersucht. Die Maxima der Durchlässigkeit waren nicht sehr deutlich. Wir verwenden hier nur die Resultate, die mit einem Quarz (Eigenfrequenz 7500 kHz) erhalten wurden, der ein besonders intensives Schallfeld erzeugte.

Der Schall hat bei unserer Anordnung folgende Grenzflächen der Reihe nach zu durchsetzen: 1. Wasser/Glas; 2. Glas/Gummi; 3. Gummi/Glas; 4. Glas/Wasser. Unser Fall ist also wesentlich komplizierter als der von WALTJ. Die genaue Theorie des Problems liegt nicht vor; es dürfte keine prinzipiellen, jedoch sehr grosse rechnerische Schwierigkeiten machen, die Theorie von REISSNER³⁾ oder LEVI und NATH⁴⁾ auf diesen Fall zu verallgemeinern. Nun wurden aber unsere Versuche nur bei senkrechter Inzidenz vorgenommen. In diesem Fall kann man vermuten, dass die Durchlässigkeitsmaxima für die gleichen Frequenzen entstehen wie ohne Anwesenheit der Glasschichten, dass also die Schallgeschwindigkeit aus der Formel (1) $v = 2 d (\nu n)$ zu berechnen ist, wobei d die Dicke der Gummiprobe und ν die Frequenz für ein Maximum der Durchlässigkeit bedeutet.

Um zu sehen, ob dieses zutrifft, wurden Messungen vorgenommen, bei denen die Gummischicht durch eine Wasserschicht zwischen zwei Glasplatten ersetzt war. Es ergab sich, dass man so tatsächlich einen mit der bekannten Schallgeschwindigkeit in Wasser gut übereinstimmenden Wert fand. Es ist aber zu bemerken, dass bei diesen Versuchen ausser den gewöhnlichen Maxima noch ein anderes Maximum auftritt, welches der Reflexion an den äusseren Grenzflächen der Glasplatten zuzuschreiben ist. Dieses Maximum liegt genau an der durch die Glasdicke gegebenen Stelle, seine Lage ist unabhängig von der Dicke der Wasserschicht, und es ist durch seine sehr viel grössere Schärfe und Intensität leicht zu erkennen.

Tabelle 1 gibt ein Beispiel einer Messung an Latex nach der angegebenen Methode.

Tabelle 1.

Latex zwischen zwei Glasplatten von je 0,4 mm Dicke.

$d = 1,50 \text{ mm}$			$d = 1,08 \text{ mm}$		
ν_{\max} in kHz	n	$\frac{\nu}{n}$ in kHz	ν_{\max} in kHz	n	$\frac{\nu}{n}$ in kHz
3950	8	494	2750	4	688
4950	10	495	3410	5	682
5400	11	491	4050	6	675
7600	15	507	4800	7	686
	Mittel	497	5550	8	694
			6200	9	689
				Mittel	686
$v = (1491 \pm 11) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$			$v = (1482 \pm 6) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$		

Hierbei ist die angegebene Genauigkeitsgrenze der mittlere Fehler des Mittelwertes unter der Voraussetzung, dass die jeweiligen Dickenmessungen exakt bestimmt seien. Diese Genauigkeitsgrenzen sind also nur durch die Partialfehler in ν_{\max} und evtl. durch die in den n bedingt.

Man sieht aus den beiden angeführten Beispielen, dass auf diese Weise durchaus plausible Werte der Schallgeschwindigkeit zu erhalten sind.

Wir haben in der Folge hauptsächlich nach einer anderen Methode beobachtet. Die erste Methode leidet nämlich an dem Übelstand, dass die Maxima nicht sehr deutlich ausgeprägt erscheinen. Ein weiterer Grund, der gegen die Anwendung der ersten Methode spricht, ist der Umstand, dass eine dünne Wasserschicht zwischen Glas und Gummi nicht zu vermeiden ist, und dass aus diesem Grunde die Dickenmessung ungenau ausfallen kann. Die angeführten Ergebnisse bestätigen aber doch schon die Erwartung, dass die Geschwindigkeit des Schalles in Gummi nicht sehr von der in Wasser verschieden ist.

§ 5.

(Methode II.) Eine andere Möglichkeit der Geschwindigkeitsmessung besteht darin, durch Wahl einer geeigneten Flüssigkeit die Reflexion an den Grenzflächen der Gummiprobe wesentlich zu vergrößern. Zu diesem Zweck muss eine Flüssigkeit verwendet werden, bei der entweder die Schallgeschwindigkeit oder die Dichte stark von der des Kautschuks differiert. Nun sind die Geschwindigkeiten

in allen bekannten durchsichtigen Flüssigkeiten praktisch von der gleichen Grössenordnung. Die Dichte einiger anorganischer Lösungen wäre zwar wahrscheinlich ausreichend hoch, jedoch greifen alle untersuchten Lösungen Gummi an. Aus dem gleichen Grunde scheiden auch alle organischen Flüssigkeiten aus. Ferner zeigen alle Lösungen grosser Dichte, die wir untersuchten, eine sehr starke Schallabsorption und daher eine sehr starke Bildung von thermischen Schlieren, die die Beobachtung nach einer optischen Methode unmöglich machen. Als einzige Flüssigkeit, die — ausser dass sie undurchsichtig ist — allen Anforderungen entspricht, kommt nur Quecksilber mit seiner hohen Dichte in Betracht. Bekanntlich ist bei senkrechter Inzidenz der Reflexionskoeffizient γ_0 an der Grenze Flüssigkeit/Festkörper:

$$\gamma_0 = \left(\frac{v_1 \varrho_1 - v_2 \varrho_2}{v_1 \varrho_1 + v_2 \varrho_2} \right)^2. \quad (2)$$

Setzt man für Gummi den soeben erhaltenen Wert von etwa 1480 m · sec⁻¹ für die Schallgeschwindigkeit und für die Dichte 0,92 (siehe unten) ein, so ergibt sich, unter Benützung der angegebenen Werte aus der Literatur, der Reflexionskoeffizient γ_0 nach Gleichung (2) für verschiedene Kombinationen Flüssigkeit/Fester Körper gemäss Tabelle 2.

Tabelle 2.

	v	ϱ		γ_0
Latex	1480 m/sec	0,92*	Latex/Wasser	0,001
Wasser . . .	1450 m/sec	1,0	Latex/Quecksilber	0,76
Quecksilber .	1451 m/sec	13,6	Glas/Wasser	0,63
Glas	5000 m/sec	2,5	Glas/Quecksilber	0,050

* Die Dichte der Latexfelle wurde nach zwei Methoden bestimmt.

Die Schwebemethode ergab $\varrho = 0,915$
 Wägen und Ausmessen ergab $\varrho = 0,923$ } Mittel: $\varrho = 0,92$.

Es verhält sich also Glas in Quecksilber etwa ähnlich ungünstig wie Latex in Wasser, dagegen ergibt die Kombination Latex/Quecksilber einen recht hohen Reflexionskoeffizienten. Die einzige Schwierigkeit ist die, dass wegen der Undurchsichtigkeit des Hg die optischen Methoden des Schallnachweises nicht ohne weiteres zu verwenden sind. Diese Schwierigkeit wurde durch folgende Versuchsanordnung (Fig. 1) umgangen.

In einem grossen mit Xylol gefüllten Glastrog T befindet sich der Piezoquarz Q und ein mit Hg gefüllter, innen schellackierter eiserner

Trog *E*. Der Trog *E* besitzt an der dem Quarz zugewandten sowie an der gegenüberliegenden Seite je ein aufgekittetes Fenster aus dünnem Glas (Mikroskopdeckgläser von etwa 0,2 mm Dicke).

Der vom Piezoquarz ausgehende Schallstrahl durchsetzt durch die beiden Fenster den mit Hg gefüllten Trog *E*; seine Intensität kann in dem hinter dem Trog gelegenen Gebiet *L* nach der Schlierenmethode bestimmt werden. Die in einem Rahmen gehaltene Gummiprobe *P* wird in den Trog *E* eingeführt und senkrecht zum Schallstrahl gestellt.

Als Schallquelle wurde bei diesen Versuchen hauptsächlich ein Quarz mit der Eigenfrequenz 10000 kHz verwendet, der nach der in § 2 angegebenen Methode auf einer keilförmigen Messingunterlage aufgeklebt war. Der so gehaltene Quarz schwang im ganzen Gebiet von 2200 bis 10000 kHz fast gleichmässig gut. Die Schallintensität war auch nach dem Durchtritt durch den Hg-Trog noch sehr gross.

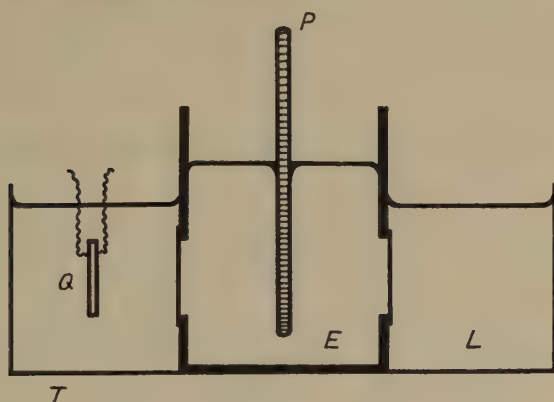


Fig. 1.

Die Messungen wurden nun so vorgenommen, dass bei einer in den Schallweg eingebrachten Gummiprobe die Frequenz des Senders langsam variiert wurde, um die Frequenzen für maximale Schallintensität im Gebiete *L* nach der Schlierenmethode aufzusuchen. Die Maxima waren bei dieser Anordnung wesentlich deutlicher ausgeprägt und leichter zu erkennen als nach Methode I. Für die Auswertung besteht hier keinerlei Unsicherheit, da der einfache und bekannte Fall einer Schicht eines festen Körpers in einer Flüssigkeit vorliegt.

Es erwies sich bei den Messungen als überaus wichtig, dass die Oberfläche des Hg sehr sauber gehalten wurde. Die Oxydschicht, die sich leicht auf Hg bildet, setzt sich nämlich beim Eintauchen der

Gummiprobe auf der Oberfläche des Gummis fest; eine solche dünne Schmutzschicht genügt, um den Gummi für Schall vollkommen undurchlässig zu machen. Ebenso werden die Glasfenster sofort völlig undurchlässig, wenn geringe Verunreinigungen auf ihnen sitzen. Da es nicht möglich ist, das Hg, in das die Gummiprobe mit ihren Halterungen eingetaucht werden, dauernd sauber zu halten, muss das Hg häufig gereinigt werden. Die Bildung einer Oxydschicht wird stark verzögert, wenn man das Hg noch mit einer dünnen Wasserschicht überdeckt.

Die Gummiprobe waren bei diesen Versuchen mit Paraffin auf eine Glasplatte aufgekittet, die an der Stelle des Schalldurchtritts ein hinreichend grosses Loch hatte, so dass sich nur der Gummi im Gang der Schallstrahlen befand.

§ 6. Messungen.

(Methode II.) Die Auswertung der Messungen erfolgte wieder nach der Formel (1):

$$v = 2 d \frac{v}{n}.$$

Als Beispiel sind in Tabelle 3 einige Messreihen angegeben.

Tabelle 3. *Latexfelle.*

$d = 0,78 \text{ mm}$			$d = 1,44 \text{ mm}$ (Hg mit H_2O überschichtet)			$d = 1,66 \text{ mm}$			
v_{max} kHz	n	$\frac{v}{n}$ kHz	v_{max} kHz	n	$\frac{v}{n}$ kHz	v_{max} kHz	$\frac{n}{A}$ (Gerade von Fig. 2)	$\frac{v}{n}$ kHz	$\frac{n'}{B}$ (Gerade von Fig. 2)
1930	2	965	4600	9	511	1360	3	453	4
2850	3	950	3580	7	511	1790	4	448	5
3750	4	938	3080	6	513	2170	5	434	6
4680	5	936	2080	4	520	3130	7	447	9
5770	6	662	2510	5	502	3080	7	440	9
8600	9	956	1560	3	520	3120	7	446	9
Mittel: 951			2050	4	513	3600	8	450	10
			2600	5	520	3940	9	438	11
			3120	6	520	4450	10	445	13
			3600	7	514	4930	11	448	14
			4100	8	513	5350	12	446	15
			4750	9	528	5800	13	446	17
			5000	10	500	6220	14	444	18
			6050	12	512	7120	16	445	20
			6240	12		8050	18	447	23
			7300	14	521	Mittel: 445			
			Mittel: 515						
$v = (1484 \pm 8) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$			$v = (1482 \pm 6) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$			$v = (1478 \pm 4) \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$			

Die Genauigkeitsgrenze hat hier dieselbe Bedeutung wie in Tabelle 2.

Um sicher zu sein, dass den ν_{\max} die richtigen Ordnungszahlen zugeordnet sind, wurde graphisch vorgegangen (vgl. Fig. 2): In ein Koordinatensystem trägt man die ν_{\max} als Funktion der (verschieden gewählten) Ordnungszahlen ein. Diejenige Wahl der Ordnungszahlen ist die richtige, bei der die ν_{\max} möglichst genau auf einer

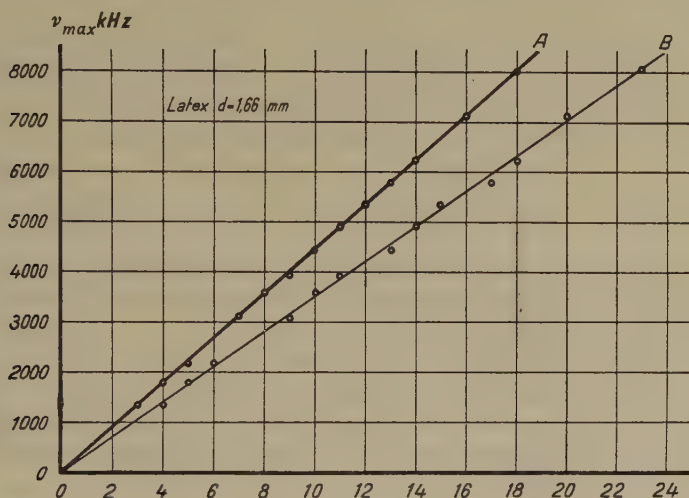


Fig. 2.

durch den Nullpunkt gehenden Geraden liegen. In Fig. 2 ist eine Messreihe der Tabelle 5 ($d = 1,66$ mm) so dargestellt. Man sieht sofort, dass die Gerade A die richtige, die Gerade B aber eine falsche

Tabelle 4.

d	v in $\text{m} \cdot \text{sec}^{-1}$
0,78 mm	1484
0,80 mm	1467
1,15 mm	1479
1,44 mm	1472
1,44 mm	1482
1,46 mm	1489
1,66 mm	1478
Mittel: $1479 \pm 3 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$	

Zuordnung der Ordnungszahlen n' ergibt. Für die Gerade A kann man auch rechnerisch nachweisen, dass die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum ist.

Tabelle 4 gibt die Zusammenstellung aller Messungen an reinen Latex-Proben. Der angegebene Fehler enthält hier auch den Partialfehler der Dickenmessung. Die Übereinstimmung mit den in Tab. 1 angegebenen Messungen nach Methode I dürfte innerhalb der Messgenauigkeit liegen. Dieses Resultat wurde auch noch dadurch besonders geprüft, dass ein und dasselbe Latex-Fell hintereinander nach beiden Methoden gemessen wurde.

Es muss darauf hingewiesen werden, dass Latex anderer Provenienz andere Werte für die Schallgeschwindigkeit ergibt. So wurde z. B. bei einer späteren Sendung von Latex gefunden:

$$\left. \begin{array}{ll} d^* = 0,95 \text{ mm} & v^* = 1436 \pm 5 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1} \\ d^* = 0,91 \text{ mm} & v^* = 1422 \pm 5 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Fehler ohne den Partial-} \\ \text{fehler der Dickenmessung.} \end{array}$$

Die Differenz dieser Werte gegen die der Tabelle 4 ist sicher reell, sie zeigt, *welche Schwankungen bei Latexproben verschiedener Herkunft zu erwarten sind.*

Wie die angeführten Werte zeigen, dürfte die Genauigkeit des Mittelwertes mehrerer Messungen an Proben verschiedener Dicke mit etwa $\pm 0,5\%$ sicher nicht überschätzt sein. In der Genauigkeit ist Methode II insofern überlegen, als im allgemeinen die Maxima viel markanter sind, und ausserdem mehr Maxima bei der gleichen Probe beobachtet werden können.

§ 7. Versuche mit Vulkanisaten.

Alle Versuche mit Vulkanisaten wurden mit Latex der späteren Sendung (in § 6 mit * versehen) angestellt, dessen Schallgeschwindigkeit sich zu etwa $1430 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ ergeben hatte. Eine Probe des Vulkanisates I (vgl. die Angaben in § 3) von 0,97 mm Dicke ergab eine Geschwindigkeit von $1450 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$; Vulkanisat II ergab nur bei ganz niederen Frequenzen sehr unscharfe, schwache Durchlässigkeitsmaxima, die nicht zur Messung verwendet werden konnten, und die Vulkanisate III und IV waren überhaupt bei allen Frequenzen völlig undurchlässig. Die Geschwindigkeitsmessung in einem aus der Mischung II hergestellten Fell *vor* der Vulkanisation (1,3 mm dick) ergab einen Wert von $1415 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$, der also innerhalb der Messgenauigkeit wohl kaum vom Werte des reinen Latex der späteren Sendung abweicht.

Mit zunehmendem Vulkanisationsgrad scheint also die Absorption sehr rasch anzuwachsen. Die am Vulkanisat I gemessene Geschwindigkeit scheint darauf hinzuweisen, dass die Schallgeschwindigkeit gleichzeitig etwas zunimmt. Bei unseren sehr füllstoffarmen

Mischungen üben die Füllmittel (Schwefel usw.) augenscheinlich keinen wesentlichen Einfluss auf die Geschwindigkeit und die Absorption aus. Die Änderungen sind wohl ausschliesslich durch die Vulkanisation selbst verursacht. Es scheinen sogar grössere Füllmittelmengen die Absorption wieder herabsetzen zu können; denn es gelang, an einigen technischen Proben, die viel Füllstoff enthielten, Schallgeschwindigkeiten zu bestimmen, was nur bei kleiner Absorption möglich ist. So zeigte beispielsweise eine Probe von käuflichem Weichgummi von 1,1 mm Dicke einige gut ausgeprägte Maxima, die auf eine Geschwindigkeit von $1440 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ führten. Käuflicher Hartgummi von 1,1 mm Dicke zeigte eine Geschwindigkeit von $2320 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ und die gleiche Probe, auf 0,95 mm heruntergeschliffen, eine solche von $2300 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$.

Äussere Umstände verhinderten es leider, diesem Zusammenhang zwischen Vulkanisationsgrad, Füllmittelmenge einerseits und Schallgeschwindigkeit und Absorption anderseits nachzugehen. Die angeführten Versuche geben immerhin einen Fingerzeig dafür, in welcher Richtung Veränderungen zu erwarten sind. Sicher scheint die Vulkanisation einen sehr grossen Einfluss auf die Absorption zu haben. Ob die starke Erhöhung der Schallgeschwindigkeit in Hartgummi auf die Füllmittel oder auf die Vulkanisation zurückzuführen ist, kann noch nicht sicher entschieden werden, dagegen scheint die bei schwacher Vulkanisation beobachtete leichte Erhöhung der Geschwindigkeit dafür zu sprechen, dass die Vulkanisation von wesentlichem Einfluss ist.

§ 8. Diskussion der Versuchsergebnisse.

Es besteht aber nun augenscheinlich eine grosse Diskrepanz zwischen der von uns vermittelt Ultraschallwellen gemessenen Schallgeschwindigkeit in Kautschuk von $v = 1479 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ gegenüber $v = 30\text{--}69 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ nach den Angaben von STEFAN und von EXNER (l. c.).

Man kann auf keinen Fall annehmen, dass diese Autoren etwa nicht longitudinale Deformationsschwingungen bei ihren Versuchen verwendet haben. Beide von STEFAN angegebene Anordnungen schliessen das aus, wenn man seine zweite Methode in der von EXNER verwendeten Art betrachtet. Die erste Methode (Wien. Akad. Ber. 1868)⁶) besteht darin, dass der zu untersuchende Körper in Form eines Stäbchens an einen längeren Stab aus Holz oder Glas angefügt wird. Der so zusammengesetzte Stab wird durch longitudinales Reiben zum Tönen gebracht und die Frequenz bestimmt.

Aus dieser (von der Grössenordnung 10^3 Hz) lässt sich die Schallgeschwindigkeit des Stäbchens errechnen, wenn diejenige für den längeren Stab bekannt ist. STEFAN mass so die Schallgeschwindigkeit in natürlichem und vulkanisiertem Kautschuk. Die zweite Methode (Wien. Akad. Ber. 1872)⁶⁾ verwendet ein Hipp'sches Chronoskop. Eine gespannte Gummischnur wird an einem ersten, federnden, elektrischen Kontakt direkt, an einem zweiten durch einen dünnen Zwirnfaden befestigt. Brennt man den Faden durch, so unterbricht der zweite Kontakt den Strom, der die Hipp'sche Uhr anhält, und ihr Zeiger setzt sich in Bewegung. Die Uhr läuft so lange, bis sich die Entspannung in der Gummischnur zu ihrem anderen Ende fortgepflanzt hat, wodurch der erste Kontakt den Strom wieder schliesst. Man misst also direkt die Zeit, welche die Kontraktionswelle gebraucht, um eine gegebene Gummilänge zu durchlaufen.

EXNER⁷⁾ verfeinerte die zweite Stefan'sche Methode und verwandte sie auch in der Art, dass ein Gummistab „aus sehr feinem vulkanisiertem grauem Kautschuk“ von quadratischem Querschnitt (9 cm^2) *ohne jede Spannung* zwischen den Kontakten lag. Durch einen longitudinalen Impuls, der auf das eine Ende des Stabes gegeben wurde, konnten wieder die zwei, ähnlich konstruierten Kontakte, welche die Hipp'sche Uhr steuerten, betätigt werden.

Das Ergebnis der beiden Methoden war immer das gleiche. Je nach der Beschaffenheit des Materials wurde $v = 30\text{--}69 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ gefunden, und zwar derart, dass je weicher der Gummi um so kleiner die Schallgeschwindigkeit war. Um dieses Resultat sicherzustellen, haben sowohl STEFAN als auch EXNER den Elastizitätsmodul durch Dehnung einer ihrer Gummiprobeen bestimmt und die Schallgeschwindigkeit nach $v = \sqrt{E/\rho}$ berechnet. Die so indirekt gemessenen Geschwindigkeiten stimmten mit den an denselben Proben direkt, vermittelt der dynamischen Methode, gemessenen v genügend genau überein*).

Der fundamentale Unterschied zwischen den Versuchen von STEFAN und von EXNER gegenüber den von uns ausgeführten liegt in folgendem: Während bei jenen Autoren die Schallwellenlänge

*) Herr A. GENSLER hat später in unserem Institut diese Versuche von STEFAN und von EXNER nach einer etwas veränderten Methode wiederholt. Durch zwei ähnliche Kontakte wurde eine konstante Potentialdifferenz während derjenigen Zeit durch ein ballistisches Galvanometer geschlossen, in der die Kontraktionswelle den Gummi durchlief. Mit dem bekannten ballistischen Reduktionsfaktor des Galvanometers wurde dann diese verflossene Zeit errechnet. Die Versuche bestätigten das Resultat von STEFAN und EXNER. Nebenbei ergab sich übrigens auch, dass, wie schon von EXNER (l. c.) gefunden wurde, v mit wachsender Spannung zunimmt.

vergleichbar, wenn nicht sogar gross, gegenüber den Querdimensionen der Gummiprobe war, ist bei uns sicher das Gegenteil der Fall. Die hier verwendeten Wellenlängen (berechnet aus $v = 1479 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$) variierten je nach der Frequenz zwischen $\lambda = 0,156$ und $1,09 \text{ mm}$. Da die Querdimensionen b der Latexfelle (bei der zweiten Methode) etwa $b = 4 \text{ cm}$ betrugen, so ergibt sich ein Verhältnis von $b/\lambda = 37$ bis 257 . Das besagt aber, dass wir es bei unseren Versuchen schon sehr angenähert mit der Ausbreitung longitudinaler Wellen in einer *unbegrenzten* Schicht zu tun haben. In diesem Falle kommt aber nicht mehr der gewöhnliche YOUNG'sche Elastizitätsmodul E in Betracht, wie er für Stäbe und Drähte gültig ist, sondern der Modul E' für die einseitige Kompression einer ausgedehnten Schicht.

Es gilt nun $E' = \lambda + 2 \mu$, wo λ und μ die LAMÉ'schen Konstanten sind, und $\mu = N$ den Scherungs- oder Torsionsmodul bedeutet. Drückt man E' durch den Kompressionsmodul K bei allseitigem Druck und durch N aus, so ergibt sich:

$$E' = K + \frac{4}{3} N$$

und die Schallgeschwindigkeit wird:

$$v = \sqrt{\frac{E'}{\varrho}} = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3} N}{\varrho}}.$$

In der Literatur sind nur sehr wenige Daten für die elastischen Koeffizienten des Gummis zu finden. Die Kompressibilität ist von CLAPEYRON⁹⁾ zu $92,95 \cdot 10^{-6} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{cm}^2$ gemessen, woraus sich der Modul ergibt zu $K = 1,055 \cdot 10^{10} \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$. Ferner finden sich noch Angaben von MALLOCK¹⁰⁾, doch dürften diese für uns nicht in Betracht fallen, da die Dichten seiner drei Proben zu $\varrho = 1,289; 1,407$ und $2,340$ angegeben sind; es handelt sich hier augenscheinlich um sehr stark vulkanisierten Kautschuk, also wohl um Hartgummi. Der Torsionsmodul ist von GRAETZ¹¹⁾ zu $N = 0,1629 \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-2}$ bei 20° C gemessen oder absolut $N = 1,598 \cdot 10^7 \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$.

Beide Werte ergeben mit $\varrho = 0,92$ die Schallgeschwindigkeit zu $v = 1070 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$, wobei zu bemerken ist, dass auch ein grober Fehler in N nur einen kleinen Fehler in v zur Folge hat, da K über 600mal grösser ist als N .

Die Berechnung nach der Elastizitätstheorie ergibt also ein Resultat, das der Grössenordnung nach mit unseren Messungen übereinstimmt. Die übrig bleibende Diskrepanz könnte noch auf verschiedene andere Ursachen zurückgeführt werden. Erstens dürfte eine grosse Unsicherheit bei dieser Berechnung von v in dem Werte

von K liegen, weil einseits K sehr schwer zu messen ist, andererseits aber weil die elastischen Konstanten verschiedener Gummiprobe stark variieren. Zweitens könnte noch hinzukommen, dass auch im ausgedehnten Medium die infolge der Kompressionen und Dilatationen auftretenden Kräfte sich nicht momentan, sondern erst nach einer gewissen Relaxationszeit einstellen. In diesem Falle würde E' frequenzabhängig werden. Da aber über derartige Relaxationszeiten bei allseitigem Druck keine Messungen vorliegen, lässt sich hierüber nichts Näheres aussagen.

Es scheint uns daher viel sicherer, umgekehrt aus dem von uns gemessenen v den Kompressionsmodul K bei allseitigem Druck nach der Gleichung abzuleiten:

$$K = v^2 \rho - \frac{4}{3} N.$$

Die numerischen Werte eingesetzt, ergeben:

$$K = (2,010 \pm 0,008) \cdot 10^{10} \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2},$$

also einen etwa doppelt so grossen Wert als wie er von CLAPEYRON angegeben wurde.

Dass dieser Wert des Kompressionsmoduls zuverlässiger ist als der von CLAPEYRON, geht aus folgendem hervor. Bei der endgültigen Redaktion dieser Arbeit (1948) wurde festgestellt, dass SCOTT¹²⁾ 1935 die Kompressibilität von Kautschuk, der 3% Schwefel enthielt, gemessen hat, indem er die Längenänderung eines Kautschukstabes bei allseitigem Druck beobachtete. Er fand $46,9 \cdot 10^{-6} \text{ Bar}^{-1} \cdot \text{cm}^2$ bei 15°C (entnommen aus seiner Figur 12, l. c.). Das ergibt einen Kompressionsmodul von $2,13 \cdot 10^{10} \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$. Da unser Wert von $2,010 \cdot 10^{10}$ sich auf reine Latexprouben bezieht, und mit dem Schwefelgehalt der Kompressionsmodul nach SCOTT zunimmt, so ist diese Differenz von 6% wohl reell; jedenfalls liegt sie in der zu erwartenden Richtung.

Diese Methode der Bestimmung des Kompressionsmoduls aus der Schallgeschwindigkeit ist sehr viel einfacher, bequemer und wohl auch *exakter* als die bekannte, sehr difficile statische Anordnung, die das Piezometer verwendet. Die Schallgeschwindigkeit ist von uns auf $20/_{00}$ bestimmt; wäre die Dichte statt auf $40/_{00}$ auch auf $20/_{00}$ genau, so läge schon eine gute Präzisionsmessung für den Kompressionsmodul vor, allerdings unter der Voraussetzung, dass der von GRAETZ gemessene Torsionsmodul gültig ist.

Wenn es sich also darum handelt, *alle* Elastizitätskonstanten einer Gummiprobe unter gegebenen Bedingungen zu bestimmen, so scheint es am zuverlässigsten, den Kompressionsmodul nach unserer

Methode und gleichzeitig den Torsionsmodul zu messen; das ist besser als etwa den YOUNG'schen Modul und die POISSON-Konstante zu nehmen, da letztere auch nur sehr schwer exakt zu bestimmen ist. Aus K und N ergeben sich nach der Theorie alle anderen Konstanten.

Die Frage ist aber, auf welche Methode der Torsionsmodul gefunden werden soll. Am einwandfreiesten wäre es, N unter denselben Bedingungen wie K zu messen, d. h. die BÄR-WALTI-Anordnung für *Transversalwellen* zu verwenden, da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v_{tr} von Transversalwellen in einem ausgedehnten Medium gegeben ist durch $v_{tr} = \sqrt{N/\rho}$. Die einfache Methode der Torsionsschwingungen eines Gummifadens ist vielleicht deswegen nicht exakt, weil sich der Gummi dabei unter anderen Spannungsverhältnissen befindet, und diese, wie man z. B. im Falle des YOUNG'schen Moduls weiß, von grossem Einfluss sind.

Leider ist aber die Anwendung der BÄR-WALTI-Methode für *Transversalwellen* sicher nicht einfach. Aus $N = 1,6 \cdot 10^7 \text{ Dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$ würde sich ungefähr $v_{tr} = 40 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ ergeben. Nun sind die Schallgeschwindigkeiten aller bekannten Flüssigkeiten von der Grössenordnung $1500 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$. Es liegt also dann der Grenzwinkel der Totalreflexion zwischen 1° und 2° , und es ist klar, dass unter diesen Umständen eine Anwendung der einfachen BÄR-WALTI-Methode nicht ohne weiteres möglich ist.

Es sei noch ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die BÄR-WALTI-Methode für Longitudinalwellen bei *reinem* Kautschuk keine Schwierigkeiten bietet. Bei Vulkanisaten, die *arm* an Füllstoff sind, wird die Messung durch die starke Schallabsorption erschwert, bei solchen, die *reich* an Füllstoff sind, fällt aber diese Komplikation wieder fort.

Die vorliegende Arbeit wurde schon Anfang 1939 beendet. Durch die Zeitumstände veranlasst, erfolgt die Veröffentlichung erst jetzt.

Die Anregung zu dieser Arbeit ging von Herrn Prof. RICHARD BÄR († 1940) aus. Sein früher Tod hat uns um so mehr erschüttert, als wir tief in seiner Schuld standen. Nicht allein für die Anregung zu der Arbeit, für seine vielen wertvollen Ratschläge und sein stets förderndes Interesse, sondern auch für die Gewährung zweier Stipendien, die uns die Ausführung der Arbeit ermöglichte, sind wir diesem hilfsbereiten Manne zu unvergesslichem Dank verpflichtet. — Herrn Prof. EDGAR MEYER danken wir für die bereitwillige Überlassung der Institutsmittel sowie dafür, dass er die Arbeit in druckfertigen Zustand gebracht hat.

Zürich, Physikalisches Institut der Universität.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ R. BÄR und A. WALTI, H.P.A. **7**, 658 (1934).
 - ²⁾ A. WALTI, H.P.A. **11**, 113 (1938).
 - ³⁾ H. REISSNER, H.P.A. **11**, 140 (1938).
 - ⁴⁾ F. LEVI und N. S. NAGENDRA NATH, H.P.A. **11**, 408 (1938).
 - ⁵⁾ Vgl. z. B. L. BERGMANN, Ultraschall, 2. Aufl., V.D.J.-Verlag, Berlin 1939.
 - ⁶⁾ J. STEFAN, Wien. Akad. Ber. [2] **57**, 697 (1868); [2] **65**, 419 (1872).
 - ⁷⁾ F. EXNER, Wien. Akad. Ber. [2] **69**, 102 (1874).
 - ⁸⁾ Zum Beispiel Physikalisch-chemische Tabellen von LANDOLT-BÖRNSTEIN.
 - ⁹⁾ B. P. E. CLAPEYRON, C. R. **46**, 208 (1858).
 - ¹⁰⁾ MALLOCK, Proc. Roy. Soc. London (A) **46**, 233 (1889); siehe auch Internat. Critical Tables **2**, 269 (1927).
 - ¹¹⁾ L. GRAETZ, Wied. Ann. **28**, 354 (1886).
 - ¹²⁾ A. H. SCOTT, Journal of Research Nat. Bureau of Standards **14**, 99 (1935).
Siehe auch ADAMS and GIBSON, J. Wash. Acad. Sci. **20**, 213 (1930), wo Kompressibilitäten von Gummi mit höherem S-Gehalt angegeben sind (letzte Veröffentlichung war uns nicht zugänglich).
-

Zur Bestimmung der elektromagnetischen Konstanten von Halbleitern im Ultrakurzwelligengebiet

von Paul Jacottet (Heidelberg).

(18. V. 1948.)

Übersicht. Theoretische und messtechnische Untersuchungen von FEJÉR und SCHERRER über die Bestimmung der Dielektrizitätskonstante mittels Hohlleiter im Zentimeterwellengebiet werden durch Angaben über die Ermittlung der Permeabilität sowie der dielektrischen und magnetischen Verlustwinkel ergänzt. Das Verfahren beruht darauf, dass die zu untersuchende Substanz auf den einen metallischen Abschlusskolben des Hohlleiters aufgebracht und die Spitze der elektrischen Resonanzfeldstärke im Messraum abhängig von der Dicke des Werkstoffes gemessen wird. Der für diese Abhängigkeit sich ergebende periodisch gedämpfte Verlauf gestattet, aus der Periodizität die Eigenwellenlänge im Halbleiter und damit seine elektromagnetischen Konstanten (ε , μ), aus der Dämpfung seinen dielektrischen und magnetischen Verlustwinkel ($\operatorname{tg} \delta_\varepsilon$, $\operatorname{tg} \delta_\mu$) zu bestimmen. Die rechnerischen Grundlagen für dieses Verfahren werden angegeben, ferner wird über Messergebnisse von K. HAUSSER*) berichtet. In einem mittels Magnetron bei 10 cm Vakuumwellenlänge zu einer transversal elektrischen H_{11} -Schwingung angeregten Hohlleiter von 7 cm Durchmesser ergab sich für einen bunaähnlichen (unmagnetischen) Stoff mit Russ- und Graphiteinlage eine Eigenwellenlänge $\lambda_{11}^{(2)} = 1,32$ cm, eine Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = 58$ und ein dielektrischer Verlustwinkeltangens $\operatorname{tg} \delta_\varepsilon = 0,22$.

1. Aufgabenstellung.

Es sollte untersucht werden, wie sich halbleitende schwarze Körper hinsichtlich ihrer Stoffkonstanten und Absorptionsfähigkeit bei kurzen elektromagnetischen Wellen verhalten. Eine grundlegende theoretische und experimentelle Arbeit über Berechnung und Messung der Dielektrizitätskonstante bei Ultrakurzwellen mittels eines durch Magnetron erregten rechteckigen Hohlleiters ist vor einigen Jahren von FEJÉR und SCHERRER^{1) 2)} durchgeführt worden. Diese Untersuchungen sollen durch weitere Angaben über die Bestimmung der Permeabilität sowie der Verluste elektrisch und magnetisch polarisierbarer Halbleiter im Zentimeterwellengebiet ergänzt werden.

*) Einige Angaben über Aufbau der Messanordnung und Messergebnisse sind mit Erlaubnis des Verfassers einer unveröffentlichten Arbeit von KARL HAUSSER, Über eine Methode zur Messung der Dielektrizitätskonstanten bei Zentimeterwellen mit Hilfe des Hohlraumleiters, Diplomarbeit der Universität Heidelberg, Dezember 1944, entnommen.

2. Grundsätzliche Angaben über das Messverfahren mittels Hohlraumleiter.

Der Rechnung und Messung zugrunde liegt ein Hohlleiter in der von FEJÉR und SCHERRER^{1) 2)} angegebenen Resonanzeinstellung mit allerdings kreisförmigem Querschnitt. Auf dem einen der beiden axial verschiebbaren metallischen Abschlusskolben ist die in ihrer Dicke veränderliche zu untersuchende Substanz aufgebracht. Der Resonanzzustand höchster Feldintensität liegt vor, wenn die

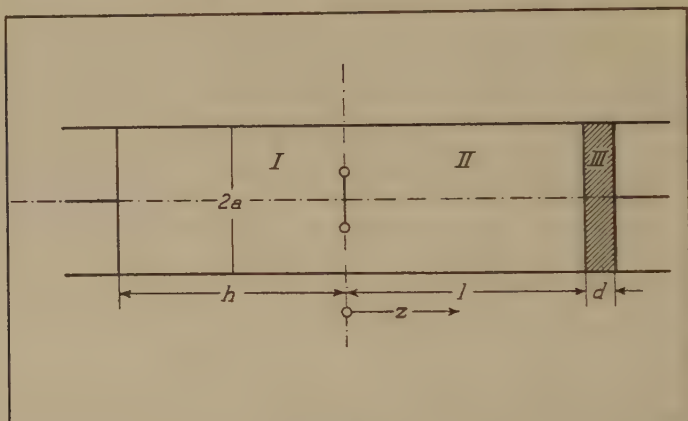


Fig. 1.

Längsschnitt durch kreiszylindrischen Hohlraumresonator mit Erregerquelle, axial verschiebbaren Abschlusswänden und Halbleitereinlage.

Abstände h und l der Abschlusskolben vom Schwingungserreger nach Fig. 1:

$$h = (2n + 1) \frac{\Lambda_{mn}^{(1)}}{4} \quad (1)$$

$$l = \left(2n + \frac{\chi}{\pi}\right) \frac{\Lambda_{mn}^{(1)}}{4} \quad (2)$$

$$n = 0; 1; 2 \dots$$

betragen. Hierbei ist noch angenommen, daß der erregende Dipol die Feldverteilung im Hohlleiter nicht stört. Weiter bedeutet $\Lambda_{mn}^{(1)}$ die Eigenwellenlänge einer transversal elektrischen H_{mn} -Welle im Messraum des Hohlleiters und χ den Phasenwinkel des dem Halbleiter zuzuschreibenden komplexen Reflexionsfaktors r vom Betrage r :

$$r = r e^{i\chi} \quad (3)$$

Im Messraum bildet sich eine stehende und wegen der als sehr gut leitend vorausgesetzten Wandung eine praktisch ungedämpfte Verteilung des elektrischen Transversalfeldes aus. Bei der Resonanz-

einstellung nach Gleichung (1) und (2) treten axiale Feldstärkenmaxima in der Grösse von

$$E_{\max} = 2 E_0^{(e)} \frac{1+r}{1-r} \quad (4)$$

an den Stellen

$$z_{\max} = n \frac{\Lambda_{mn}^{(1)}}{2} \quad (5)$$

auf. $E_0^{(e)}$ ist die an der Erregerstelle ($z = 0$) herrschende Amplitude des elektrischen Feldes einer im Falle reflexionsfreien Abschlusses ($r = 0$) nur vorlaufenden Hohlleiterwelle.

Im substanzerfüllten Teil des Hohlleiters tritt infolge Interferenz der einfallenden mit der am metallischen Abschluss reflektierten Welle gleichfalls eine stehende Feldverteilung auf. Die Eigenwellenlänge in diesem Rohrteil ($\Lambda_{mn}^{(2)}$) ist jedoch wegen der gegenüber dem Vakuum grösseren Werte der elektromagnetischen Stoffkonstanten des Halbleiters ϵ und μ kleiner als die Eigenwellenlänge $\Lambda_{mn}^{(1)}$ im Messraum. Weiter entstehen in dem zu untersuchenden Medium durch Umelektrisierung und Ummagnetisierung Energieverluste, die sich durch eine Dämpfung der axialen Feldverteilung bemerkbar machen.

Das Verfahren zur Bestimmung der elektromagnetischen Konstanten von Halbleitern besteht nun im wesentlichen darin, dass an einer Stelle z_{\max} eines Resonanzmaximums (nach Gleichung (5)) mittels dort fest eingestellter Sonde die Spitzenwerte der elektrischen Feldstärke abhängig von der Dicke des Versuchsmediums gemessen werden. Dabei ist der für eine bestimmte Dicke d lediglich vom Phasenwinkel χ des Reflexionsfaktors r abhängige Resonanzabstand l nach Gleichung (2) und Fig. 1 durch Verschieben des substanztragenden Kolbens so einzustellen, dass die bei z_{\max} feststehende Messsonde ein scharf ausgeprägtes Resonanzmaximum anzeigt. Der senderseitige Abschlusskolben bleibt ständig in seinem für die betreffende Erregerwellenlänge einmal eingestellten Resonanzabstand h nach Gleichung (1) stehen. Auf die beschriebene Art wird eine Kurve der Resonanzfeldstärke abhängig von der Dicke des Versuchskörpers

$$E_{\max} = f(d)$$

aufgenommen. Aus dieser Kurve und Gleichung (4) erhält man den Betrag des Reflexionsfaktors als Funktion der Dicke des Halbleiters. Da r ausserdem noch von der Dielektrizitätskonstante, der Permeabilität, sowie von den Umelektrisierungs- und Ummagnetisierungsverlusten abhängt, gestattet der Vergleich der bei verschie-

denen Dicken d gemessenen elektrischen Resonanzfeldstärken die gesuchten Rückschlüsse auf die elektromagnetischen Kenngrößen des Halbleiters. Während FEJÉR und SCHERRER¹⁾²⁾ die Dielektrizitätskonstante aus dem Phasensprung χ und dem Resonanzabstand l nach Gleichung (2) ermittelten, werden in der vorliegenden Untersuchung die elektromagnetischen Konstanten im wesentlichen durch Messung der Resonanzspitzen selbst bestimmt.

3. Abhängigkeit des Reflexionsfaktors von der Dicke und den elektromagnetischen Konstanten des Halbleiters.

Wie man aus der Forderung des stetigen Überganges des elektromagnetischen Transversalfeldes an der Trennfläche zwischen Luft und Halbleiter in der Anordnung nach Fig. 1 leicht ableiten kann, ist der Reflexionsfaktor r , d. h. das Verhältnis der komplexen Amplituden der reflektierten und der vorlaufenden Welle, nach Betrag und Phasenwinkel gegeben durch:

$$r = \frac{\left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \right] \cos \frac{4\pi d}{\Lambda_{mn}^{(2)}} + \left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \right] \operatorname{Cof} 2\beta_{mn}^{(2)} d - \left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \right] \cos \frac{4\pi d}{\Lambda_{mn}^{(2)}} + \left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \right] \operatorname{Cof} 2\beta_{mn}^{(2)} d + 2 \frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\operatorname{Sin} 2\beta_{mn}^{(2)} d - \sigma \sin \frac{4\pi d}{\Lambda_{mn}^{(2)}} \right]}{\left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \right] \cos \frac{4\pi d}{\Lambda_{mn}^{(2)}} + \left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \right] \operatorname{Cof} 2\beta_{mn}^{(2)} d + 2 \frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\operatorname{Sin} 2\beta_{mn}^{(2)} d - \sigma \sin \frac{4\pi d}{\Lambda_{mn}^{(2)}} \right]} \quad (6)$$

$$\chi = \pi - \arctg \frac{2 \frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\sin \frac{4\pi d}{\Lambda_{mn}^{(2)}} - \sigma \operatorname{Sin} 2\beta_{mn}^{(2)} d \right]}{\left[1 + \left(\frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \right] \cos \frac{4\pi d}{\Lambda_{mn}^{(2)}} + \left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon} \right] \operatorname{Cof} 2\beta_{mn}^{(2)} d} \quad (7)$$

Bei der Herleitung von Gleichung (6) und (7) wurden die Umelektrierungs- und Ummagnetisierungsverluste durch Einführung komplexer*) Größen $\varepsilon(1 - i \operatorname{tg} \delta_\varepsilon)$ für die Dielektrizitätskonstante und $\mu(1 - i \operatorname{tg} \delta_\mu)$ für die Permeabilität bei einem Zeitgesetz $e^{i\omega t}$ der erregenden Schwingung berücksichtigt. $\operatorname{tg} \delta_\varepsilon$ bzw. $\operatorname{tg} \delta_\mu$ bedeuten die Tangenten des elektrischen bzw. magnetischen Verlustwinkels, d. h. das Verhältnis der im Halbleiter von den Polarisationsverlusten herrührenden Wirkströme zu den elektrischen bzw. magneti-

*) Vgl. H. BUCHHOLZ⁵⁾ S. 314.

schen Blindströmen. Weiterhin werden die an sich recht verwickelten Beziehungen für r und χ durch Gleichung (6) und (7) insofern nur näherungsweise beschrieben, als Glieder mit Quadraten und Produkten der Verlustwinkeltangenten unberücksichtigt blieben und einige weitere physikalisch vertretbare Vernachlässigungen vorgenommen wurden. Unter diesen Voraussetzungen gilt für die Stoffkonstanten des Halbleiters angenähert:

$$\text{Rohrwellenlänge } \Lambda_{mn}^{(2)} \approx \lambda_0 (\varepsilon \mu)^{-\frac{1}{2}} \quad (8)$$

$$\text{Dämpfungsmass } \beta_{mn}^{(2)} \approx \frac{2\pi}{\Lambda_{mn}^{(2)}} \cdot \frac{1}{2} (\text{tg } \delta_\varepsilon + \text{tg } \delta_\mu) \quad (9)$$

$$\text{Hilfsgrösse } \sigma \approx \frac{1}{2} (\text{tg } \delta_\varepsilon - \text{tg } \delta_\mu) \quad (10)$$

wobei λ_0 die Erregerwellenlänge, ε und μ die relativen dimensionslosen Werte der Dielektrizitätskonstante und der Permeabilität bedeuten.

Der Reflexionsfaktor r nach Gleichung (6) besitzt für $d = 0$ wegen des total reflektierenden metallischen Abschlusses seinen Höchstwert 1 mit einem Phasensprung $\chi = \pi$ nach Gleichung (7). Mit zunehmender Dicke des Halbleiters nimmt der Reflexionsfaktor als oszillierende Kurve mit positiven Ordinaten ab, um sich für grosse Materialdicken dem asymptotischen Endwert

$$\lim_{d \rightarrow \infty} r = \frac{1 - \frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}}}{1 + \frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}}} \quad (11)$$

zu nähern. Die Maxima von r betragen etwa

$$r_{\max} = \frac{1 - \frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \Im g \left[n \frac{\pi}{2} (\text{tg } \delta_\varepsilon + \text{tg } \delta_\mu) \right]}{1 + \frac{\lambda_0}{\Lambda_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} \Im g \left[n \frac{\pi}{2} (\text{tg } \delta_\varepsilon + \text{tg } \delta_\mu) \right]} \quad (12)$$

und treten angenähert an den Stellen

$$d_{\max} = n \frac{\Lambda_{mn}^{(2)}}{2} \quad (13)$$

$$n = 0; 1; 2 \dots$$

auf. An diesen Stellen weicht nach Gleichung (7) der Phasensprung für nicht zu grosse und nicht zu unterschiedliche Werte von $\text{tg } \delta_\varepsilon$

und $\operatorname{tg} \delta_\mu$ nur unerheblich von π ab. Im übrigen oszilliert χ abhängig von d mit abklingenden Maxima und Minima nahezu um den Wert π . Für grosse Materialdicken erhält man den asymptotischen Endwert

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \chi = \pi + \operatorname{arctg} \frac{\frac{\lambda_0}{A_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} [\operatorname{tg} \delta_\varepsilon - \operatorname{tg} \delta_\mu]}{1 - \left(\frac{\lambda_0}{A_{mn}^{(1)}} \right)^2 \frac{\mu}{\varepsilon}} \quad (14)$$

Ist ε erheblich grösser als μ , so lässt sich hierfür vereinfachend schreiben:

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \chi \approx \pi + \frac{\lambda_0}{A_{mn}^{(1)}} \left(\frac{\mu}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} [\operatorname{tg} \delta_\varepsilon - \operatorname{tg} \delta_\mu] \quad (15)$$

4. Schlussfolgerungen für das Messverfahren.

Nach den Angaben des Abschnittes 2 werden die Resonanzspitzen der elektrischen Feldstärke im Messraum abhängig von der Dicke des zu untersuchenden Halbleiters aufgenommen. Zunächst bestimmt man die *Rohrwellenlänge* $A_{mn}^{(2)}$ im Halbleiter. Sie folgt aus Gleichung (13) als doppelter Abstand zweier benachbarter Maxima in der Kurve $E_{\max} = f(d)$. Für einen unmagnetischen Werkstoff ($\mu = 1$) erhält man dann bei bekannter Erregerwellenlänge λ_0 aus Gleichung (8) die *Dielektrizitätskonstante*

$$\varepsilon = \left(\frac{\lambda_0}{A_{mn}^{(2)}} \right)^2 \quad (16)$$

Durch Vergleich des ersten Feldstärkenmaximums $E_{1 \max}$ mit dem asymptotischen Endwert $E_{\infty \max}$ bei grosser Substanzdicke d liefert Gleichung (4), (11) und (12) den Tangens des *dielektrischen Verlustwinkels* als logarithmisches Dekrement:

$$\operatorname{tg} \delta_\varepsilon = \frac{1}{\pi} \ln \frac{1 + \frac{E_{\infty \max}}{E_{1 \max}}}{1 - \frac{E_{\infty \max}}{E_{1 \max}}} \quad (17)$$

Handelt es sich um einen dielektrischen und magnetischen Halbleiter, so werden zweckmässig in einer ersten Versuchsreihe die Konstanten ε , $\operatorname{tg} \delta_\varepsilon$ eines unmagnetischen Vergleichsstoffes, wie zuvor beschrieben, bestimmt. Die Kenn- und Messgrössen bei dieser ersten Versuchsreihe seien durch den Index ($'$), die der zweiten Ver-

suchsreihe mit dem dielektrischen und magnetischen Halbleiter durch den Index $(\prime\prime)$ gekennzeichnet. Die Rohrwellenlänge $\Delta_{mn}^{(2)}$ ist dann wiederum gleich dem doppelten Abstand zweier benachbarter Maxima in der Kurve $E_{\max}^{\prime\prime} = f(d)$. Hieraus folgt mit Gleichung (8)

$$\varepsilon'' \mu'' = \left(\frac{\lambda_0}{\Delta_{mn}^{(2)}} \right)^2 \quad (18)$$

Der Vergleich des in der ersten mit dem in der zweiten Messreihe gefundenen asymptotischen Endwert liefert mit Gleichung (4) und (11):

$$\frac{\varepsilon''}{\mu''} = \varepsilon' \left(\frac{E_{\infty \max}^{\prime\prime}}{E_{1 \max}^{\prime\prime}} \right)^2 \quad (19)$$

Aus Gleichung (18) und (19) erhält man ε'' und μ'' einzeln.

Die Summe der Verlustwinkeltangenten ist entsprechend den Überlegungen zu Gleichung (17):

$$\operatorname{tg} \delta_{\varepsilon}'' + \operatorname{tg} \delta_{\mu}'' = \frac{1}{\pi} \ln \frac{1 + \frac{E_{\infty \max}^{\prime\prime}}{E_{1 \max}^{\prime\prime}}}{1 - \frac{E_{\infty \max}^{\prime\prime}}{E_{1 \max}^{\prime\prime}}} \quad (20)$$

Wenn ε'' gross gegen μ'' ist und der Phasensprung χ für grosse Werkstoffdicken nicht erheblich von π abweicht, erhält man für die Differenz der Verlustwinkeltangenten nach Gleichung (2), (5) und (15) angenähert

$$\operatorname{tg} \delta_{\varepsilon}'' - \operatorname{tg} \delta_{\mu}'' \approx 4 \pi \left(\frac{\Delta l}{\lambda_0} \right) \left(\frac{\varepsilon''}{\mu''} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

Hierbei gibt Δl an, um wieviel der beim Versuch für grosse Werkstoffdicke d gemessene Abstand des letzten Resonanzmaximums von der Plattenfläche gegenüber einer viertel Rohrwellenlänge $\frac{\Delta_{mn}^{(1)}}{4}$ im Messraum abweicht. Gleichungen (20) und (21) gestatten, $\operatorname{tg} \delta_{\varepsilon}''$ und $\operatorname{tg} \delta_{\mu}''$ einzeln zu ermitteln.

Das beschriebene Messverfahren hat den Vorteil, dass keine absoluten Messgrössen benötigt werden. Man kommt mit Vergleichsgrössen aus, und der Empfangsdetektor braucht auf keinen Feldstärkenwert geeicht zu werden.

5. Messanordnung und Versuchsergebnisse nach K. Hausser*).

Als Schwingungserzeuger diente ein hochfrequenzdicht gekaptes Magnetron mit sechsfach geschlitzter Anode, Bauart Telefunken, Typ RD2Md, maximale Leistung 0,5 W. Ein Permanentmagnet lieferte das zum Betrieb des Magnetrons erforderliche Feld von 1450 Gauss. Zur Abstimmung des Senders diente ein an das Magnetron kapazitiv angekoppelter geschlossener Schwingtopf, dessen Eigenwellenlänge im Bereich 8–12 cm veränderlich war. Aus diesem Schwingtopf wurde die Energie induktiv ausgekoppelt und über ein konzentrisches Lechersystem auf einen zweiten als Siebkreis wirkenden Schwingtopf übertragen. Ein durch Messingrohr abgeschirmtes Paralleldraht-Lechersystem, das auf der einen Seite mit einer kleinen Induktionsschleife in den Siebkreis eintauchte, auf der anderen Seite im Innern des Hohlzylinders in einen Dipol auslief, wurde zur Anregung des Hohlzylinders verwendet. Die Kopplung zwischen Sender und Siebkreis einerseits und zwischen Siebkreis und Hohlraumleiter andererseits konnte durch verschieden tiefes Eintauchen der Induktionsschleifen verändert werden.

Durch die beschriebene Anordnung mit Zwischenkreis und hochfrequenzsicherer Abschirmung der ganzen Anlage konnte eine Beeinflussung der Sendefrequenz des Magnetrons durch die Eigenfrequenz des Hohlleiters weitgehend vermieden werden.

Der Hohlraumresonator bestand aus einem Messingrohr von 70 mm Durchmesser und 750 mm Länge. Von den beiden durch Spindeltrieb axial verschiebbaren metallischen Abschlusskolben war der eine zur Aufnahme der Materialproben ausgebildet. Zum Empfang der Energie und zur Abtastung des elektrischen Feldes diente eine von oben in den Hohlzylinder hineinragende, durch Trieb axial verschiebbare Platinsonde mit angeschlossenem Detektor und Galvanometer.

Nach Einstellen der gewünschten Wellenlänge am Sender, Abstimmen des Zwischenkreises und des Hohlleiters auf Resonanz wurde zunächst ohne Werkstoffeinlage eine Resonanzkurve (Detektorstrom abhängig von der Lage des empfängerseitigen Abschlusskolbens) aufgenommen. Ihre Symmetrie, Schärfe und Regelmässigkeit diente als Nachweis dafür, dass das System richtig eingestellt und frei von allen störenden Einflüssen war.

Durch eine vom Sender erzeugte Hochfrequenzschwingung mit der Vakuumwellenlänge $\lambda_0 = 10$ cm wurde der Hohlraumresonator

*) Siehe S. 251, Fussnote *).

zu einer transversal elektrischen Schwingung vom Typ H_{11} angeregt. Der kreiszylindrische Hohlleiter mit 3,5 cm Halbmesser besitzt im Messraum eine obere Grenzwellenlänge³⁾⁴⁾⁶⁾ für den Durchlassbereich von H_{11} -Wellen. Diese beträgt

$$\Gamma_{11}^{(1)} = 3,413 a = 11,9 \text{ cm}$$

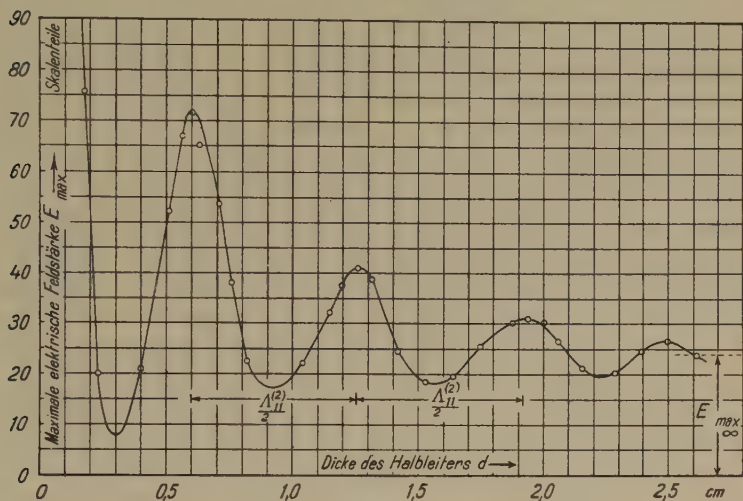


Fig. 2.

Im Hohlleiter gemessene maximale elektrische Resonanzfeldstärke abhängig von der Dicke des Halbleiters (Oppanol, Russ, Graphit) nach K. HAUSER.

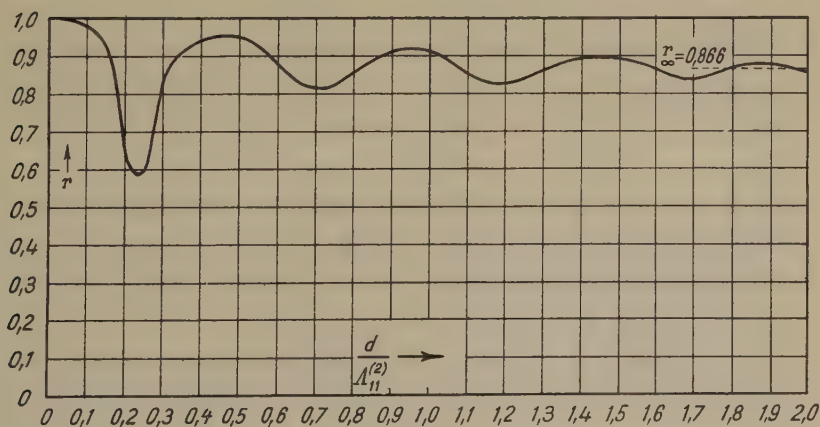


Fig. 3.

Betrag des Reflexionsfaktors r des Halbleiters abhängig von seiner auf die Rohrwellenlänge $\Lambda_{11}^{(2)}$ bezogenen Dicke d bei konstanter Erregerfrequenz.

während die *Eigenwellenlänge*^{3) 4) 6)} im Messraum bestimmt ist durch:

$$\Lambda_{11}^{(1)} = \lambda_0 \left[1 - \left(\frac{\lambda_0}{\Gamma_{11}^{(1)}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \approx 18,4 \text{ cm.}$$

Untersucht wurden Halbleiter aus einer bunaähnlichen Substanz (3 gleiche Gewichtsteile Oppanol, Russ, Graphit, Gleichstromleitfähigkeit $2,6 \cdot 10^{-6} [\Omega \text{ cm}]^{-1}$), die in Scheiben von 0,2 bis 0,6 cm Dicke auf den einen Abschlusskolben aufgebracht wurde. Fig. 2 zeigt die nach den Angaben der vorigen Abschnitte aufgenommene Kurve der elektrischen Resonanzfeldstärke abhängig von der Materialdicke. Als doppelten Abstand zweier aufeinanderfolgender Feldstärkenmaxima findet man für die

$$\text{Rohrwellenlänge im Halbleiter } \Lambda_{11}^{(2)} = 1,32 \text{ cm}$$

und damit aus Gleichung (16) als

$$\text{Dielektrizitätskonstante } \varepsilon = 58.$$

Der Vergleich des asymptotischen Endwertes der Feldstärkenkurve nach Fig. 2 mit dem ersten Höchstwert ergibt mit Gleichung (17) als Tangens des *dielektrischen Verlustwinkels* im Halbleiter

$$\text{tg } \delta_\varepsilon \approx 0,22.$$

Die Messkurve nach Fig. 2 liefert mit Gl. (4) und (11) die in Fig. 3 dargestellte Abhängigkeit des Reflexionsfaktors r von der Halbleiterdicke d . r beginnt bei $d = 0$ theoretisch mit dem Wert 1 und nähert sich mit zunehmender Dicke oszillierend dem asymptotischen Endwert 0,866. Für Materialdicken, die grösser als etwa die dreifache Rohrwellenlänge (im vorliegenden Beispiel 4 cm) sind, tritt keine weitere Änderung der Reflexionsverhältnisse mehr ein.

Literatur.

¹⁾ G. FEJÉR und P. SCHERRER, Über die Messung der Dielektrizitätskonstante mit Hilfe des Hohlraumleiters, H. P. A. **15**, 645 (1942).

²⁾ G. FEJÉR, Versuche über die Anwendbarkeit des Hohlraumleiters zur Messung der dielektrischen Konstanten im Gebiet der cm-Wellen. Diss. ETH. Zürich, Verlag E. Birkhäuser & Cie., Basel 1943.

³⁾ J. R. CARSON, S. P. MEAD and S. A. SCHELKUNOFF, Hyper-Frequency Wave-Guides, Mathematical Theory, Bell System Technical Journal **16**, 310 (1937).

⁴⁾ H. BUCHHOLZ, Gekoppelte Strahlungsfelder im kreiszylindrischen Hohlleiter, Ann. Phys. [5] **39**, 81 (1941); ferner Literaturzusammenstellung daselbst S. 128.

⁵⁾ H. BUCHHOLZ, Der Hohlleiter von kreisförmigem Querschnitt mit geschichtetem dielektrischem Einsatz, Ann. Phys. [5] **43**, 313 (1943).

⁶⁾ H. MEINKE, Die Eigenwellen des belasteten zylindrischen Hohlraums, Hochfrequenztechn. und Elektroakustik **60**, 29 (1942).

Über eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten

von H. Greinacher (Bern).

(1. VI. 1948.)

I. Die Methode.

Sie knüpft an die QUINCKESche Steighöhenmethode zur Messung magnetischer Suszeptibilitäten an. Im Prinzip würde diese ohne weiteres auch auf die Messung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten anwendbar sein. Indessen gilt die bekannte Formel für die Steig- bzw. Druckhöhe Δp in einem Magnetfeld \mathfrak{H}

$$\Delta p = \frac{\kappa}{2} \mathfrak{H}^2 \quad (1)$$

nur für den Fall sehr kleiner Werte von κ , wie dies für para- und diamagnetische Substanzen zutrifft. Sie stellt eine Näherungsformel dar¹⁾, die keinesfalls auf den analogen Fall der Steighöhe eines flüssigen Dielektrikums in einem elektrischen Feld übertragen werden kann. Hier trifft, da die Elektrisierungskonstante grosse Werte annehmen kann, die Voraussetzung, dass das Feld in der Flüssigkeit gleich dem angelegten Felde sei, nicht zu. Nun liesse sich zwar diesem Umstande Rechnung tragen, da der Entelektrisierungsfaktor für einen (unendlich langen) zylindrischen Körper bekannt ist. Es wäre aber ausserdem noch der Einfluss des die Flüssigkeit enthaltenden Glasröhrchens auf die Feldverteilung zu berücksichtigen, ein Einfluss, der hier infolge der beträchtlichen D.K. von Glas besonders gross ist und zudem kaum zahlenmässig genau erfasst werden kann. Und selbst, wenn dies der Fall wäre, bestünde die Schwierigkeit, dass ein angelegtes Feld in der Flüssigkeit gar nicht zur Wirkung kommt, sobald diese auch nur in geringem Masse elektrisch leitet.

Da im Prinzip eine auf Kraftwirkung beruhende Methode zur Bestimmung der D.K. manche Vorteile versprach, wurde versucht, eine Anordnung zu treffen, die eine leichte mess- und berechenbare Bestimmung erlaubt. Nach einigen Zwischenlösungen wurde schliesslich folgende sehr einfache Methode gefunden. Man taucht

¹⁾ G. Joss, Lehrbuch der theoretischen Physik, 1932, S. 246.

direkt zwei Kondensatorplatten in die Flüssigkeit und beobachtet das Aufsteigen derselben bei einer gegebenen Spannungsdifferenz. Man vermeidet so jede Komplikation durch Luft- und Glasschichten und bis zu einem gewissen Grad auch diejenige durch die Leitfähigkeit. Wie ferner im folgenden gezeigt wird, lässt sich die D.K. dann nach einer für beliebige Grössenverhältnisse geltenden Formel exakt berechnen.

Die Steighöhe h einer (isolierenden) Flüssigkeit unter der Wirkung eines Feldes \mathcal{E} kann aus einer Energiebetrachtung gewonnen werden. Man denke sich die Kondensatorplatten zunächst ungeladen in die Flüssigkeit eingetaucht (Fig. 1a). Die Kapillarität lässt die Flüssigkeit etwas steigen. Die Höhenausdehnung des mit Luft und

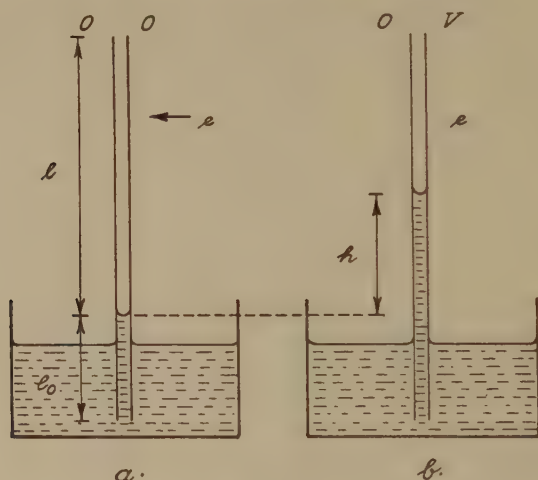


Fig. 1.

des mit Flüssigkeit erfüllten Raumes sei mit l und l_0 bezeichnet. Jetzt gibt man auf die eine Platte irgendeine elektrische Ladung e und hält die andere auf dem Potential 0. Damit fängt die Flüssigkeit an zu steigen, der Kondensator füllt sich immer weiter mit Flüssigkeit, und das Potential der geladenen Platte nimmt allmählich ab. Dieses betrage am Anfang V_0 , am Ende (nach Einstellung des Meniskus) V . Die Gesamtenergie des Systems ändert sich während des Steigens fortwährend. Gleichgewicht erhalten wir, wenn diese Energie einen Minimalwert angenommen hat.

Die Energiezunahme ΔE setzt sich aus zwei Teilen zusammen, aus einer mechanischen ΔE_m und einer elektrischen ΔE_e . Es ist ΔE_m für irgendeine Höhe h gleich dem gehobenen Flüssigkeitsgewicht

$\times (h/2)$, also, falls das äussere Niveau bei genügend grossem Querschnitt praktisch unverändert bleibt, in erg

$$\Delta E_m = q h \varrho g \cdot \frac{h}{2}. \quad (2)$$

q = Flüssigkeitsquerschnitt ϱ = Dichte

ΔE_e ist gleich der Differenz der elektrischen Energie im Falle Fig. 1b und 1a. Somit

$$\Delta E_e = \frac{\varepsilon \mathfrak{E}^2}{8\pi} q (h + l_0) + \frac{\mathfrak{E}^2}{8\pi} q (l - h) - \left[\frac{\varepsilon \mathfrak{E}_0^2}{8\pi} q l_0 + \frac{\mathfrak{E}_0^2}{8\pi} q l \right]. \quad (3)$$

Bevor die Minimumbedingung $dE/dh = 0$ berechnet werden kann, muss erst \mathfrak{E} noch durch h ausgedrückt werden. Es ist die elektrische Ladung im Falle Fig. 1a und 1b dieselbe. Also

$$e = CV = C_0 V_0 \quad \text{und somit} \quad \frac{V}{V_0} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E}_0} = \frac{C_0}{C}.$$

Nun ist

$$C_0 \sim \varepsilon l_0 + l \quad \text{und} \quad C \sim \varepsilon (l_0 + h) + l - h$$

und daher

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 \frac{\varepsilon l_0 + l}{\varepsilon (l_0 + h) + l - h}. \quad (4)$$

Danach wird aus (3)

$$\Delta E_e = \frac{\mathfrak{E}_0^2}{8\pi} q (\varepsilon l_0 + l) \left(\frac{\varepsilon l_0 + l}{\varepsilon (l_0 + h) + l - h} - 1 \right). \quad (3a)$$

Wir erhalten jetzt

$$\frac{d \Delta E_e}{dh} = - \frac{\mathfrak{E}_0^2}{8\pi} q (\varepsilon l_0 + l)^2 \cdot \frac{\varepsilon - 1}{[\varepsilon (l_0 + h) + l - h]^2}$$

und unter Berücksichtigung von (4)

$$\frac{d \Delta E_e}{dh} = - q (\varepsilon - 1) \frac{\mathfrak{E}^2}{8\pi}.$$

Da

$$\frac{d E_m}{dh} = q h \varrho g = q \cdot \Delta p$$

so ergibt die Minimumbedingung

$$q \cdot \Delta p - q (\varepsilon - 1) \frac{\mathfrak{E}^2}{8\pi} = 0$$

oder

$$\Delta p = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \mathfrak{E}^2. \quad (5)$$

Da $\varepsilon - 1/4\pi$ die Elektrisierungskonstante bedeutet, erhält man daher genau die zu (1) analoge Beziehung. Nur gilt sie jetzt bei der hier angewandten Anordnung exakt und ohne Einschränkung für beliebige ε .

II. Versuche.

Es sollen hier einige Versuche mitgeteilt werden, um die Brauchbarkeit der Methode und die Gültigkeit der Formel (5) zu erweisen. Die Anordnung bestand in folgendem. Zwei kurze verchromte Messingstäbe (Länge: 4 cm, \varnothing : 13 mm) wurden einander parallel in kleinem Abstand gegenübergestellt und einige Millimeter tief in die Flüssigkeit eingetaucht, die sich in einem würfelförmigen Glastrog (Kantenlänge 3 cm) befand. Die einander zugewandten Seiten der Stäbe waren auf einer Breite von 4 mm ebengeschliffen. Die eine Elektrode konnte mittels mikrometrischer Verschiebung in verschiedene Abstände von der andern gebracht werden. Es kamen naturgemäß nur kleine Plattenabstände in Frage, so dass immer eine gewisse kapillare Steighöhe vorhanden war und der Meniskus gut beobachtet werden konnte. Bei der mässigen Breite der Kondensatorfläche (4 mm) war der Meniskus in der Visierichtung genügend gekrümmt, so dass sich scharf auf den Sattelwert in der Mitte einstellen liess, besonders wenn man in der Beobachtungsrichtung diffus beleuchtete. Beobachtet wurde durch die Vorderwand des Glastroges mit einem Mikroskop 70facher Vergrösserung, das eine Okularteilung (50 Teile) mit einem Skalenwert von 0,0248 mm besass.

Prüfung auf Proportionalität zwischen Δp und \mathfrak{E}^2 mit Gleich- und Wechselspannung.

Die Spannung wurde mit einem BRAUNschen Elektrometer (Messbereich 0—3500 V) gemessen, der Plattenabstand mittels der Okularskala durch Einstellen auf die vorderen Ränder der Kondensatorflächen. Die Parallelität wurde geprüft durch Ausmessen des Abstandes zwischen den Rändern auf der andern Seite. Die Abweichungen ergaben sich als gering und wurden im folgenden nicht berücksichtigt. Die Messungen wurden an Paraffinöl der Dichte $\varrho = 0,88$ ausgeführt. Die Bewegung des Meniskus bei Anlegen der Spannung erfolgte rasch, doch wurde die definitive Einstellung infolge der Viskosität erst nach etwa einer Viertelminute erreicht. Die Resultate sind in Fig. 2 graphisch wiedergegeben. Man ersieht, dass die Messpunkte für alle vier gewählten Plattenabstände auf einer Geraden liegen, wenn man als Abszisse und Ordinate a bzw. V^2 aufträgt. Die Abweichungen liegen innerhalb der Messgenauigkeit bzw. der Eichfehler des Elektrometers. Aus den Messungen ist auch zu entnehmen, in wie weit für alle Plattenabstände bei gleicher Feldstärke V/a dieselbe Steighöhe vorhanden ist. Man

findet für die verschiedenen a der Reihe nach, dass für einen Ausschlag von 40 Okularteilen die Spannungsquadrate 37,5; 85,6; 154,5 und $258,0 \cdot 10^4$ betrugen. Dies entspricht den Spannungen 610, 925, 1240 und 1605 Volt. Danach findet man

bei einem Abstand a : 19,8 30,0 39,3 49,3

das Verhältnis V/a : 30,8 30,8 31,6 32,6

Das Abstandsgesetz bzw. die Voraussetzung, dass das Feld in der Mitte der Platten als homogen angenommen werden darf, ist also bis zu $a = 30$ gut erfüllt. Bei grösseren Abständen ist dann zu dem gemessenen a erst ein gewisser Korrekturbetrag zu addieren, wenn nach Formel (5) ein genauer Wert für ϵ erhalten werden soll.

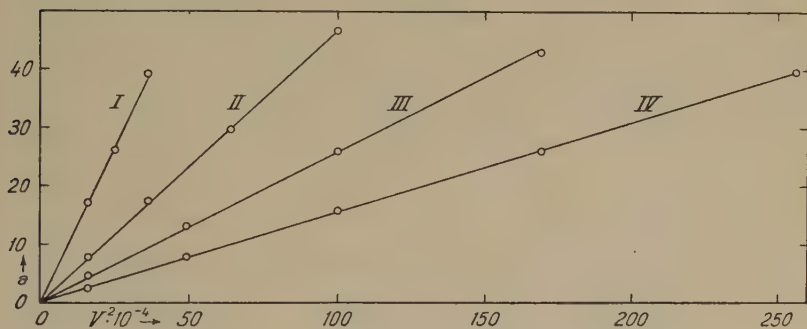


Fig. 2. Paraffinöl.

	bei I	II	III	IV
Plattenabstand	19,8	30,0	39,3	49,3 Teile

Da für die Kraftwirkung \mathcal{E}^2 massgebend ist, lassen sich die Messungen auch mit Wechselspannung ausführen. Wenn die Gleichspannung durch einen Effektivwert V_e derselben Grösse ersetzt wird, muss die Steighöhe dieselbe sein. In Fig. 3 sind zwei Messreihen (Kurven II und III) aufgetragen, bei denen abwechselungsweise Messpunkte mit Gleichspannung (o) und solche mit Wechselspannung (•) aufgenommen wurden. Die Punkte liegen, wie erwartet, auf ein und derselben Geraden. Man darf daher unbedenklich mit Wechselspannung messen, die vielfach einfacher zu beschaffen ist und einen besonderen Vorteil bietet bei der Messung von schlecht isolierenden oder gar leitenden Flüssigkeiten.

Um die D.K. zu berechnen wird man in Formel (5) die Zahlenwerte einsetzen und V in Volt ausdrücken. Wenn man ferner sowohl

die Steighöhe als den Plattenabstand in Okularteilen ausdrückt, so erhält man für die benützte Anordnung in Zahlen

$$\varepsilon - 1 = \frac{8\pi \cdot 981 \cdot 2,48^3 \cdot 10^{-9} \varrho h a^2}{(V/300)^2} \quad \varepsilon - 1 = 33,85 \frac{\varrho h a^2}{V^2}. \quad (5a)$$

Unter Benützung obgenannter Werte $h = 40$, $a = 19,8$ Teile und 610 Volt ergibt sich für das untersuchte Paraffinöl $\varepsilon = 2,26$. Eine besondere Genauigkeit des Resultates wurde hier, wie auch im folgenden, nicht erstrebt. Um eine solche zu erreichen, müsste der Okularwert (3. Potenz) und a (2. Potenz) besonders genau bestimmt werden.

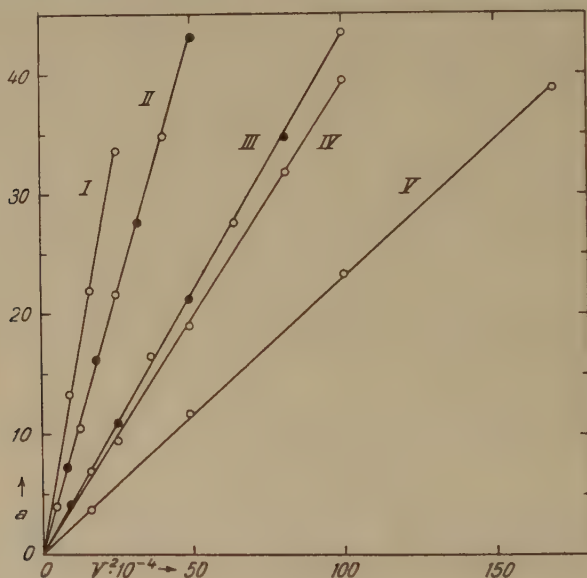


Fig. 3.

I. Amylacetat	$a = 32,0$
II. Paraffinöl	$a = 31,2$
III. Benzol	$a = 32,0$
IV. Schwefelkohlenstoff	$a = 32,2$
V. Tetrachlorkohlenstoff	$a = 32,1$
Bem. II in doppelter Steigung aufgetragen.	

Messung der D.K.

a) *An Flüssigkeiten mit kleinem ε .* Fig. 3 gibt eine Zusammenstellung von Messreihen, wie sie mit verschiedenen Flüssigkeiten erhalten wurden. Die Messungen an CCl_4 , CS_2 , C_6H_6 und Amylacetat wurden praktisch bei demselben Plattenabstand ($a = 32,0$ bis $32,2$) ausgeführt. Bei der Messreihe für Paraffinöl betrug er indessen

$a = 31,2$. Da diese Kurve mit der für Benzol beinahe zusammenfallen würde, wurde sie in doppelter Steigung aufgetragen (Abszisse: $\frac{1}{2} V^2 \cdot 10^{-4}$). Man erhält in allen Fällen für die Kurven $h = f(V^2)$ Geraden. Soweit a dasselbe ist, gibt ihre Neigung ein Mass für $\epsilon - 1/\rho$. Bei den verdampfenden Flüssigkeiten (wie bei Benzol) sank die Nullstellung des Meniskus während des Messvorgangs langsam ab. Es wurde daher abwechselungsweise die Stellung ohne, dann mit und wieder ohne angelegte Spannung abgelesen und entsprechend gemittelt. Ausser bei Paraffinöl erfolgte übrigens die Einstellung des Meniskus fast momentan. Die Ablesung war in diesem Fall aber doch etwas erschwert, da der Meniskus infolge kleiner Bodenerschütterungen leicht zitterte. Es ist daher bei genauen Messungen wichtig, die Apparatur erschütterungsfrei aufzustellen.

In folgender Tabelle sind die für ϵ berechneten Werte zusammengestellt. Die eingeklammerten Zahlen sind KOHLRAUSCH, Praktische Physik, entnommen. Die systematischen kleinen Abweichungen von ϵ nach oben hängen möglicherweise mit der mässig genauen Bestimmung des Abstandes a und des Eichwertes des Mikrometers zusammen. Der letztere ist in der Tat auf die zweite Dezimale aufgerundet angegeben.

	ϵ	(ϵ)	(ρ)
CCl_4	2,30	2,2	1,596
CS_2	2,74	2,6	1,265
C_6H_6	2,33	2,28	0,881
$\text{C}_7\text{H}_{14}\text{O}$	5,19	4,8	0,88
Paraffinöl . . .	2,26		

b) *An Flüssigkeiten mit grossem ϵ .* Besonders musste die Bestimmung der D.K. für Wasser interessieren. Während bei den bekannten Kondensatormethoden die Leitfähigkeit sehr störend wirkt und daher besondere Hochfrequenzmethoden zur Kompensation oder Herabsetzung dieses Einflusses angewendet werden müssen, stört dieser Umstand im Prinzip bei der vorliegenden Methode gar nicht. Indessen ist der sekundäre Einfluss einer Elektrolyse nach Möglichkeit zu vermeiden. Das Entstehen von Gasbläschen stört sowohl durch die Änderung des Feldverlaufes und der Dichteverhältnisse als auch durch die hierdurch bedingte unruhige Bewegung des Meniskus. Hier erweist sich nun die Verwendung von Wechselspannung als von ausschlaggebender Bedeutung. Einmal wird eine durch einseitige Stromrichtung bewirkte Unsymmetrie in der elektrolytischen Abscheidung vermieden. Dann aber wird namentlich das Auf-

treten störender elektrolytischer Produkte überhaupt weitgehend unterdrückt. Auch ist der Ladungstransport durch Wechselstrom im Vergleich zu Gleichstrom kleiner, schon aus diesem Grunde ist die elektrolytische Abscheidung geringer. Das Verhältnis der transportierten Ladung ist nämlich für eine Halbperiode (wenn der Gleichstromwert gleich dem Effektivwert des Wechselstroms J_e

angesetzt wird) $\frac{\int_0^{\tau/2} J^2 dt}{J_e \cdot \tau/2}$. Dieses ergibt für sinusförmigen Wechselstrom $2 \cdot \sqrt{2} / \pi = 0,900 \dots$. Schon hiernach ist also eine 10% kleinere elektrolytische Abscheidung zu erwarten. Nun zeigt sich aber ein noch viel wirksamerer Umstand. Infolge der raschen Aufeinanderfolge der Entladung von + - und - - Ionen an einer Elektrode wird die Elektrolyse während einer Halbperiode in weitgehendem Masse durch die der folgenden rückgängig gemacht. Demgemäss war denn auch die Gasentwicklung in Wasser und auch in den andern untersuchten Flüssigkeiten mit Leitfähigkeit so gering, dass die Messungen ohne Störung ausgeführt werden konnten. Nach Bedarf können aber die Versuchsbedingungen durch die Anwendung hochfrequenter Wechselströme noch weiter verbessert werden.

Leider zeigte sich bei der Messung an Wasser eine andere Schwierigkeit. Es muss durch besondere Massnahmen für eine gute Benetzung der Elektroden gesorgt werden. Diese erkennt man an der Gestalt des Meniskus, der sich mit dem Randwinkel 0 an die Flächen anlegen soll. Er muss ferner erschütterungsempfindlich sein und sich bei langsamem Heben des Gefässes stetig aufwärts bewegen. Eine vollkommene Benetzung der verchromten Flächen erwies sich nun nicht als möglich. Die Elektroden wurden daher versuchsweise durch entsprechende aus Antikorodal ersetzt. Nachdem diese (Al enthaltenden) Elektroden kurzzeitig in verdünnte KOH-Lösung eingetaucht waren, ergab sich eine gute Benetzung. Bei Anlegen der Wechselspannung stieg die Flüssigkeit normal, der Meniskus schaukelte jedoch auf und ab und die Steighöhe ging nach kurzer Zeit auf einen kleinen Wert zurück. Dasselbe trat auch mit Gleichspannung ein, und nur durch leichtes Schmirgeln der Elektroden konnte wieder ein Steigen erzielt werden. Offenbar bewirken schon geringe Ströme die Bildung einer dünnen, nicht leitenden Al_2O_3 -Schicht, welche das Feld in der leitenden Flüssigkeit abschirmt. Die geeignete Wahl des Elektrodenmaterials erwies sich also als wesentlich. Es muss daher von Interesse sein, die in Betracht fallenden Materialien (z. B. Edelmetalle) systematisch auf ihre Brauchbarkeit hin zu untersuchen. Die im folgenden mitgeteilten Versuche beschränken sich indessen auf die Anwendung von Messingelektroden, die ein norma-

les Verhalten zeigten. Es liessen sich einfach die erstbenützten Elektroden verwenden, nachdem der Chrombelag auf den Kondensatorflächen abgefeilt war. Nach kurzem Eintauchen der Elektroden in verdünnte HNO_3 -Lösung ergab sich eine gute Benetzung mit Wasser.

In Fig. 4 sind je eine Messungsreihe für Wasser und Alkohol wiedergegeben. Die Wechselspannung wurde zum Teil direkt dem Lichtnetz von 220 V entnommen und mittels einer Potentiometerschaltung auf die gewünschten Werte reduziert. Die Messpunkte liegen,

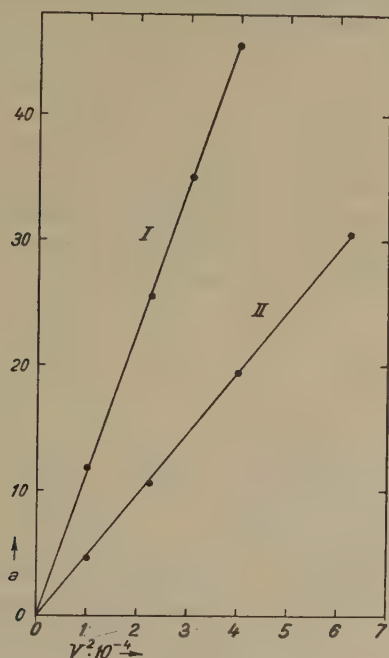


Fig. 4.

I. Wasser. II. Alkohol.

wie erwartet, auf einer Geraden. Es zeigte sich hier, wie allgemein bei Messungen mit Wasser, dass gelegentlich Punkte herausfielen (Unregelmässigkeiten bei der Benetzung?). Es ist daher empfehlenswert, nicht eine Einzelmessung auszuführen, sondern immer eine Spannungskurve aufzunehmen, ein Verfahren, das für alle Flüssigkeiten bei genauen Messungen angewendet werden sollte. Aus der Messreihe für Wasser wurde eine D.K. von 80,7 berechnet. Da der Plattenabstand indessen relativ gross war, wäre noch eine kleine Korrektur am gemessenen Wert für a (45,5 Teile) anzubringen, so dass der für ϵ berechnete Wert um einige Prozente grösser anzu-

setzen wäre. Dasselbe ist für die mit demselben Abstand ausgeführte Messung an Alkohol (käuflicher Feinsprit) zu sagen, für den sich eine D.K. von 27,9 berechnete. Um eine genaue *Absolutbestimmung* der D.K. für Flüssigkeiten auszuführen, wäre besondere Sorgfalt auf die Auswertung des Elektrodenabstandes und des Eichwertes der Skala, ferner auf die Konstanz und genaue Messung der Spannung, sowie Erschütterungsfreiheit der Aufstellung zu achten.

Diese Umständlichkeiten lassen sich zum Teil vermeiden, indem man *Relativmessungen* unter Benützung einer Eichsubstanz, die anderswie genau bekannt ist, ausführt. Wendet man Formel (5) auf eine bekannte (ϵ_0) und eine unbekannte (ϵ) Flüssigkeit an, so erhält man

$$\frac{\epsilon - 1}{\epsilon_0 - 1} = \frac{\varrho}{\varrho_0} \cdot \frac{h}{h_0} \cdot \left(\frac{V_0}{V} \right)^2, \quad (6)$$

eine Formel, die sich für Ablesungen bei $V = V_0$ noch weiter vereinfacht. Auf diese Weise wurde z. B. durch Vergleich der Messreihen in Fig. 4 unter der Annahme des für Wasser bekannten Wertes $\epsilon_0 = 81$ für Alkohol erhalten $\epsilon = 28,0$.

Messungen mit zylindrischen Elektroden.

Im folgenden sind noch einige relative ϵ -Bestimmungen aufgeführt. Die Elektroden konnten für diese Messungen in festem Abstand voneinander angebracht werden. Um eine gute Reinigung bei Auswechslung der Flüssigkeiten zu ermöglichen und eine weitere Vereinfachung zu erzielen, wurden zylindrische Elektroden verwendet. Zwei Messingstäbe ($\varnothing = 4$ mm) wurden durch ein Cibanitstück im festen Abstand von 1,02 mm voneinander gehalten. Jetzt konnte man auch einen noch kleineren Glastrog verwenden (Querschnitt $1,8 \cdot 2$ cm²) und damit mit sehr wenig Flüssigkeit (ca. 2 cm³) auskommen. Die Formel (5) lässt sich allerdings nicht direkt auf die Anordnung mit zylindrischen Elektroden übertragen. Jedoch war anzunehmen, dass sie mit veränderten Zahlenfaktoren auch Gültigkeit für die Mittelebene (den Meniskus in der Mitte) besitze. In diesem Fall musste auch hier die Steighöhe proportional zu V^2 anwachsen. In der Tat ergab sich bei allen Flüssigkeiten für $h = f(V^2)$ eine Gerade, die dann allerdings bei höheren Spannungen leicht nach oben umbiegt. Für die Berechnung der D.K. war daher die Richtung des untern Kurventeils massgebend.

Die ausgeführten Messungen sind in Fig. 5 zusammengestellt. Es wurden vornehmlich Flüssigkeiten mit grossem ϵ untersucht, für welche Spannungen unterhalb 500 V genügten. Die zum Teil er-

hebliche Leitfähigkeit (Aceton) störte nicht wesentlich. Jedoch musste, wie bei den Flüssigkeiten mit kleinem ϵ , infolge der langsamen Verdunstung die Nullstellung nach jeder Messung abgelesen werden. Zur Kontrolle wurde auch eine Messreihe mit dem gut isolierenden Benzol ausgeführt. Bei den hier erforderlichen wesentlich höheren Spannungen zeigte sich ein allmählich zunehmendes Unschärfwerden des Meniskus und eine schliessliche Aufspaltung desselben, indem stehende durch die Wechselfspannung unterhaltene Kräuselwellen entstanden. Es musste daher mit Gleichspannung gemessen werden. In folgender Tabelle sind die unter Verwendung der

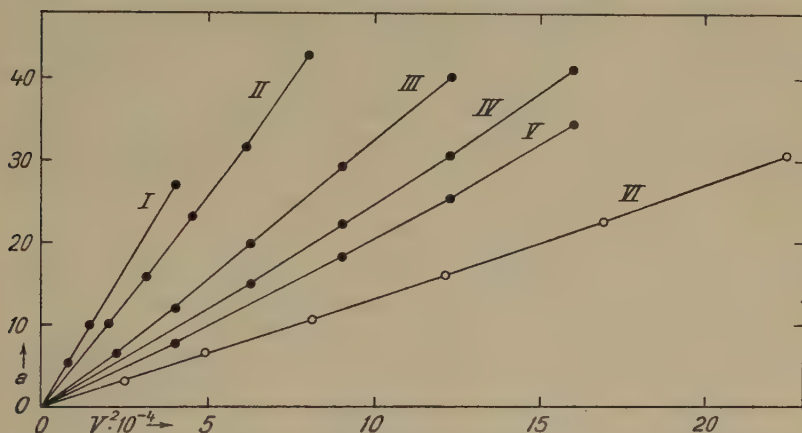


Fig. 5.

I. Wasser. II. Nitrobenzol. III. Alkohol. IV. Aceton. V. Butylalkohol. VI. Benzol.
Bem. II in doppelter Steigung aufgetragen.

bekannten D.K. von Wasser (81) gefundenen ϵ -Werte zusammengestellt, wobei die in KOHLRAUSCH, Praktische Physik, angegebenen Zahlen in Klammern beigelegt sind.

	ϵ	(ϵ)	(ρ)
Alkohol	29,1	26	0,791
Aceton	23,5	21,5	0,794
Butylalkohol . .	19,35	20	0,804
Nitrobenzol . .	37,2	36,4	1,21
Benzol	2,37	2,28	0,881

Man ersieht hieraus, dass man auch mit der vereinfachten Anordnung bequem ϵ -Messungen ausführen kann. Es besteht durchaus

die Möglichkeit, unter Verwendung noch dünnerer Elektrodenstäbe, die evtl. auf der einander zugewandten Seite ebengeschliffen sein können, *Messungen an ausserordentlich kleinen Flüssigkeitsproben rasch und ohne Umstände* durchführen zu können. Die Anordnung ist ohne weiteres auch für eine instruktive Praktikumsaufgabe geeignet, sowie zur Demonstration der Dielektrizität von Flüssigkeiten. Die Vorführung des grossen ϵ -Wertes für Wasser, für welche zwei parallel gestellte Kupferdrähte und die Netzspannung von 220 V (unter Vorschaltung einer Glühlampe) genügen, gehört sogar in das Gebiet der Freihandversuche.

Physikalisches Institut der Universität Bern.

Über ein neues statisches Voltmeter

von H. Greinacher, Bern.

(25. VI. 1948.)

Vor kurzem habe ich eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstante von Flüssigkeiten beschrieben¹⁾. Sie basiert auf einem Steighöheneffekt. Lässt man zwei vertikal gestellte Kondensatorplatten in eine isolierende Flüssigkeit eintauchen, so steigt diese bei Anlegen einer Spannung zwischen den Elektroden empor. Es lässt sich zeigen, dass die Druckerhöhung Δp , die im Feld \mathfrak{E} entsteht, sich berechnet aus

$$\Delta p = \frac{\varepsilon - 1}{8\pi} \mathfrak{E}^2.$$

Bei der hier getroffenen Anordnung gilt die Beziehung exakt und zwar für beliebige Werte der Dielektrizitätskonstanten ε . Die Verhältnisse liegen also wesentlich anders als bei der QUINCKE'schen Steighöhenmethode zur Messung von Suszeptibilitäten (bzw. Permeabilitäten), bei welcher der Ausdruck $\Delta p = \frac{\mu - 1}{8\pi} \mathfrak{H}^2$ nur eine für para- und diamagnetische Substanzen, bei denen μ nahe an 1 liegt, gültige Näherungsformel darstellt. Ich habe in der obgenannten Arbeit eine Reihe von Messungen nach der Kondensator-Steighöhenmethode sowohl unter Anwendung von Gleich- als Wechselspannung ausgeführt und gezeigt, dass man mit sehr kleinen Substanzproben auskommt und auch Messungen an Flüssigkeiten mit Leitfähigkeit ausführen kann.

Es liegt nahe, den Steighöheneffekt statt zur Bestimmung von D. K. zur Messung elektrischer Spannungen zu verwenden, und auf dieser Basis ein statisches Voltmeter herzustellen. Figur 1 zeigt eine solche äusserst einfache Voltmeteranordnung im Schnitt in natürlicher Grösse. Sie besteht im wesentlichen aus den zwei 4 mm breiten Kondensatorplättchen (Abstand: 1,04 mm), die unten in die gut isolierende Flüssigkeit (Nähmaschinenöl) eintauchen. Diese befindet sich in einem würfelförmigen keramischen Glasgefäss, auf das ein Deckel aus Cibanit aufgeklebt ist. Die oben in breiten Metallköpfen endigenden Kondensatorelektroden sind mittels der unten mit

¹⁾ Helv. Phys. Acta **21**, 261 (1948).

Schraubengewinde versehenen Anschlussbuchsen an den Deckel angeschraubt. Um eine Verdrehung der Kondensatorplättchen zu vermeiden und einen festen Abstand zu gewährleisten, sind die Metallköpfe schlittenartig in eine im Deckel eingefräste Nut eingepasst. Ein Mikroskop mit Okularskala dient zur Beobachtung des Flüssigkeitsmeniskus. Die Beleuchtung des letzteren geschieht von der Rückseite des Gefäßes her in horizontaler Richtung mittels einer

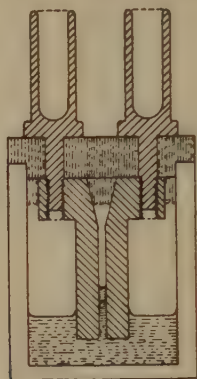


Fig. 1.

Voltmeteranordnung.

kleinen Mattglaslampe. Der Kapillarität ist es zu verdanken, dass man, ungestört vom äusseren Flüssigkeitsniveau, scharf auf den Meniskus einstellen kann.

Fig. 2 gibt nun eine Ansicht des neuen statischen Voltmeters wieder, das durch seine kleinen Dimensionen auffällt, zumal, wenn man bedenkt, dass es zur Messung von Spannungen bis gegen 3000 Volt dient. Die seitliche Feineinstellung geschieht mittels der Schraube links, die vertikale, d. h. die Einstellung des Meniskus (eventuell seine Nachregulierung) auf den Nullpunkt der Okularskala, mittels eines durch den Cibanitdeckel hindurch führenden Metallstiftes (hinten zwischen den Anschlussbuchsen sichtbar). Dieser kann mehr oder weniger weit heruntergeschraubt werden zwecks Hebung oder Senkung des Flüssigkeitsniveaus und damit des Meniskus.

In Fig. 3 ist noch eine photographische Aufnahme des im Mikroskop erscheinenden Gesichtsfeldes wiedergegeben. Es sind nacheinander 2 Aufnahmen auf derselben Platte gemacht (mit je gleicher Belichtungsdauer), die eine bei geordneten Kondensatorplatten, die zweite nach Anlegen von 1830 Volt Gleichspannung. Da ein umgekehrtes Bild entsteht, entspricht die obere Stellung des Me-

niskus dem Nullpunkt des Instrumentes. Während die seitlichen Ränder des Gesichtsfeldes charakteristische Beugungsstreifen aufweisen, sind die glockenartigen Menisken eindeutig scharf begrenzt. Zehntelteile lassen sich leicht noch schätzen. Aus den Ablesungen 42,8 und 0,4 ergibt sich eine Verschiebung von 42,4 Skalenteilen für 1830 Volt. Diese einzige Messung genügt zur Eichung des Voltmeters, da dieses den Charakter eines absoluten Messinstrumentes hat. Gemäss der Beziehung $V = k \cdot \sqrt{h}$ folgt $k = 281$. Mit dieser Konstanten berechnet sich die Spannung, die einen Ausschlag über die

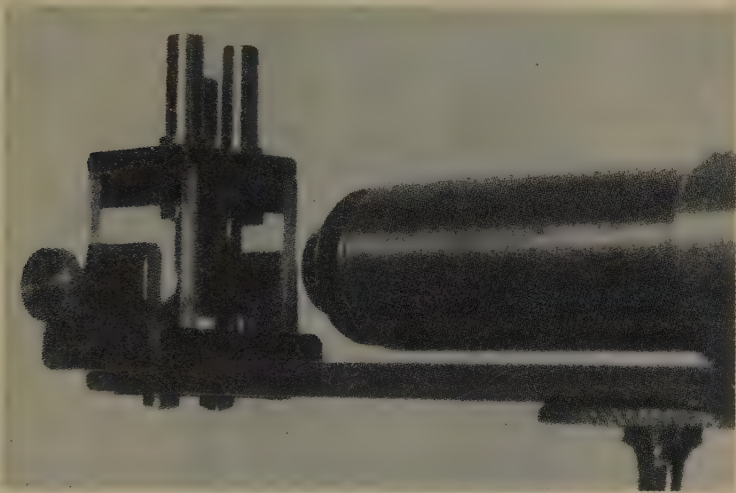


Fig. 2.

Das Flüssigkeitsvoltmeter.

ganze Skala von 100 Teilen hervorbringt, zu 2810 Volt. Dieser Wert wurde mittels eines Braunschen Elektrometers verifiziert.

Das Voltmeter unterscheidet sich von den übrigen Konstruktionen durch das Fehlen von beweglichen festen Teilen. Die Verwendung von subtil gelagerten Zeigern und Nadeln oder von feinen Fäden fällt hier weg. Das Instrument ist daher trotz seiner Kleinheit robust. Sowohl die Nullstellung als die Eichung sind stabil. Es besitzt eine sehr kleine Kapazität und damit hohe Ladungsempfindlichkeit. Es kann dementsprechend auch für hochfrequente Wechselspannung benützt werden. Die Einstellung erfolgt rasch, so dass auch Spannungsänderungen leicht verfolgt werden können.

Die Isolationsprüfung ergab, dass das Voltmeter eine Ladung in etwa 1 Minute zur Hälfte verliert. Die Entladung erfolgt zunächst

bei hohen Spannungen etwas rascher, als dem Ohmschen Gesetz entspricht, folgt dann aber der Beziehung $V_t = V_0 e^{-\frac{1}{CW}}$. Für CW wurden Werte von der Grössenordnung von 100" erhalten. Daraus ergibt sich unter der Annahme von $C = 2 pF$ für $W: 0,5 \cdot 10^{14}$ Ohm.

Der Messbereich des Voltmeters kann innert weiter Grenzen variiert werden, 1. durch Verwendung verschiedener Mikroskopver-

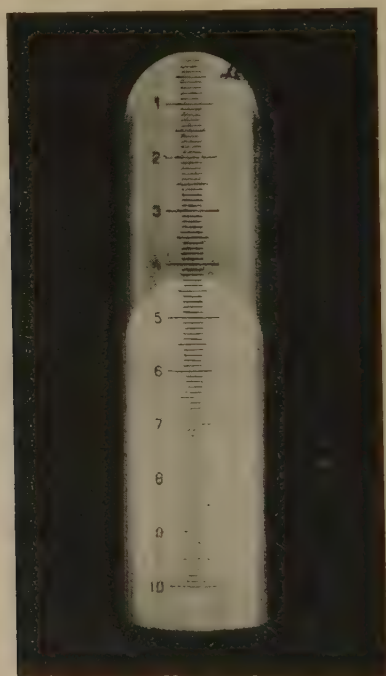


Fig. 3.

Gesichtsfeld des Voltmeters bei den Spannungen 0 und 1830 Volt.

grösserungen, 2. durch Veränderung des Plattenabstandes, 3. durch Verwendung von Flüssigkeiten verschiedener D.K. So wurde ein zweites gleiches Voltmeter, aber mit dem kleineren Plattenabstand von 0,84 mm hergestellt und mit Nitrobenzol, das die hohe D.K. von 36,4 besitzt, gefüllt. Da hier der Messbereich von 0 bis 460 Volt reichte, konnten jetzt wesentlich kleinere Spannungen gemessen werden. Nebenbei bemerkt, wurde aus dem Vergleich der Messempfindlichkeit beider Instrumente die D.K. des verwendeten Öles zu 2,0 bestimmt. Das Nitrobenzol erwies sich jedoch nicht als geeignete

Voltmeterflüssigkeit, da infolge einer gewissen Leitfähigkeit Veränderungen eintraten, so dass zur Erzielung zuverlässiger Steighöhen der Flüssigkeitsmeniskus gelegentlich durch Neigen des Gefässes erneuert werden musste. Zweifellos lässt sich im Bestreben, das flüssige Voltmeter für möglichst kleine Spannungen (für einige hundert Volt) brauchbar zu machen, noch einiges erreichen durch Verkleinerung des Plattenabstandes und Anwendung stärkerer Mikroskopvergrößerung. Besonders günstig würde sich aber die Verwendung einer Flüssigkeit hoher D.K. mit gleichzeitig hoher Isolation auswirken. Bezeichnet man mit ε die D.K. derselben, und mit ε_0 diejenige des oben benützten Öles, so erhält man einen $\sqrt{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon_0-1}}$ mal kleineren Messbereich, was, da $\varepsilon_0 = 2$, gleichbedeutend ist mit dem Faktor $\sqrt{\varepsilon-1}$.

Zum Schluss sei noch auf die Möglichkeit hingewiesen, die quadratische Abhängigkeit der Steighöhe von der Spannung abzuändern. Man hat nur den Elektrodenabstand durch Schrägstellen der Kondensatorplatten oder durch Verwendung entsprechend gekrümmter Elektrodenflächen mit der Höhe variabel zu machen. Von Interesse wäre zum Beispiel die Herstellung eines Elektrodenprofiles mit linearer Abhängigkeit der Spannung von der Steighöhe.

Physikalisches Institut der Universität Bern.

Untersuchung der n - p -Reaktion an Phosphor

von F. Metzger, F. Alder*) und P. Huber.

(19. V. 1948.)

Zusammenfassung. Die Reaktion $P^{31}(n, p)Si^{31}$ wird an der Verbindung P_2O_3 in einer heizbaren Ionisationskammer mit 3 MeV-Neutronen untersucht. Für die Energietönung des Übergangs in den Grundzustand ergibt sich $Q = -0,97 \pm 0,13$ MeV. Ein angeregtes Niveau des Endkerns Si^{31} liegt etwa 0.7 MeV über dem Grundzustand. Der Wirkungsquerschnitt der n - p -Reaktion steigt mit wachsender Neutronenenergie gleichmässig an und erreicht für 3 MeV-Neutronen mit $\sigma = (7,4 \pm 1,5) \cdot 10^{-28}$ cm² ein Maximum.

1. Einleitung.

Die Reaktion $P^{31}(n, p)Si^{31}$ weist für Neutronen von 3 MeV einen beträchtlichen Wirkungsquerschnitt (WQ) auf, während der energetisch ebenfalls mögliche Prozess $P^{31}(n, \alpha)Al^{28}$ nicht merklich auftritt, weil die Durchlässigkeit des Potentialwalles für die α -Teilchen etwa 10^5 mal kleiner ist als für die Protonen. Eine Untersuchung der n - p -Reaktion mittels Ionisationskammer und Impulsverstärker ist bisher trotz dieser günstigen Bedingungen mangels einer geeigneten gasförmigen Phosphorverbindung unterblieben. Unsere guten Erfahrungen mit einer heizbaren Ionisationskammer¹⁾ ermöglichten es, die Messungen mit diesem Hilfsmittel auf die Phosphorreaktion auszudehnen.

Das einfache Zerfallsschema des Si^{31} (keine γ -Strahlung; $E_{\beta_{\max}} \sim 1,8$ MeV) und die messtechnisch recht günstige Halbwertszeit machen die $P^{31}(n, p)Si^{31}$ -Reaktion zu einem nützlichen Indikator für Neutronen von 2—4 MeV. REDDEMANN²⁾ machte von dieser Tatsache Gebrauch bei der Kontrolle der Neutronenintensität seines d - d -Generators, gab aber keinen WQ an. Neben der Messung der Energieverteilung bei Bestrahlung mit 3 MeV-Neutronen war deshalb die Bestimmung des WQ in dem uns zugänglichen Intervall der Neutronenenergie (2,3—3,1 MeV) das Ziel dieser Arbeit.

*) Brown, Boveri & Cie., Baden.

1) F. METZGER, P. HUBER und F. ALDER, H.P.A. **20**, 236 (1947).

2) H. REDDEMANN, Z. f. Phys. **116**, 137 (1940).

2. Messung der Impulsverteilung mit Hilfe der Ionisationskammer.

2.1 Die Ionisationskammer.

Chromstahl-Keramik-Durchführungen der Firma Sécheron³⁾ tragen die Elektroden, welche einen Plattenkondensator mit Schutzring bilden. Der Plattenabstand beträgt 1 cm, der Durchmesser des aktiven Volumens 4 cm. Ein heizbarer Mantel umschliesst die ganze Kammer. Die zu untersuchende Substanz wird in einen seitlichen Stutzen eingefüllt, der eine separate Heizung besitzt. Man kann daher die Temperatur des Stutzens etwa 5–10° tiefer halten als diejenige der Kammer und so verhindern, dass sich Substanz in der Kammer oder auf den Elektroden niederschlägt. Der Druck in der Kammer wird durch die Temperatur des Stutzens bestimmt. Thermoelemente kontrollieren an mehreren Stellen die Temperatur. Bei einer Heizleistung von 0,7 kW beträgt für eine Endtemperatur von 200° C die Anheizdauer etwa 2 Stunden.

2.2 Die untersuchte Phosphorverbindung.

Von den wenigen in Frage kommenden Phosphorverbindungen schien uns Phosphortrioxyd, P_2O_3 , am geeignetsten. Der prozentuale Anteil an P-Atomen ist recht gross und bei den verwendeten Neutronenenergien (≤ 3 MeV) sind vom Sauerstoff keine störenden Kernreaktionen zu erwarten.

Das P_2O_3 wurde nach dem von SCHMAGER⁴⁾ angegebenen Verfahren hergestellt⁵⁾. Der Schmelzpunkt liegt bei 23,8° C, der Siedepunkt bei 173° C. Bei 200° C beträgt der Dampfdruck bereits 1,7 ata⁶⁾. Im Dampf tritt P_2O_3 bimolekular auf, das Bremsvermögen ist daher ganz erheblich (ca. 6mal grösser als dasjenige von Luft).

2.3 Ionisierungsarbeit von Phosphortrioxyd.

Zur Ermittlung der Ionisierungsarbeit bestimmten wir die von U- α -Teilchen in P_2O_3 -Dampf freigemachte Ladung. Das Uran war zu diesem Zwecke elektrolytisch in möglichst homogener Schicht ($\sim 10^{-5}$ g/cm²) auf der Hochspannungselektrode abgeschieden und

³⁾ Vgl. Bull. Sécheron Nr. 12, 1940. Herrn Priv.-Doz. E. GEREKE der Firma Sécheron danken wir für seine wertvollen Ratschläge beim Bau der Kammer und für sein reges Interesse an unserer Arbeit.

⁴⁾ H. SCHMAGER, Diss. Berlin, 1929.

⁵⁾ Herrn Prof. ERLÉNMEYER und den Herren K. STIER und W. OPPLIGER danken wir herzlich für die Herstellung von P_2O_3 .

⁶⁾ P. M. VAN DOORMAAL und F. E. G. SCHEFFER, Rec. trav. chim., Pays-Bas, 50, 1100 (1931).

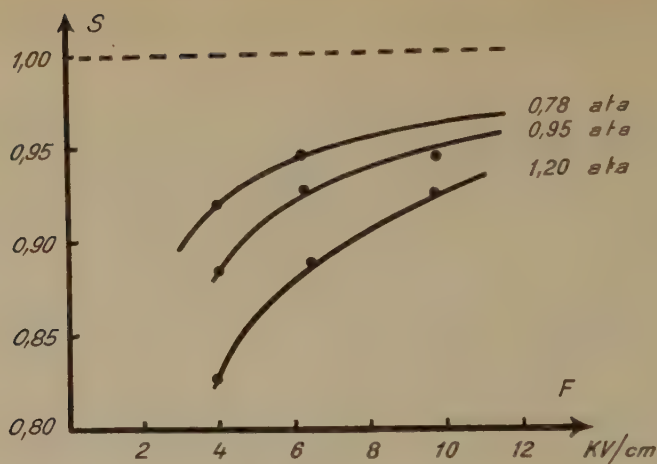


Fig. 1.

Sättigungskurven für Uran- α -Teilchen in $(P_2O_3)_2$ -Dampf.

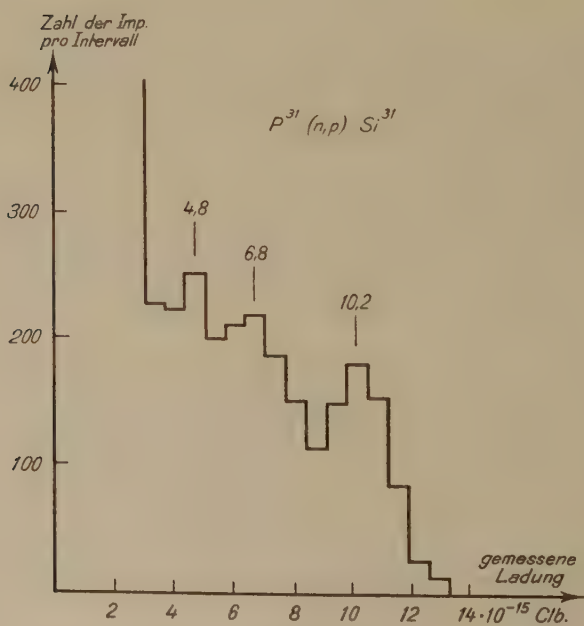


Fig. 2.

Impulsverteilung der Reaktion $P^{31}(n, p)Si^{31}$.

Kammerfeldstärke 7 kV/cm, Kammerdruck 1,55 ata, Neutronenenergie 2,99 MeV,
ca. 1700 Impulse $> 5 \cdot 10^{-15} Clb.$

mit einer dünnen Goldschicht gegen den chemischen Angriff durch P_2O_3 geschützt worden. Die bei drei verschiedenen Drucken aufgenommenen Sättigungskurven sind in Fig. 1 wiedergegeben. Als Ordinate steht das Verhältnis S der gemessenen zur tatsächlich freigewordenen Ladung, als Abszisse ist die Feldstärke F im Plattenkondensator aufgetragen. Durch Extrapolation⁷⁾ bestimmten wir die von einem $U^{234}\text{-}\alpha$ -Teilchen ($E_\alpha = 4,78 \text{ MeV}$ ⁸⁾) in P_2O_3 frei gewordene Ladung und erhielten daraus für die Ionisierungsarbeit den Wert

$$I_{(P_2O_3)} = 29,1 \pm 1,0 \text{ eV.}$$

2.4 Impulsspektrum der $P^{31}(n, p)Si^{31}$ -Reaktion.

Wir bestrahlten den Phosphor mit den d - d -Neutronen eines 200-kV-Kaskadengenerators und registrierten die verstärkten Impulse mittelst eines Schleifenzillographen. Der Neutronengenerator, sowie der Verstärker sind schon an anderer Stelle⁹⁾ beschrieben worden. Fig. 2 stellt eine so aufgenommene Impulsverteilung der Reaktion $P^{31}(n, p)Si^{31}$ dar.

Bei $10,2 \cdot 10^{-15} \text{ Clb.}$ ist ein Maximum deutlich ausgeprägt, das bei allen Aufnahmen gefunden wurde. Zwei weitere Maxima sind bei $6,8$ und $4,8 \cdot 10^{-15} \text{ Clb.}$ angedeutet. Wir führten zahlreiche Messungen bei verschiedenen Drucken durch, mit der Absicht, diese tiefergelegenen Maxima besser hervorheben zu können. Doch machten sich einerseits die Impulse der Sauerstoffrückstösse, die bis etwa $3 \cdot 10^{-15} \text{ Clb.}$ hinaufreichen, störend bemerkbar, andererseits war der Randeffect der Protonen bei kleinen Drucken ganz beträchtlich, während bei hohen Drucken Sättigungsschwierigkeiten und Ladungsverluste infolge der grossen Laufzeit der Ionen auftraten. Während uns das Maximum bei $6,8 \cdot 10^{-15} \text{ Clb.}$ recht gut gesichert scheint, müssten zum eindeutigen Nachweis der Impulsgruppe bei $4,8 \cdot 10^{-15} \text{ Clb.}$ Messungen mit grösseren Neutronenenergien durchgeführt werden, um eine bessere Trennung von den Rückstossimpulsen zu erreichen.

2.5 Energietönung der Reaktion $P^{31}(n, p)Si^{31}$.

Um die tatsächlich frei gewordene Ladung für das Maximum bei $10,2 \cdot 10^{-15} \text{ Clb.}$ (Fig. 2) und damit die Energie zu bestimmen, nahmen wir bei konstantem Druck das Impulsspektrum für verschiede-

⁷⁾ Nach G. JAFFÉ, Ann. d. Phys. **42**, 303 (1913).

⁸⁾ F. ALDER, P. HUBER und F. METZGER, H.P.A. **20**, 234 (1947).

⁹⁾ A. STEBLER und P. HUBER, H.P.A. **21**, 59 (1948); E. BALDINGER u. a., H.P.A. **19**, 423 (1946).

dene Kammeranspannungen auf. Durch Extrapolation der so erhaltenen Sättigungskurve fanden wir für die tatsächlich frei gewordene Ladung $11,4 \cdot 10^{-15}$ Clb. Mit dem Wert 29,1 eV für die Ionisierungsarbeit von P_2O_3 ergibt sich für die Reaktionsenergie $E_{p+Si} = 2,08$ MeV.

Da die Maxima (siehe Fig. 2) recht breit sind, und von der Sättigungskurve nur ein kleines Stück aufgenommen werden konnte, ist diese Extrapolation nicht sehr zuverlässig. Wir schätzen deshalb das Sättigungsdefizit noch in anderer Weise ab. Nach JAFFÉ (l. c.) hängt das Verhältnis S der gemessenen zur tatsächlich frei gewordenen Ladung u. a. von der spez. Ionisation der Teilchen ab. Es gilt, wenn Druck und Feldstärke konstant gehalten werden:

$$S = \frac{1}{1 + k \cdot \frac{E}{d}}, \quad (1)$$

wo E die Energie des ionisierenden Teilchens, d seine Reichweite und k eine Konstante $[k(p, F)]$ bedeuten. Diese Beziehung gestattet, aus dem Sättigungsdefizit für α -Teilchen auf das entsprechende Defizit von Protonen zu schliessen.

Bei 7 kV/cm und 1,55 ata hat S für Uran- α -Teilchen ($E/d = 1,5$ MeV/cm) den Wert 0,85 (aus Fig. 1). Damit ergibt sich $k = 0,18$ und aus (1) erhält man für 2-MeV-Protonen ($E/d = 0,28$) $S = 0,97$. In gleicher Weise lässt sich die Sättigung für die von den Si^{31} -Kernen erzeugten Ionen auf etwa 70% schätzen, so dass man eine mittlere Sättigung von 95% erhält. Unsere Abschätzung liefert daher für die dem Hauptmaximum entsprechende Ladung $10,7 \cdot 10^{-15}$ Clb., d. h. eine Reaktionsenergie von 1,95 MeV.

Fassen wir dieses Resultat mit dem ersten Wert (2,08 MeV) zusammen, so finden wir als Mittelwert

$$E_{p+Si}^0 = 2,02 \pm 0,1 \text{ MeV.}$$

Für das Maximum bei $6,8 \cdot 10^{-15}$ Clb. (Fig. 2) ergibt sich entsprechend

$$E'_{p+Si} = 1,32 \pm 0,1 \text{ MeV.}$$

Verwendete man für die Wärmetönung der $d-d$ -Reaktion den BONNER'schen¹⁰⁾ Q -Wert 3,31 MeV, so betrug die Neutronenenergie

¹⁰⁾ T. W. BONNER, Phys. Rev. **59**, 237 (1941).

bei unseren Messungen 2,99 MeV (vgl. Anmerkung). Damit erhalten wir für die Energietönung der Reaktion $P^{31}(n, p)Si^{31}$:

$$Q_0 = -0,97 \pm 0,13 \text{ MeV.}$$

Für die β -Energie von Si^{31} (Neutrinomasse = 0 gesetzt) folgt daraus

$$E_\beta = 1,73 \text{ MeV.}$$

KURIE¹⁴⁾ u. a. fanden mit Wilsonkammermessungen $E_\beta = 1,8 \text{ MeV}$. Der Vergleich mit dem aus Q_0 erhaltenen Wert zeigt, dass das oberste Maximum der Impulsverteilung von Fig. 2 dem Übergang in den Grundzustand von Si^{31} entspricht.

Das Maximum bei $6,8 \cdot 10^{-15} \text{ Clb.}$ kann entweder einem Niveau des Zwischenkerns P^{32} , oder einem angeregten Niveau von Si^{31} entsprechen. Im ersten Fall müsste bei Bestrahlung mit einer Neutronenquelle kontinuierlich verteilter Energie eine Verstärkung

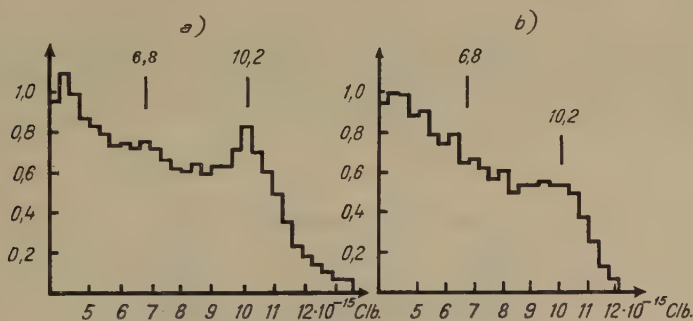


Fig. 3.

Impulsverteilung der n - p -Reaktion.

- a) bei homogener Neutronenenergie (ca. 13700 Impulse)
b) bei verwaschener Neutronenenergie (ca. 4200 Impulse).

dieser Impulsgruppe erfolgen. In einem Graphitmoderator wurden daher die d - d -Neutronen gegen kleinere Energien hin verwaschen. Fig. 3 zeigt das Impulsspektrum bei homogener und bei verwaschener Neutronenenergie. Das Ergebnis spricht eindeutig gegen eine Einfangresonanz. Das gleiche Ergebnis folgt aus dem monotonen

Anmerkung. Neuere Messungen deuten darauf hin, dass der BONNERSCHE Q -Wert etwas zu gross ist. Nach Fussnoten ¹¹⁾, ¹²⁾ und ¹³⁾ scheint 3,25 MeV richtiger zu sein. Dies würde für die Wärmetönung der n - p -Reaktion $-0,94 \text{ MeV}$ ergeben.

¹¹⁾ ALLEN u. a., Proc. Roy. Soc. **192**, 121 (1947).

¹²⁾ I. S. LAUGHLIN u. a., Phys. Rev. **73**, 197 (1948).

¹³⁾ A. STEBLER und P. HUBER, H.P.A. **21**, 59 (1948).

¹⁴⁾ KURIE, RICHARDSON und PAXTON, Phys. Rev. **49**, 368 (1936).

Verlauf des WQ in Abhängigkeit von der Neutronenenergie (vgl. Abschnitt 3.2). Zudem liegt dieses Maximum so weit vom oberen entfernt, dass der kleinen Halbwertsbreite¹⁵⁾ des Neutronenspektrums wegen die Anregung eines solchen Niveaus sehr unwahrscheinlich ist. Das Maximum bei $6,8 \cdot 10^{-15}$ Clb. betrachten wir daher als einen Übergang in ein 0,7 MeV über dem Grundzustand liegendes Niveau des Endkerns.

3. Bestimmung des Wirkungsquerschnitts.

3.1 Der WQ der $P^{31}(n, p)Si^{31}$ -Reaktion für Neutronen von 3 MeV.

Der WQ der n - p -Reaktion kann durch Aktivitätsmessungen ermittelt werden. Für die Halbwertszeit von Si^{31} , die von SEABORG¹⁶⁾ mit 170 Min., von CICOCI und SOLTAN¹⁷⁾ mit 157,3 Min. angegeben wird, fanden wir 156 ± 2 Min.

Die Neutronenintensität bestimmten wir aus der Zahl der in einer mit Stickstoff gefüllten Ionisationskammer registrierten n , α und n, p -Reaktionen, unter Verwendung der von BALDINGER und HUBER¹⁸⁾ für diese Reaktionen gemessenen WQ.



Fig. 4.

Zählrohr zur Bestimmung absoluter Aktivitäten.

Zur Aktivitätsmessung wurde ein Zählrohr benützt, dessen Längsschnitt in Fig. 4 wiedergegeben ist. In die Zählrohrwand ist eine 36 mm lange und 8 mm breite Öffnung eingefräst, in die ein Aluminiumträger so eingesetzt werden kann, dass seine innere Fläche mit der Zählrohrwand bündig ist. Ein Deckel mit Gummidichtung schliesst das Zählrohr luftdicht ab. Wird auf den Aluminiumträger eine dünne Phosphorschicht gebracht, so gelangen alle in einen Raumwinkel 2π emittierten Elektronen in das Zählrohr, ohne vorher eine absorbierende Folie durchsetzen zu müssen.

¹⁵⁾ Vgl. A. STEBLER und P. HUBER, H.P.A. **21**, 59 (1948).

¹⁶⁾ G. T. SEABORG, Rev. Mod. Phys. **16**, 1 (1944).

¹⁷⁾ CICOCI und SOLTAN, Comptes rendus **207**, 423 (1938).

¹⁸⁾ E. BALDINGER und P. HUBER, H.P.A. **12**, 333 (1939).

Die Rückstreuung vom Aluminiumträger und die Absorption in der Phosphorschicht müssen berücksichtigt werden.

Die Rückstreuung hängt vom Material und von der Dicke des Präparatträgers ab. Die Dicke des verwendeten Aluminiumträgers war grösser als die Reichweite der primären β -Strahlung. Den relativen Anteil der Rückstreuung des Trägers an die Gesamtintensität ermittelten wir auf folgende Weise:

Auf ein $5\ \mu$ -Aluminiumfenster eines gewöhnlichen Zählrohrs brachten wir eine Spur UX_1 und verglichen die Zunahme der Zähl-

Tabelle I.

mg Phosphor pro cm^2	% Rückstreuung von Al-Unterlage
17	14
30	7
100	0

rohrimpulse, wenn UX_1 einmal mit Aluminium und einmal mit Blei bedeckt wurde. Wir erhielten daraus für das Verhältnis der Rückstreuungsstrahlung von Blei zu Aluminium 4,2. Hierauf brachten wir auf

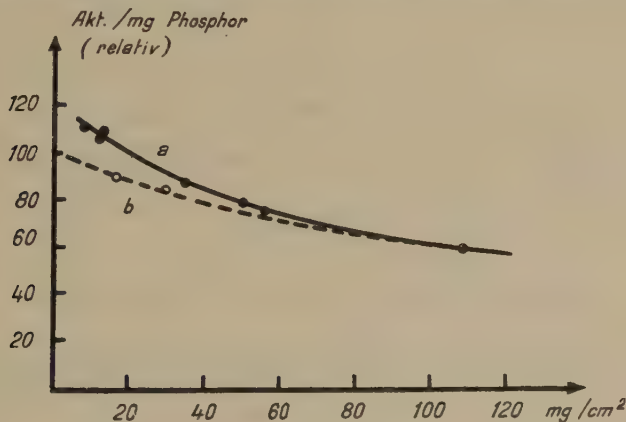


Fig. 5.

Spezifische Aktivität als Funktion der Schichtdicke:

a) mit Rückstreuung, b) Rückstreuung der Unterlage abgezogen.

je einen Blei- und einen Aluminiumträger eine gleich dicke Schicht aktivierten Phosphors. Die Differenz der gemessenen Aktivitäten muss demnach dreimal die Rückstreuung an Aluminium ausmachen. In Tabelle I ist die Rückstreuung an Al bei verschiedenen Phosphorschichten wiedergegeben.

Zur Ermittlung der Absorption in der Phosphorschicht verfertigten wir aus einer aktivierten Phosphorprobe mehrere Schichten verschiedener Dicke und bestimmten ihre Aktivität, bezogen auf gleiches Gewicht (Fig. 5, Kurve *a*). Diese Messungen enthalten noch die Rückstreuung. Der vom Aluminiumträger herrührende Anteil kann aus Tabelle I entnommen werden. Korrigiert man die Messungen um diesen Betrag, so erhält man eine Kurve, die nur noch die Rückstreuung in der aktiven Schicht enthält (Fig. 5, Kurve *b*). Dieser Anteil strebt aber mit abnehmender Schichtdicke gegen Null, so dass die Extrapolation der Kurve *b* die gesuchte absolute Aktivität wiedergibt.

In Tabelle II sind der unkorrigierte und der nach Fig. 5 korrigierte WQ der *n-p*-Reaktion für verschieden dicke Phosphorschichten wiedergegeben, wie sie aus mehreren Bestrahlungen erhalten wurden.

Tabelle II.

Schichtdicke in mg/cm ²	$\sigma \cdot 10^{26}$ unkorrigiert	$\sigma \cdot 10^{26}$ korrigiert nach Fig. 5
10,8	8,4	7,7
23,3	6,4	6,7
63,7	5,3	7,4
122	4,3	7,6

Als Mittelwert für den WQ der *n-p*-Reaktion mit 3 MeV-Neutronen ergibt sich

$$\sigma_{(3 \text{ MeV})} = (7,4 \pm 1,5) \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2.$$

3.2 Abhängigkeit des WQ von der Neutronenenergie.

Für die Deutung der Protonengruppe bei $6,8 \cdot 10^{-15}$ Clb. (vgl. Fig. 2) ist die Kenntnis des Verlaufs des WQ in Abhängigkeit von der Neutronenenergie wichtig.

Eine Relativmessung von σ gestaltet sich sehr einfach. Die Energie der *d-d*-Neutronen ist gegeben durch:

$$\sqrt{E_n} = \frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{E_d} \cdot \cos \Theta + \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \cos^2 \Theta\right) \cdot E_d + \frac{3}{4} Q}.$$

Es bedeuten: E_n Neutronenenergie.

E_d Energie der auf die Eisschicht auftretenden Deutronen.

Q Wärmetönung der *d-d*-Reaktion.

Θ Winkel zwischen Neutronenstrahl und Beobachtungsrichtung.

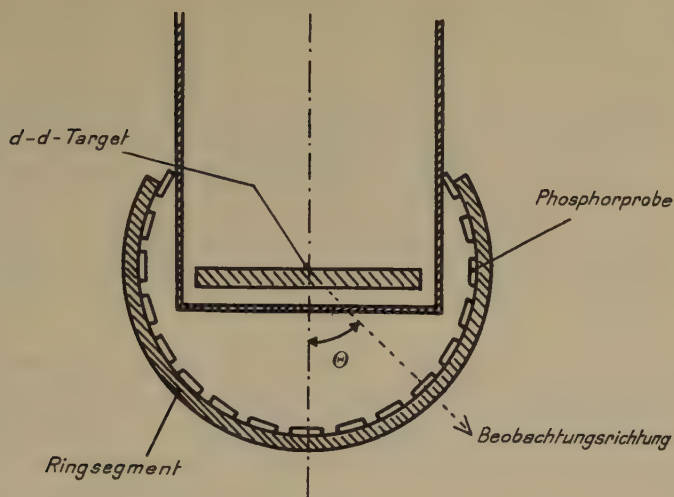


Fig. 6.

Anordnung zur Untersuchung der Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts.

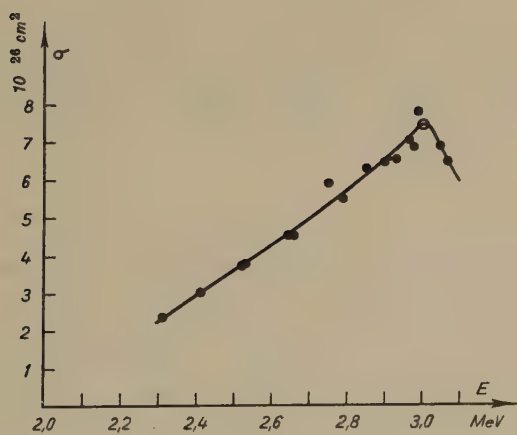


Fig. 7.

Wirkungsquerschnitt der Reaktion $\text{P}^{31}(n, p)\text{Si}^{31}$ in Abhängigkeit von der Neutronenenergie.

Werden Phosphorproben unter verschiedenen Winkeln Θ bestrahlt, so erhält man aus der Aktivität ein Bild über den Zusammenhang zwischen dem WQ und der Neutronenenergie. Die von uns verwendete Messanordnung ist in Fig. 6 angegeben. Ein Ringsegment als Träger für die Phosphorproben umschliesst die Target des Neutronengenerators derart, dass der Auftreffpunkt der Neutronen auf die Eisschicht im Zentrum liegt. Wenn der Beobachtungswinkel Θ zwischen 0° und 120° variiert, ändert sich die Neutronenenergie von 2,3 bis 3,1 MeV. Gleichzeitig mit dem Beobachtungswinkel ändert auch die Neutronenintensität¹⁹⁾, so dass die gemessenen Aktivitäten noch mit folgendem Faktor korrigiert werden müssen:

$$q = \frac{1}{1 + 0,8 \cos^2 \Theta}.$$

Das korrigierte Ergebnis unserer Messungen ist in Fig. 7 wiedergegeben. Der Verlauf des relativen WQ wurde bei 3 MeV nach Abschnitt 3.1, zu $7,4 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$ festgelegt. Zwischen 2,3 und 3 MeV steigt der WQ mit zunehmender Neutronenenergie an und erreicht bei 3 MeV ein Maximum²⁰⁾.

Der Kommission des Bundes zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung danken wir für finanzielle Unterstützung. Ferner danken wir den Herren Dr. W. HÄLG und Dr. A. STEBLER für ihre Mithilfe bei der Ausführung der Messungen.

Physikalische Anstalt der Universität Basel.

¹⁹⁾ KEMPTON, BROWN und MAASDORP, Proc. Roy. Soc. **157**, 396 (1936).

²⁰⁾ In Übereinstimmung mit den kürzlich publizierten Ergebnissen von E. BRETSCHER, Rev. Mod. Phys. **19**, 272 (1947).

Über die Lichtstreuung an durch Ultraschall ausgerichteten kolloidalen Teilchen

von Hans Bömmel.

(3. VI. 1948.)

1.

Bekanntlich werden Lösungen scheibchen- oder stäbchenförmiger kolloidaler Teilchen in einem Ultraschallfeld derart orientiert, dass ihre grössten Flächen resp. ihre Längsachsen parallel zu den Schallwellenflächen stehen^{1) 2)}. Voraussetzung für diese Orientierung ist, dass die Dimensionen der Teilchen klein gegen die Schallwellenlänge sind, und dass ihre Dichte grösser als diejenige des umgebenden Lösungsmittels ist. Eine Lösung solcher Partikel, die von Ultraschall durchstrahlt wird, muss daher in mancher Hinsicht „kristalline“ Eigenschaften annehmen.

In einer früheren Mitteilung³⁾ wurde bereits auf einige optische Erscheinungen beim Durchgang von Ultraschallwellen durch eine kolloidale WO_3 -Lösung hingewiesen. Die im Verlauf der damaligen Versuche gemachte Beobachtung, dass sich beim Durchgang eines Lichtbündels durch eine solche Lösung die Intensität des nach den Seiten gestreuten Lichtes stark ändert, wenn man die Lösung gleichzeitig mit Ultraschall durchstrahlt, wird in der vorliegenden Arbeit näher untersucht.

2.

Das allgemeine Schema der ursprünglich verwendeten Anordnung zeigt Fig. 1. Das Licht einer Osram-Punktlampe L wurde mit dem Kondensor K auf die Lochblende B_1 ($\varnothing = 2$ mm) konzentriert. Das von dieser ausgehende Licht wurde mit der Linse l ($\varnothing = 3$ cm, $f = 11,9$ cm) parallel gemacht und fiel durch eine zweite Blende B_2 in das Messgefäss. Letzteres bestand aus einem mit Boden versehenen Glasrohr G von 10,5 cm Höhe und 5,2 cm Durchmesser, an das in der Mitte ein Stutzen S von 3 cm Durchmesser ange-

¹⁾ L. V. KING, Proc. Roy. Soc. London (A) **153**, 1, 17 (1935).

²⁾ R. POHLMANN, Zs. Phys. **107**, 497 (1937).

³⁾ H. BÖMMELE et S. NIKITINE, H.P.A. **18**, 234 (1945).

schmolzen war, auf welchen das Fenster F aufgekittet wurde. In die Mitte dieses mit Wasser gefüllten Glasgefäßes tauchte ein Cellophanrohr C von 0,002 cm Wandstärke, 6 cm Höhe und 2 cm Durchmesser. Am oberen Ende dieses Rohres war ein Messingring eingeklebt, an welchem dasselbe aufgehängt werden konnte, ein eingeklebter Messingzylinder bildete den Boden, der gleichzeitig durch sein Gewicht dafür sorgte, dass die Cellophanwand immer gut gespannt blieb. In dieses Cellophangefäß wurde die zu untersuchende Lösung eingefüllt.

In G befand sich ausserdem der als Ultraschallquelle dienende runde Piezoquarz Q von 2 cm Durchmesser, der so angeordnet war,

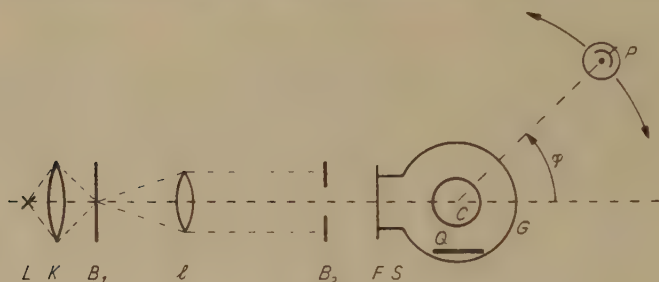


Fig. 1.

dass der von ihm ausgehende Schallstrahl das Cellophanrohr senkrecht zum Lichtstrahl durchsetzte. Der Quarz besass eine Eigenfrequenz von 4,5 MHz und war in einer gegen das Wasser isolierten Halterung befestigt. Zu seiner Erregung diente ein kleiner Hochfrequenzgenerator, der bis zu ca. 150 V Hochfrequenzspannung lieferte, und an den der Quarz über zwei kleine Drehkondensatoren variabel angekoppelt war.

Der in G erzeugte Ultraschallstrahl konnte das Cellophanrohr praktisch ungehindert durchsetzen, da dessen Wandstärke klein gegen die Schallwellenlänge (ca. 0,33 mm) war.

Das ganze Messgefäß stand auf dem Tisch eines Spektrometers. An Stelle des Fernrohres war an den drehbaren Arm des letzteren eine Photozelle P befestigt, mit der die Intensität des in C nach allen Seiten gestreuten Lichtes gemessen wurde. Als Photozelle wurde eine Philips-Zelle 3520 mit Elektronenvervielfachung verwendet, die direkt an ein Galvanometer angeschlossen wurde, da ihre Empfindlichkeit gross genug war, um auf Nachverstärkung verzichten zu können. Zur völligen elektrischen und optischen Abschirmung war die Photozelle in ein Messinggehäuse eingebaut, das nur gegenüber der Eintrittsöffnung eine verschliessbare Blende be-

sass. Der Abstand zwischen dem Mittelpunkt von C und der Eintrittsöffnung von P betrug 15 cm, der Durchmesser der Eintrittsblende 0,6 cm, so dass der aufgefangene Streulichtkegel einen Öffnungswinkel von etwa $2^{\circ}20'$ besass.

3.

Mit der beschriebenen Anordnung wurde die Intensität des Streulichtes mit und ohne Einwirkung von Ultraschall in einer uns zur Verfügung gestellten, als „ WO_3 Sol“¹⁾ bezeichneten wässrigen kolloidalen Lösung als Funktion des Streuwinkels gemessen. Die Partikel dieser Lösung sollten nach Angabe des Herstellers ungefähr scheibchenförmige Kriställchen von ca. $1\ \mu$ Durchmesser sein.

Tab. 1 zeigt das Ergebnis einer solchen Messung, in Fig. 2 ist es in Polarkoordinaten graphisch dargestellt. Als Radiusvektor ist der Galvanometerausschlag, d. h. die Lichtintensität in willkürlichen

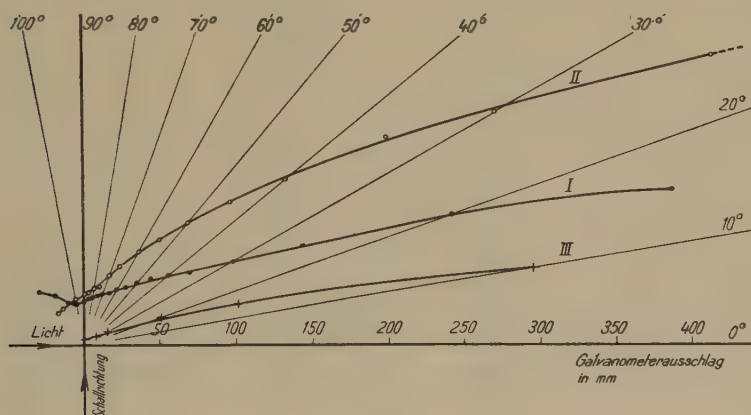


Fig. 2.

Einheiten aufgetragen. Die Werte bei kleinen Winkeln wurden in der Figur weggelassen, da sonst der Maßstab zu klein geworden wäre. Kurve I entspricht der Lichtstreuung in der ungestörten Lösung, Kurve II derjenigen nach Einschalten des Ultraschallfeldes. Kurve III gibt eine Messung, bei der sich sowohl in G als auch in C reines Wasser befand, zeigt also die Streuung der ganzen Anordnung an sich.

¹⁾ Vgl. Abschnitt 5. Die Lösung wurde uns von Herrn Prof. Dr. PALLMANN, Direktor des Institutes für Agrikulturchemie an der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich, zur Verfügung gestellt, wofür ihm an dieser Stelle bestens gedankt sei.

Die Lösung besass eine Konzentration¹⁾ von $3,5 \cdot 10^{-4}$ g/cm³, nachdem durch Vorversuche festgestellt worden war, dass etwa bei dieser Konzentration der Unterschied in der Streuung zwischen ungestörter und bestrahlter Lösung, d. h. die „Empfindlichkeit“, am grössten war.

Tabelle 1.

Streu- winkel φ^0	Galvanometerausschlag in mm		
	in C:		
	Lösung ohne Ultraschall	Lösung mit Ultraschall	Reines Wasser ohne oder mit Ultraschall
10			300
15	400		105
20	256	720	54
25	158	456	
30	112	311	18
35	84	242	
40	72	172	10
45	62	135	
50	54	106	8
55	47	86	
60	42	72	5
65	38	56	
70	36	49	4
75	34	40	
80	32	38	4
85	31	35	
90	29	34	4
100	28	31	
110	30	29	
120	38	28	
130	46	27	

Der Durchmesser der Blende B_2 und damit auch derjenige des Lichtbündels betrug 0,9 cm.

Dass der Durchmesser des Lichtbündels kleiner gewählt wurde als derjenige von C, hat seinen Grund darin, dass sonst an den Stellen, an denen das Licht die Cellophanwand streifend durchsetzte, störende Reflexe und Streuerscheinungen auftraten.

Die Hochfrequenzspannung am Quarz betrug 100 Volt.

¹⁾ Die Konzentration der Lösung war freundlicherweise im Institut von Herrn Prof. PALLMANN bestimmt worden. Ihre Messung erfolgte durch Eindampfen eines bekannten Volumens der Lösung und Wägung des Rückstandes.

4.

Zur Erzielung einer möglichst gleichförmigen Orientierung der Partikel ist natürlich eine gute Homogenität des Schallfeldes erwünscht. Eine solche lässt sich nur mit Straubelquarzen und auch dann nur angenähert erreichen. Der von uns verwendete runde Quarz zeigte eine, bei gewöhnlichen Quarzscheiben übliche, ziemlich komplizierte Schwingungsform, und daher war von vorneherein keine gleichförmige Orientierung der Partikel zu erwarten.

Die Inhomogenität des Schallfeldes liess sich übrigens direkt visuell beobachten. Das Gebiet, in dem die Teilchen orientiert sind, d. h. das Schallfeld, hebt sich, je nach der Beobachtungsrichtung, hell vom dunkleren Hintergrund ab oder umgekehrt.

Die oben beschriebene Anordnung weist überdies den Mangel auf, dass die von Q ausgehenden Schallstrahlen infolge der Krümmung der Wand von G an dieser wie an einem Konkavspiegel reflektiert werden. Dadurch wird die ohnehin komplizierte Struktur des Schallfeldes noch weiter gestört.

Um diese durch die Reflexion des Schalles bewirkte Störung zu eliminieren, wurde die Versuchsanordnung in folgender Weise abgeändert. Man setzte der „ WO_3 “-Lösung im Cellophangefäss eine bestimmte Menge wässriger Agar-Agar-Lösung zu. Dieser Zusatz bewirkte nach kurzer Zeit eine Verfestigung der Flüssigkeit in C und damit ein „Einfrieren“ der orientierten Partikel. Bei Verwendung einer durch Filtrieren gereinigten Agar-Agar-Lösung und durch geeignete Wahl ihrer Konzentration konnte erreicht werden, dass die Streuung des Systems ohne Ultraschall nur relativ wenig zunahm. Daher war es jetzt möglich, das Schallfeld „einfrieren“ zu lassen, während sich an der dem Quarz gegenüberliegenden Wandfläche von G ein *schallabsorbierendes* Medium (eine Schicht Glaswolle) befand. Nach dem „Einfrieren“ konnte sowohl der Absorber als auch der Piezoquarz aus G entfernt werden, wodurch es nunmehr möglich wurde, die Streuintensität im Winkelbereich zwischen etwa -130° und $+130^\circ$ zu messen.

Im einzelnen wurde zum „Einfrieren“ der orientierten Teilchen folgendermassen verfahren: Durch Auflösen in kochendem Wasser wurde eine etwa einhalbprozentige Agar-Agar-Lösung hergestellt, dieselbe noch heiss filtriert und auf ca. 35°C abgekühlt. Der Cellophantrog wurde zur Hälfte mit $7 \cdot 10^{-4} \text{ g/cm}^3$ -prozentiger „ WO_3 “-Lösung gefüllt, das Schallfeld eingeschaltet und danach unter Umrühren etwa das gleiche Volumen von 35° warmer Agar-Agar-Lösung zugesetzt. Nach etwa 20—30 sec war die so hergestellte Mischung soweit abgekühlt, dass sie fest wurde. Die durch den

Schall bewirkte Orientierung der Partikel blieb bei den so hergestellten Mischungen während ca. 6—7 Stunden praktisch unverändert. Durch Verwendung konzentrierterer Agar-Agar-Lösung konnte die Haltbarkeit zwar auf mehrere Tage erhöht werden, doch war dann die Streuung des Lösungsmittels grösser.

Solche fixierten Schallfelder dürften sich eventuell auch zu Modellversuchen oder Demonstrationsversuchen eignen, da sie relativ einfach herzustellen und bei geeigneter Beleuchtung bequem von allen Seiten beobachtbar sind. Fig. 3 zeigt die Aufnahme eines

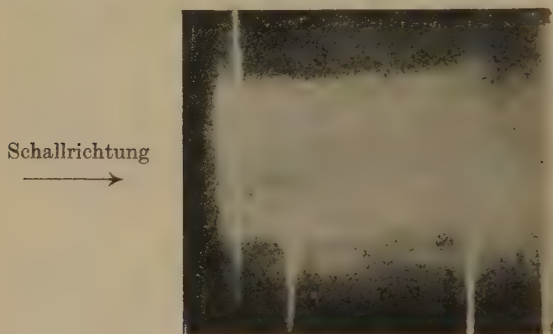


Fig. 3.

Die 3 vertikalen Striche sind Reflexe, die durch die zum Photographieren verwendete Beleuchtung entstanden sind.

fixierten Schallstrahles im Cellophanrohr, wobei dieses so gedreht worden war, dass die Richtung des Schallstrahles mit derjenigen des Lichtbündels einen Winkel von 45° bildete, während die Aufnahme unter 90° gegen das Lichtbündel erfolgte. Die Erscheinung ist jedoch bei visueller Beobachtung viel deutlicher als es die Aufnahme erkennen lässt.

Tab. 2 und Fig. 4 zeigen das Ergebnis einer an derart fixierten Partikeln ausgeführten Streulichtmessung. Kurve I entspricht der Streuung an *ohne* Einwirkung von Ultraschall fixierten Partikeln, Kurve II derjenigen *nach* Einwirkung von Ultraschall. Kurve III stellt wieder die Streuung des reinen Lösungsmittels ($\frac{1}{4}$ -prozentiger Agar-Agar-Lösung) plus der übrigen Teile des Messgefäßes dar.

Analog ausgeführte Versuche, bei denen in den Weg des Lichtstrahles ein blaues Glas eingeschaltet war, ergaben ebenfalls einen qualitativ ganz ähnlichen Kurvenverlauf.

Jede der Kurven stellt den Mittelwert aus zwei Messreihen dar. Der maximale prozentuale Fehler jedes Messpunktes beträgt etwa $\pm 2\%$.

Tabelle 2.

Streuwinkel φ^0	Galvanometerausschlag in mm		
	in C:		
	Lösung ohne Ultraschall	Lösung mit Ultraschall	Reine Agar- Agar-Lösung ohne oder mit Ultraschall
10			350
15	423		133
20	271	724	70
25	176	466	
30	130	348	28
35	106	271	
40	94	210	18
45	80	168	
50	68	130	12
55	60	104	
60	55	81	10
65	52	66	
70	48	58	10
75	46	53	
80	44	47	9
85	42	43	
90	40	42	9
100	40	40	
110	42	38	
120	47	38	
130	55	39	
- 15	431		
- 20	276	733	
- 25	180	471	
- 30	135	355	
- 35	109	277	
- 40	98	215	
- 45	84	173	
- 50	70	135	
- 55	65	108	
- 60	58	86	
- 65	55	69	
- 70	50	63	
- 75	47	56	
- 80	46	50	
- 85	44	46	
- 90	41	42	
- 100	39	40	
- 110	43	39	
- 120	49	40	
- 130	58	42	

5.

Zu den Figg. 2 und 4 lässt sich folgendes sagen. Erstens zeigt der Vergleich der Kurven I und II in beiden Figuren die grosse „Empfindlichkeit“ einer solchen Anordnung gegenüber der Einwirkung von Ultraschall, besonders bei kleinen Streuwinkeln. Diese Tatsache liesse sich unter Umständen zum Nachweis sehr geringer Schallintensitäten verwenden, da, wie auch schon POHLMANN¹⁾ zeigte, bereits sehr kleine Schallintensitäten eine beträchtliche Richtwirkung auf kolloidale Teilchen ergeben.

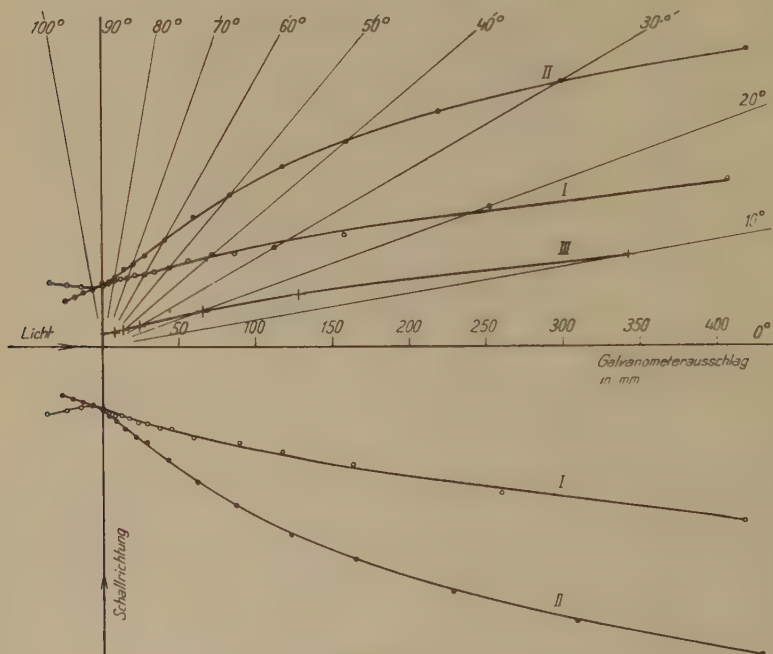


Fig. 4.

Zweitens ist die Tatsache interessant, dass die Schnittpunkte der Kurven mit und ohne Ultraschall jeweils bei etwa 90° liegen. Die Erklärung hierfür könnte nur eine quantitative Berechnung der ganzen Streuvorgänge liefern, die sich aber aus den unten erwähnten Gründen nicht durchführen lässt.

Drittens fällt schliesslich auf, dass die Kurven I und II innerhalb der angegebenen Fehlergrenze keine eindeutigen Anzeichen von Nebenmaxima des Streulichtes zeigen, Solche Nebenmaxima wären

¹⁾ R. POHLMANN: loc. cit.

bei der Lichtstreuung in einer monodispersen Lösung von Teilchen, deren Durchmesser grösser als die Lichtwellenlänge oder vergleichbar mit derselben ist, unbedingt zu erwarten¹⁾. Auf Grund des beobachteten Kurvenverlaufes musste daher vermutet werden, dass die Teilchen unserer Lösung entweder klein gegen die Lichtwellenlänge waren, was sehr unwahrscheinlich ist, oder aber dass die Lösung Teilchen verschiedener Grösse enthielt.

Zur Abklärung dieser Frage wurden einige elektronenmikroskopische Aufnahmen der Partikel gemacht²⁾. Wie Fig. 5 zeigt, enthielt

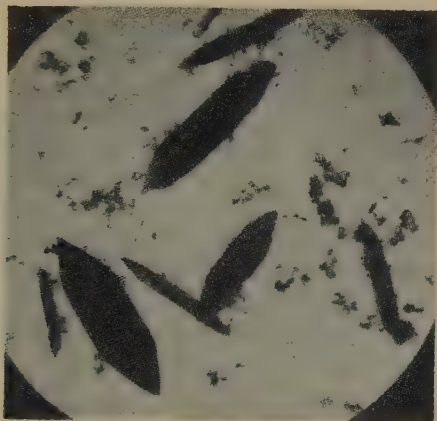


Fig. 5.

die Lösung Teilchen *verschiedener* Grösse und Form. Die zunächst naheliegende Vermutung, dass es sich bei den schmalen Teilchen um „hochkant“ stehende der gleichen Form wie die „flach“ liegenden handle, wird dadurch widerlegt, dass die ersteren durchsichtiger erscheinen als die letzteren.

Um sicher zu sein, dass es sich nicht etwa um ein Gemisch verschiedener Substanzen handelte, und zur möglichst eindeutigen Feststellung der chemischen Natur der Teilchen wurde noch eine Röntgenaufnahme derselben gemacht³⁾. Das erhaltene Röntgen-

¹⁾ Vgl. z. B.: M. BORN, Optik, Verlag J. Springer, Berlin 1933.

²⁾ Der Verfasser möchte an dieser Stelle der Firma Trüb, Täuber & Co., Zürich, ganz besonders aber ihrem Oberingenieur, Herrn G. INDUNI, für die Zurverfügungstellung des Elektronenmikroskopes und die Ausführung der Aufnahmen bestens danken.

³⁾ Die Aufnahme wurde von Herrn Prof. Dr. E. BRANDENBERGER im Mineralogischen Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule ausgeführt. Für seine freundliche Hilfsbereitschaft sei ihm an dieser Stelle herzlich gedankt.

diagramm stimmte weder mit demjenigen von WO_3 noch mit dem von WO_2 überein, zeigte aber vollkommene Identität mit einem von A. M. MORLEY¹⁾ beschriebenen Präparat „Standard tungstic acid, type A“, „vermutlich $\text{H}_2\text{WO}_4\text{H}_2\text{O}$ “. Es dürfte sich daher bei unseren Teilchen wohl um eine chemisch einheitliche Substanz handeln, wobei aber die einzelnen Kriställchen in verschiedenen Wachstumsstadien und -formen vorliegen.

6.

Die Tatsache, dass unsere Lösung Teilchen verschiedener Grösse und Form enthielt, dürfte wohl die Erklärung für das Fehlen von Nebenmaxima in den Streukurven liefern. Der Unterschied der Kurven mit und ohne Ultraschalleinwirkung lässt sich qualitativ verstehen, wenn man sich vergegenwärtigt, dass die Teilchen durch den Schall in der in 1. erwähnten Weise orientiert werden. Durch diese Orientierung werden ja die grössten Partikelflächen resp. Längsachsen parallel zur Lichteinfallrichtung eingestellt, wodurch sich eine verminderte Reflexion und Streuung nach hinten ergibt. Eine quantitative Behandlung der Frage dürfte praktisch unmöglich sein, da bekanntlich schon die Berechnung der Lichtstreuung an nichtkugelförmigen Teilchen einheitlicher Grösse ausserordentliche Schwierigkeiten bereitet.

Der Verfasser möchte zum Schluss Herrn Prof. Dr. EDGAR MEYER für die Überlassung der Institutsmittel sowie für viele wertvolle Ratschläge seinen herzlichsten Dank aussprechen.

Physikalisches Institut der Universität Zürich.

¹⁾ A. M. MORLEY, J. Chem. Soc. London, 1987 (1930).

Morphology of aerial propulsion

by F. Zwický.

(3. VI. 1948.)

Abstract.

The morphological method of solving scientific problems is described and applied to the field of aerial propulsion. The principal value of the method lies in the fact that it illuminates the basic phenomena which govern the solution of any given problem. It thus acts as a guide to systematic invention and development. The method also is useful for purposes of teaching complicated technical subjects.

The various ways are discussed in which aerial propulsion, based on the exploitation of energy from chemical reactions and of other available types of energy, can be achieved. Much stress is laid on very general performance calculations which allow the proper choice of propulsive power plants for given specific purposes. A universal thrust formula is derived which makes possible the determination of the thrust and of the specific propellant consumption of practically all propulsive power plants moving through various media such as the atmosphere, bodies of water, or the vacuum.

As quantitative illustrations, the universal thrust formula is applied to the aeroduct (ramjet), the aeroturbojet, the aeropulse, and the internal combustion engine-propeller combination. Graphs are added which illustrate the ideal performance values of the engines mentioned, as functions of the propellant parameter and the forward speed of the vehicle which is to be propelled. Finally, a method is indicated by which the universal thrust formula can be modified to include mechanical and thermal losses through the use of efficiency coefficients which are experimentally determined. Further refinements of the universal thrust formula can be obtained through exact integration or integration by successive approximations of the differential equations which govern the various processes taking place within and without the propulsive power plants.

Reference is also made to a most comprehensive mode of representation of the totality of calculated engine performances in special diagrams. This representation was worked out independently during the war by two groups of scientists; in Pasadena, and in Munich, Germany.

We propose to discuss here some applications of the *morphological method* to problems of aerial propulsion. The morphology of analysis, of synthesis, and of construction is a new method which, instead of attempting to solve individual and restricted problems as they turn

up in the course of human endeavor, proceeds to solve whole classes of problems to which the restricted ones belong. The new method may be applied to any field of activity, practical or theoretical, material or spiritual.

Because of the peculiar circumstances brought about by the war emergency, the morphological method in its full extent and in all of its major implications was actually for the first time applied in the realm of *scientific engineering* and more specifically in the field of *jet propulsion*. The net result was the classification of propulsive power plants activated by positive jets¹⁾ which derive their energy from chemical reactions, or, in some of the best known cases, from chemical combustion or oxidation of proper fuels. This classification which has been described in other places²⁾ reveals the existence of at least 576 basic pure-medium engines which may be used for the propulsion of all sorts of vehicles moving in a single medium (e.g. vacuum, air, water, earth). The method has proved its value in the invention and construction of many jet engines not previously known. It is now of historical interest only that it led to the invention, independently of the Germans, of the aeroresonator or V-1 buzz bomb engine³⁾. It is, however, of future importance that the aeroresonator and the aeropulse are capable of performance (specific fuel consumption and specific cross-sectional thrust) equal or superior to that of the aeroturbojet.

In the present study, we shall apply the morphological method to the problem of aerial propulsion. We shall first briefly describe the method and then sketch in more detail some of its phases which have not previously been sufficiently emphasized.

It may be stated in advance that the new method not only serves as a sure guide for the navigation on the high seas of invention, but it also proves valuable in the field of technical education and of the comprehensive communication and dissemination of scientific and technical knowledge. This dissemination now is bogged down in a complicated network of individual knowledge which is not organically systematized for purposes of teaching. A morphological analysis of the theory and practice of education is therefore in order, and will be discussed in another place.

¹⁾ In a positive jet matter is being expelled away from the vehicle.

²⁾ F. ZWICKY, "Morphology of Jet Engines" paper presented at the International Congress for Applied Mechanics in Paris, September 1946 and appearing in the Proceedings of the Congress.

³⁾ *Aviation Week*, December 1, 1947, p. 26.

The morphological method.

The new method of solving technical problems proceeds by the following steps.

a) Formulation of some specific problem. This problem is immediately generalized as far as it appears possible and advantageous.

b) Analysis of the proposed generalized problem and close examination of all of the significant parameters which might enter its solution.

c) Schematic deduction of the totality of the solutions of the generalized problem in terms of the determining parameters.

d) Determination of the *ideal performance* or the *ideal value* of all of the solutions of the given problem, followed by a realistic evaluation of the expected *practical performance* after inefficiencies and losses have been taken into account.

e) Inter-comparison of all of the solutions in terms of relative value with respect to the required purposes. Choice of those solutions which are most suited to the realization of those special requirements.

f) Detailed analysis, design, and construction of the special solutions chosen. This in general requires a secondary (submorphological) analysis of some of the solutions of the original general problem.

We now proceed to discuss one by one and in greater detail each of the six steps mentioned in the preceding. For purposes of definite illustration we choose as our subject the field of aerial propulsion. But even with this restriction our problem is immense and we shall go into greater details only on point (d) concerning the ideal performance of a few selected propulsive power plants.

1. Formulation of the problem of aerial propulsion.

The task of propelling a material vehicle⁴⁾ of macroscopic dimensions through the air has two aspects. In the first place there are features of this problem which are specifically related to the properties of the air or more generally the earth's atmosphere and its various characteristics. The morphology of aerial propulsion is concerned with these properties to the exclusion of those related to other media, such as bodies of water and the earth. If both the air and water or the earth are involved, we enter the field of *interfacial*

⁴⁾ The propagation of signals, acoustical, electromagnetic or otherwise in nature represents another fascinating field for a morphological analysis which as yet has not been carried out.

devices, that is, vehicles which consume air and travel on the surface of the earth or on the sea. We are not concerned here with such interfacial propulsive power plants, of which there is a great multitude. In the second place, many additional problems are to be solved in connection with the propulsion of vehicles through the air. These problems involve the materials and the types of construction, structural analysis, auxiliary equipment of the aircraft, instruments of navigation, controls and other items which may be of a more general nature than that specifically related to aerial propulsion. We shall limit the discussion of these auxiliary problems to a few remarks at the end of this study.

We now formulate the problem of aerial propulsion. The task before us may at first be a more or less restricted one. For instance, we may wish to transport loads through the air with the least expenditure. Or we may want to propel given loads over the greatest possible distances regardless of cost. There are in practice a great many such requirements which in the past have usually been tackled one by one, a method which has resulted in remarkable achievements. We now know, however, that these achievements have been reached at an exorbitant cost, both in material and in spiritual effort, and that the best solutions have presumably still escaped our attention. To fill in the gaps and to get leads on where to look for new inventions, the morphological method has been conceived. This method, instead of tackling every individual problem, starts from the most general formulation of the problem of aerial propulsion. Only after the solution of the general problem has been schematically derived shall we occupy ourselves with the elaboration of special cases.

The general problem of aerial propulsion may be formulated as follows. (We shall not here consider the motion of light quanta, elementary particles or microscopic bodies.)

Problem: Any kind of material, macroscopic body is to be propelled through the air by whatever means we have at our disposal.

2. Analysis of the problem of aerial propulsion.

A number of fundamental characteristics of propulsion through air immediately present themselves. Some of the important aspects or qualitative parameters are as follows.

- a) Nature of the propulsive force.
- b) Nature of the energy which is used to generate the propulsive force.
- c) The duration of the propulsion.

d) The distinction between craft lighter than air and those heavier than air.

e) The free-flight characteristics of the craft.

f) The type of propulsive power plant used and the choice of the propellants.

g) The distinction between manned and unmanned vehicles with implications on the controls and the purpose of the craft.

3. Schematic deduction of the totality of possible solutions.

This totality may be arrived at through a discussion of the fundamental aspects mentioned in the previous section. Analyzing these aspects, we find:

a) There are four different types of propulsive forces which may be characterized by the following scheme:

Long Distance Forces	Contact Forces
Attraction	Push $\begin{cases} \text{Positive Jets} \\ \text{Negative Jets} \end{cases}$
Repulsion	Pull

Gravitation and electromagnetic forces represent the category of long distance forces. Matter which is expelled from, or which impinges on the propelled vehicle is characteristic of the positive and negative jets. For a more detailed discussion we refer to a previous publication²⁾.

b) Energy is available to us in many forms, which also have been listed previously²⁾, where it was shown that nine categories of energy may clearly be distinguished. Of these the gravitational, nuclear (atomic), and chemical energy are currently of the greatest practical importance.

c) The duration of propulsion covers the continuous range from practically zero time (instantaneous forces) to intervals limited only by the propellant supply. The extremes are instantaneous launching, represented respectively by the firing of projectiles from guns and the sustained propulsion of manned aircraft.

d) The distinction between craft lighter than air and heavier than air is of course an important and well-known one, with the historical emphasis having shifted in our time from lighter than air to heavier than air.

e) The free flight characteristics of the aircraft are the subject of the very complicated field of aerodynamics. While the science of flight at subsonic speeds has reached a high state of development, the investigations of supersonic flight and of the interaction of aerodynamic forces with the propulsive forces of positive jets, for instance, are in their infant stages and will be the subject of determined future research.

f) The morphology of the propulsive power plants and of the activating propellants is a problem of extreme interest. While the morphology of propulsion based on the energy from chemical reactions has, during the past decade, been worked out in considerable detail, the morphology of propulsion based on nuclear energy represents one of the biggest unsolved problems. We only wish here to call attention to an error which may easily be committed in seeking this solution. This error made its appearance when propulsion by chemical means was first attempted and achieved via the detour of stationary power plants such as internal combustion engines, with some thrust-producing device such as propellers attached to these engines. As we have now learned, the direct transformation of chemical energy into translational energy through the use of positive jets represents a more organic mode of attack. Going one step farther, we are now likely to make the mistake of trying to achieve nuclear propulsion by associating nuclear energy with the positive jets which proved so successful an instrument when associated with chemical energy. However, already the fact that in this manner only an infinitesimal fraction of nuclear power can be transformed into translational power should make us pause and reconsider the problem of generating propulsion from nuclear energy entirely detached from previously known propulsive power plants. In order to break the shackles of conventional thinking, we only wish here to make the suggestion that instead of propelling a craft through the air we might reverse the concept and think of propelling the air past the vehicle. In other words, one might generate artificial winds and propel the aircraft with the reaction of *negative jets*, a procedure which may well insure a more efficient exploitation of nuclear energies than can be attained through the action of positive jets.

As already mentioned, the morphology of chemical propellants and of propulsive power plants activated by them has been most extensively investigated during the past decades. The scheme of all propulsive power plants useful respectively in vacuum, air, water, and earth as the media which are to be traversed has been previously

discussed²). We here repeat in greater detail that part of the scheme which applies to the air. Limiting ourselves strictly to chemical propellants for purposes of illustration, we perceive that we have two large classes of engines, depending on whether we use self-contained propellants or whether we wish to employ substances (fuels) which are being reacted with the oxygen or other components of the air flowing through the engine from the surrounding atmosphere. Accordingly, we distinguish between:

- A) Engines propelled by self-contained propellants; and
- B) Engines with free air intake.

The former engines, which are pure rockets, also operate in vacuum, not being restricted to the presence of air.

The devices of the class B) we designate with the prefix "aero", in contradistinction to devices with intake of free water or earth which we characterize by the prefixes "hydro" and "terra".

The free air which is flowing through the aero-engines may serve two different purposes; namely, the chemical reaction and the thrust augmentation.

In the first place certain components of the air such as the oxygen and the nitrogen may be reacted with suitable chemicals such as gasoline and lithium respectively. In addition to O_2 and N_2 certain minor components of the air, for instance water vapor, water droplets, ozone in the upper atmosphere and others might be used in the reactions taking place in the combustion chambers of the engine. One might even think of the reaction of oxygen and nitrogen of the air which can occur under certain conditions of external pressure and temperature. In this connection a remark may not be superfluous which will be immediately clear to chemists although it may sound strange to power plant engineers. This remark concerns the difference between the enthalpy (heat of reaction or combustion) of a reaction and the *free enthalpy* ($\Phi_p = \varepsilon_i - TS + pV$, where ε_i , S , T , p , V are the internal energy, entropy, temperature, pressure and specific volume). What is actually available for transformation into propulsive power is the free enthalpy and not the enthalpy. Thermodynamic or thermopropulsive efficiency should strictly be expressed in terms of the free enthalpy. In the ordinary combustion processes the difference between enthalpy and free enthalpy is usually small and can therefore be neglected in a first approximation. In reactions such as those between nitrogen and oxygen the difference may be large. In fact the heat of reaction or combustion may be negative and energy may still be available because of a positive change in free enthalpy. Propulsive

power plants can therefore in principle be activated by reactions which are characterized by negative heat and which make up for the deficit by extracting heat from the surrounding medium, air, water or whatever it may be. These interesting possibilities deserve a separate analysis which will be given elsewhere.

In the second place the air flowing from the outside atmosphere through or around an aero-engine acts as an augmentor of the thrust, either internal or external.

In addition to the type of propellant used, several other parameters radically influence the character of an aero-engine. Some of these other parameters are:

α) The physical phase of the propellants which are gaseous, liquid or solid.

β) The reaction speed of the propellants, which may be from infinite to zero (such that artificial ignition is necessary).

γ) Most important is the mechanical character of the motion of the engine parts relative to the propellants and to the working fluid. Four possibilities present themselves, namely: translation, rotation, oscillation or no motion at all.

δ) We have already mentioned that the air also plays the role of a thrust augmentor. This thrust augmentation may be internal or external depending on whether the excess air (whose oxygen does not enter the chemical reaction) flows through the engine, like in the aeroturbojet, or whether it does not, like in the case of a propeller. A more strictly formulated statement is that we have external thrust augmentation if the thermal efficiency

$$\eta_{th} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta \Phi_p} \quad (1)$$

($\Delta \varepsilon$ = total mechanical energy transmitted to the vehicle and to the air, $\Delta \Phi_p$ = available change in free enthalpy) is *independent* of the forward velocity u_0 . On the other hand, in the case of internal thrust augmentation, the thermodynamic efficiency η_{th} depends in general on u_0 . In the latter case the overall thermopropulsive efficiency

$$\eta = F u_0 / \Delta \Phi_p \quad (2)$$

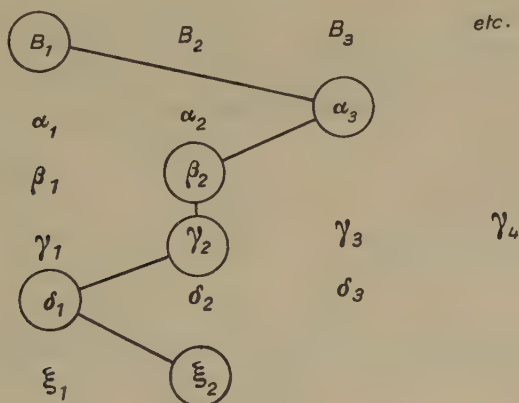
(F = thrust) is made up (in a rather complicated way) of the thermal efficiency and the propulsive efficiency and is not expressible as a simple product of the two. Things become still more complicated when the action of the positive jet also directly influences the free flight characteristics; that is, the drag and lift of the vehicle, as was

first demonstrated by the Germans in wind tunnel experiments on models of the V-2 missile.

In addition to external and internal thrust augmentation we must admit the case of no thrust augmentation as a separate one, since often it cannot be obtained as some limit of the other two more general cases.

ξ) Finally, it is of importance whether the engine operates intermittently or continuously.

If we restrict ourselves to propulsive power plants which make use of free air we may represent the possible number of these power plants through the matrix scheme:



Where B_1 stands for engines which react the oxygen of the air, B_2 the engines which react the nitrogen, B_3 , etc., the ozone, water of the air, etc. The other matrices α , β , etc., contain the number of elements previously described in sections α , β , etc. If we circle one element of each matrix and connect them we obtain one possible aero-engine. The engine actually picked out of the diagram is an aeroturbojet of continuous operation fed by a solid propellant which is not spontaneously ignitable in air. All combinations of this sort make for possible theoretical engines provided that no internal contradiction is encountered and no fundamental law of physics stands in the way of its realization.

The total number of possibilities in our scheme is

$$n \times 3 \times 2 \times 4 \times 3 \times 2 = 144 n \quad (4)$$

if n is the number of elements in the matrix B . If we restrict ourselves to propellants or fuels which react with oxygen and nitrogen we should have $n = 2$; that is, 288 basic aero-engines. If we admit

combination engines making use of more than one element in each matrix the possible number of aero-engines becomes very great. If we further drop the restriction to chemical propellants and admit all of the cases a), b), c), etc. of section 2) the number of aero-engines and means of aerial propulsion becomes perfectly immense and a special treatise will be necessary to classify them, even schematically. There is thus open to us a very extended field for further investigation.

Among the aero-engines already built (underlined) or awaiting future construction are the

<i>aeroduct</i> (ramjet)	
staggered aeroduct	
<i>valveless aeroresonator</i>	} intermittent aeroducts
<i>valveless aeropulse</i>	
<i>aeroresonator</i> or pulsejet (with valves)	
aeropulse	
<i>aeroturbojet</i>	
aeropistonjet	
<i>aeroturbopropeller</i>	
aeropistonpropeller	

and many others. We propose to add the prefix "aero" to all of these engines because in the field of underwater propulsion there are *hydro-engines* potentially possible which, with certain characteristic differences, are the analogues of the aero-engines listed. There are thus hydroducts, hydroresonators, hydropulses, hydro-turbojets, and so on.

4. Determination of ideal performance.

In the search for the most rational solution of a given propulsion problem, it is absolutely necessary to establish the general scheme or *morphological manifold* of all propulsive power plants, following the approaches which we have described in the preceding. If the number of possible solutions were small, one might explore them experimentally one by one. However, in view of the immense number of potential solutions it is essential to develop powerful means of judging the performance of all engines a priori since no industrial group or state is rich enough in financial, material, and human resources to experiment with all of them. What one must seek therefore are general formulae which will allow us to estimate the performance of whole classes of devices. As an example of such a formula we shall here discuss a

Universal thrust formula

and apply it to the calculation of the performance of a few aero-engines. Such a formula may be derived from first principles of mechanics and thermodynamics if we neglect some of the refinements in the nature of the fluid flow through our engines. We assume as a first approximation that the velocity profiles in all ducts may be considered constant over their cross sections. This assumption makes possible the solution of all propulsion problems in terms of so-called first principles such as the laws of conservation of energy, momentum, moment of momentum and so on which contain only first derivatives rather than second derivatives. These latter of course appear in the differential equations which must be integrated if one wishes to derive exact solutions for the thrusts generated by various propulsive power plants. Such integrations are usually mathematically very difficult.

Proceeding in successive approximations we limit ourselves here to the application of first principles.

If we denote with M_a the mass of air which per second flows through our power plant and with M_f the corresponding mass of the propellant or fuel, then

$$M = M_a + M_f \quad (5)$$

represents the total mass which per second flows through the engine. We define the ratio

$$\beta = M_f/M \quad (6)$$

as the fuel parameter.

We assume further that per unit mass of the propellant at rest the energy $\Delta \varepsilon$ is actually available for transformation into useful mechanical energy. Since the surrounding atmosphere may be assumed to possess constant pressure p_0 and T_0 during the reaction the theoretically available energy would be the difference $\Delta \Phi_p$ in free enthalpies of the reagents and the reaction products and the thermodynamic efficiency of our reaction is given by equation (1). However, the propellant is at rest with respect to the vehicle moving with the velocity u_0 . The total available energy per unit mass therefore is

$$\Delta \varepsilon_t = \Delta \varepsilon + u_0^2/2 \quad (7)$$

From the conservation of energy it follows that

$$\Delta E_t = M_f \Delta \varepsilon_t = F u_0 + M \Delta u^2/2 \quad (8)$$

where

$$\Delta u = u_{\text{exit}} - u_0 \quad (9)$$

and u_{exit} is the average velocity of the positive jet of material which is being expelled. From these relations we obtain the universal thrust formula

$$F = M_a \Delta u + M_f u_{\text{exit}} = M u_0 [\beta - 1 \pm \sqrt{1 - \beta + 2\beta \Delta \varepsilon / u_0^2}] \quad (10)$$

The effective exhaust velocity u^* and the specific impulse I_{sp} as commonly defined*)

$$u_{\text{EFF}} = u^* = F / M_f = \frac{u_0}{\beta} [\beta - 1 \pm \sqrt{1 - \beta + 2\beta \Delta \varepsilon / u_0^2}] \quad (11)$$

$$I_{sp} = u^* / g \quad (12)$$

where g is the acceleration of gravity. The positive and negative signs of the square root apply respectively to the jet being ejected backward and forward. We shall retain only the positive sign. That is, we are here interested only in jets which are directed exactly opposite to the direction of motion.

There are two cases for which we must rewrite the universal thrust formula.

The *first case* concerns modes of adding energy ΔE_t per second to the working fluid without at the same time adding mass, that is, $M_f = 0$, or nearly so. If we wish, we might of course retain the equations (7) through (11) if we ascribed to ΔE_t the relativistic mass

$$M_f = \Delta E_t / c^2 \quad (13)$$

which makes

$$\Delta \varepsilon_t = c^2 \quad (14)$$

where c is the velocity of light. The effective velocity and the specific impulse in this case assume extremely large and inconvenient values. We therefore prefer to dispense with the use of I_{sp} and to express the thrust F simply in terms of the power added, and we obtain, with $\beta = 0$

$$F = M_a u_0 [-1 + \sqrt{1 + 2 \Delta E_t / M_a u_0^2}] \quad (15)$$

The *second case* refers to *external thrust augmentation* such as it is present in the case of a reciprocating engine with propeller at-

) It is unfortunate that the definition (12) for specific impulse has been so widely adopted that it will be difficult to change. Actually g should not enter any of the formulae of phenomena of propulsion as those described here, which have no connection whatever with the gravitational field of the earth. The true specific impulse would have been $u^ = F / M_f$. This is the so-called effective exhaust velocity which the mass M_f would have to possess if the thrust F were to be achieved by exhausting the propellant alone rather than, as is actually done, the mass M .

tached. In this case we conveniently calculate the thrust in two steps, namely,

$$F = F_1 + F_2 \quad (16)$$

where F_1 originates in the exhaust of the engine and is given by (10). F_2 refers to the propeller with ΔE_{tot} equal to the shaft horsepower in the ideal case of no losses. The formula (15) is then applicable for the partial thrust F_2 .

For purposes of illustration, we now apply the universal thrust formula to four specific aero-engines for which we choose the aeroduct (ramjet), the aeroturbojet, the aeroresonator or aeropulse, and the combustion engine-propeller combination. These illustrations should demonstrate the power and elegance of our general method.

As regards the consideration of losses and inefficiencies in propulsive power plants we call attention to the following important facts. There are two different types of losses, namely,

α) Losses which are unalterably related to the intrinsic characteristics of the various power plants. These losses are of two kinds. In the first place no aerial engine can make full use of the chemical energy available unless infinite ratios T_c/T_0 or p_c/p_0 are achieved, where T_c , p_c are the explosion temperature and pressure while T_0 , p_0 are the temperature and pressure of the surrounding air. Every engine therefore operates with a characteristic thermodynamic efficiency, which in general depends on forward speed, as we shall demonstrate in the special examples. In the second place, even if all of the available chemical energy were transformed into mechanical energy only one part of this is useful propulsive energy since some kinetic energy is of necessity lost to the surrounding air unless the ratio of air to fuel used in the engine is infinite. Every engine therefore possesses a characteristic propulsive efficiency

$$\eta_p = F u_0 / \Delta E_t \quad (17)$$

which also depends on forward velocity.

β) There are losses which are of a more parasite nature. For instance, the combustion may proceed too slowly and may therefore not go to completion. Or there are losses because of internal friction, shock waves and heat transfer to the surrounding medium.

We shall disregard losses of the type β for the present in order to derive the performance of ideally operating propulsive power plants. We thus set all efficiencies equal to unity except the unalterably fixed thermodynamic and propulsive efficiency.

A. The Aeroduct.

The aeroduct (ramjet) is perhaps the simplest of all aero-engines. The air passes through a simple duct as shown in Fig. 1.

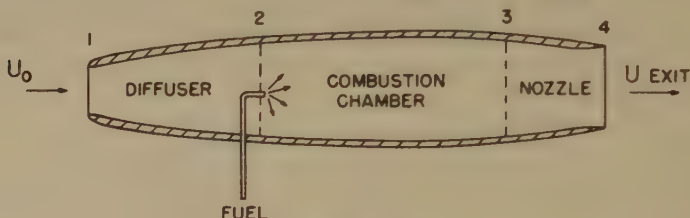


Fig. 1.
Aeroduct.

The propellant is added behind section 2 and the reaction takes place in the stagnation section 2,3. The air is precompressed by ram in the diffuser (1,2). The reaction products expand in the nozzle (3,4) so that the thermodynamic cycle is given by Figure 2.

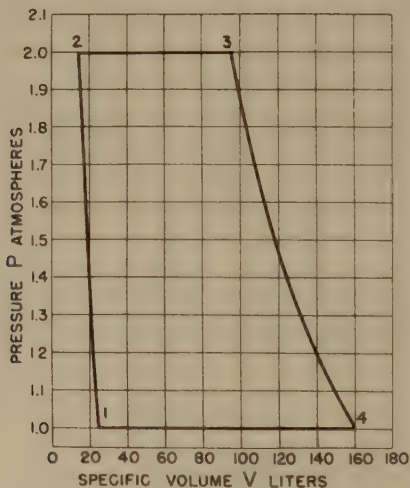


Fig. 2.

Thermodynamic Cycle of the Aeroduct.

Pressure vs. Volume for one Mole Air Fuel: Gasoline-air at Stoichiometric Ratio.

Adding the heat of combustion Δh at the constant pressure $p = p_2 = p_3$ raises the temperature of the air from T_2 to T_3 so that

$$T_3 - T_2 = \Delta h / c_p \quad (18)$$

where c_p is the specific heat of the air, or rather, of the air plus the

combustion products, at constant pressure. The available useful mechanical energy $\Delta \varepsilon$ is equal to the area enclosed in the cycle (1, 2, 3, 4). It is

$$\Delta \varepsilon = \int_4^3 v dp - \int_1^2 v dp \quad (19)$$

Assuming isentropic compression (1, 2) and expansion (3, 4) we obtain

$$\Delta \varepsilon = c_p [(T_3 - T_4) - (T_2 - T_1)] \quad (20)$$

Since

$$p_1/p_2 = p_4/p_3 \text{ and } T_1/T_2 = T_4/T_3 \quad (21)$$

we obtain for the thermodynamic efficiency of the cycle

$$\begin{aligned} \eta_{th} &= 1 - T_1/T_2 \\ \text{or} \\ \eta_{th} &= 1 - (p_1/p_2)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \end{aligned} \quad (22)$$

where $\gamma = c_p/c_v$ is the ratio of the specific heats. γ is assumed to be constant in the first approximation and for simplicity. Admitting no diffuser losses we have for the *maximum* stagnation or ram pressure

$$p_2 = p_1 \left[1 + \varrho_1 \frac{u_1^2}{2} \frac{\gamma-1}{\gamma} / p_1 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (23)$$

from BERNOULLI's equation, where $\varrho_1 \cong \varrho_0$ stands for the mass density of the air at the entrance. If we consider a straight combustion, with heat Δh available per unit mass, we obtain

$$\Delta \varepsilon = \eta_{th} \Delta h \quad (24)$$

With p_2/p_1 given by (23) and ignoring any difference between u_1 and u_0 , it is

$$u^* = g I_{sp} = \frac{u_0}{\beta} \left\{ \beta - 1 + \sqrt{1 - \beta + 2\beta \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \frac{\Delta h}{u_0^2}} \right\} \quad (25)$$

or

$$u^* = \frac{u_0}{\beta} \left\{ \beta - 1 + \sqrt{1 - \beta + 2\beta \left[1 - \left(1 + \frac{\varrho_0 u_0^2}{2} \frac{\gamma-1}{\gamma} / p_0 \right)^{-1} \right] \frac{\Delta h}{u_0^2}} \right\} \quad (26)$$

For velocities small compared with the velocity of sound a , that is

$$u_0 \ll a_0 = (\gamma p_0 / \varrho_0)^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

we obtain

$$u^* \cong \frac{u_0}{\beta} \left\{ \beta - 1 + \sqrt{1 - \beta + \beta \frac{\varrho_0}{p_0} \frac{\gamma-1}{\gamma} \Delta h} \right\} \quad (28)$$

In practice we always have $\beta \ll 1$ so that (28) reduces approximately to

$$u^* \cong \frac{u_0}{2} \left\{ 1 + \frac{\rho_0}{p_0} \frac{\gamma-1}{\gamma} \Delta h \right\} = \frac{u_0}{2} \{ 1 + (\gamma-1) \Delta h/a_0^2 \} \quad (29)$$

On the other hand for $u_0 \gg a_0$, and also $u_0^2 \gg \Delta h$ we obtain

$$u^* \cong \frac{u_0}{\beta} \{ \beta - 1 + \sqrt{1 - \beta} \} \quad (30)$$

and for $\beta \ll 1$, that is, large excess of air

$$u^* = g I_{sp} \cong u_0/2 \quad (31)$$

All of these values are of course ideal limits, since for supersonic flow considerable shock losses prevent the ideal conversion of speed into pressure and vice versa. These losses become especially great in most of the actual aeroducts, since it is very difficult to adjust the cross sections of the diffuser and of the nozzle so as to give maximum efficiencies at all forward speeds u_0 .

The ideal performance for a number of values of the fuel parameter β is plotted in the figures 3, 4 and 5, taking as the fuel octane with $\Delta h = 11.2$ Kcal/gram.

The minima in the curves for I_{sp} and u^* and the subsequent rises towards infinity are of course due to the fact that the kinetic energy $u_0^2/2$ invested in the fuel, because of acceleration of the vehicle, begins to outweigh the heat of combustion Δh and thus becomes the determining factor.

Elaborating on our fundamental analysis there is no difficulty in extending our formalism to include the influence of losses through the introduction of diffuser efficiencies, nozzle coefficients and so on. In general the losses grow with increasing forward speed u_0 .

Starting from the simple aeroduct a number of more sophisticated propulsive power plants may be visualized, such as the *staggered aeroduct* and the *intermittently operating aeroduct*. The latter may be either a *valveless aeropulse* or a *valveless aeroresonator*.

The staggered aeroduct attempts to achieve an ultimate stagnation pressure superior to that of formula (23) by burning only part of the fuel at the first stagnation point (2) and by reconvertng the velocity achieved at (3) into higher pressure at which the fuel can be burned with an increase in thermodynamic efficiency.

The intermittently operating valveless duct engines involve at first sight some losses which do not occur in the continually operating ducts. These losses have their origin in the fact that on pulsating cycles there are periods at which the pressure expansion ratio for the hot reaction products is small and the efficiency of transforma-

tion of enthalpy into kinetic energy of the jet is low. However, this low efficiency would appear to be compensated and even a gain may be expected because of the following advantages. With proper design of the duct instantaneous explosion pressures can effectively be used which are much greater than the stagnation pressure p_2 . This in turn results in over-expansion and the thermodynamic cycle operates more efficiently between the higher peak pressure and the lower value of the minimum pressure achieved. This under-

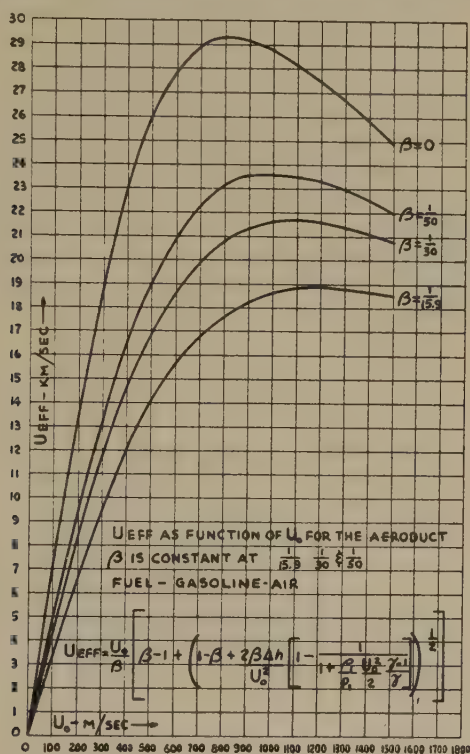


Figure 3.

pressure also makes possible the scavenging of the duct at zero forward speed making for a finite thrust at zero speed with the additional possibility of lateral air intake.

The two main defects of the operation of the aeroduct are its dependence on forward speed for precompression of the working fluid and in the use of constant pressure expansion along which the thermal energy from the combustion is fed in. This *constant pressure expansion is not a thermodynamically reversible process* and

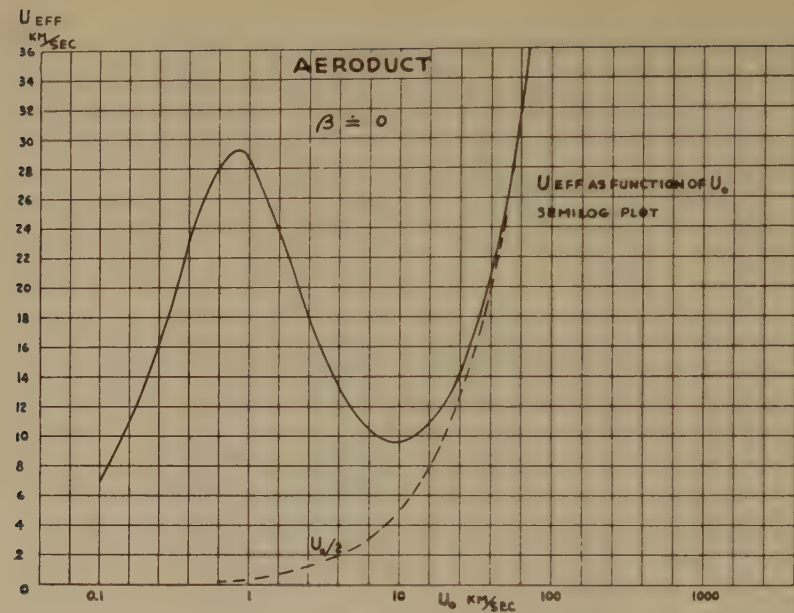


Figure 4.

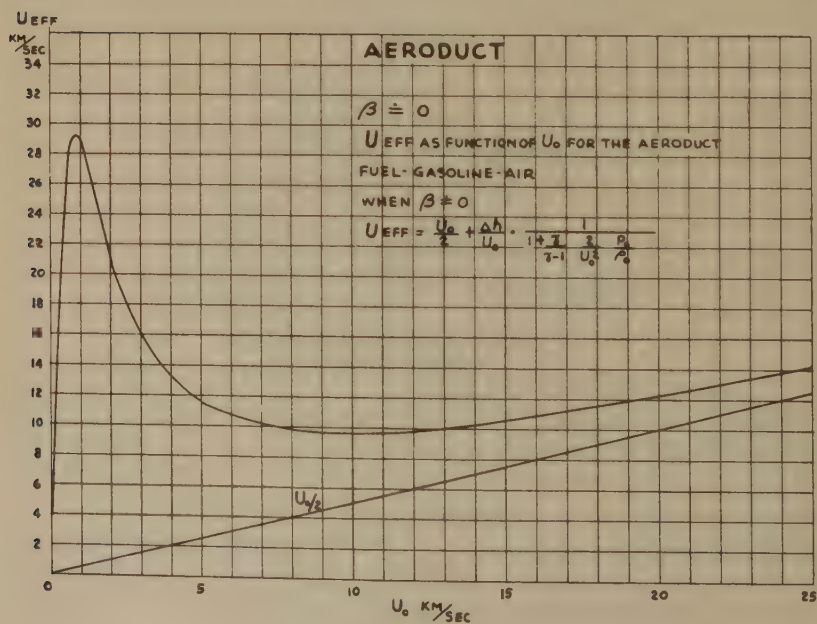


Figure 5.

it is therefore of lower efficiency than isothermal or adiabatic volume changes.

As already mentioned, there are engines possible which do away with the defects of the aeroduct in a yet more successful manner. We have already referred to the staggered aeroduct and to the intermittently operating valveless aeroresonator and the aeropulse. In the following two sections the universal thrust formula is applied to the aeroturbojet and to the aeropulse. These are two of the engines which partly overcome the shortcomings of the aeroduct.

B. The Aeroturbojet.

In the aeroturbojet an axial or centrifugal compressor is built into the entrance diffuser of the aeroduct, which serves to step up the stagnation pressure from p_2 to p_3 . This improves the thermodynamic efficiency and it also provides for thrust at zero forward speed of the engine. The compressor is driven by a turbine which derives its power from the gaseous reaction products expanding

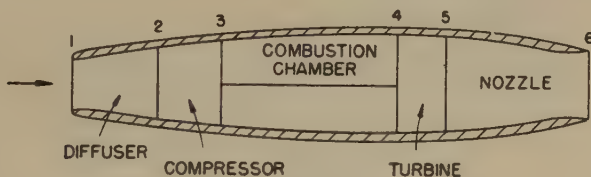


Figure 6.

The Aeroturbojet.

from p_4 to p_5 . The remaining expansion from p_5 to p_6 generates the thrust.

In the ideal case of 100% efficiency in both the turbine and the compressor we should have

$$\Delta \epsilon_{32} = \Delta \epsilon_{45} = \int_2^3 v dp = \int_5^4 v dp = c_p (T_3 - T_2) \quad (32)$$

which is the isentropic work of compression done on the air by the compressor and delivered to the latter by the turbine. Here c_p is the average specific heat of the air or of the air plus the reaction products at constant pressure and $T_3 - T_2$ is the difference in absolute temperatures between the points 2 and 3. The work H is the difference in enthalpy between points 2 and 3, rather than the difference in internal energy. This is due to the fact that the air

is not being compressed at rest but is moving. The work done on the flowing air is therefore

$$H = -p_2v_2 + p_3v_3 - \int_2^3 p dv = \int_2^3 v dp \quad (33)$$

The ideal energy balance therefore presents itself as follows.

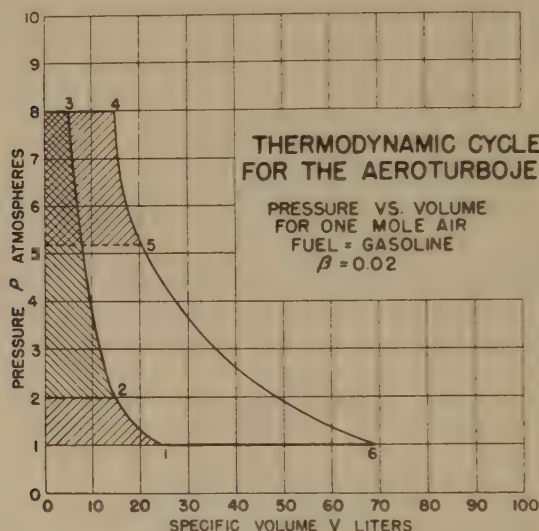


Figure 7.

Thermodynamic Cycle for the Aeroturbojet.

The total mechanical energy ideally available from the isentropic expansion of the combustion products is

$$\Delta\epsilon_{46} = c_v(T_4 - T_6) \quad (34)$$

From this we must subtract both $\Delta\epsilon_{45} = \Delta\epsilon_{32}$ which is fed into the turbine and

$$\Delta\epsilon_{21} = \int_1^2 v dp = c_p(T_2 - T_1) \quad (35)$$

which the duct entrance diffusor transmits to the entering air in compressing it isentropically from 1 to 2. The net remaining available mechanical energy therefore is

$$\Delta\epsilon = c_v[(T_4 - T_6) - (T_3 - T_1)] \quad (36)$$

which is equal to the area enclosed between the heavy lines con-

neeting points 1, 3, 4 and 6 in Figure 7. As proved in the section on the aeroduct, this area is also equal to

$$\Delta \varepsilon = \left[1 - (p_1/p_3)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] \Delta h \quad (37)$$

where Δh is the heat of combustion per unit mass of the fuel used. Formula (37) is thus identical in form to the formula (24) which expresses the energy available in the aeroduct. The difference between the ideal aeroduct and the ideal aeroturbojet becomes apparent only if one rewrites the ratio p_1/p_3 for the turbojet. It is

$$\frac{p_1}{p_3} = \frac{p_1}{p_2} \frac{p_2}{p_3} = \frac{1}{K} \frac{p_1}{p_2} \quad (38)$$

where, by arbitrary choice, the compression ratio achieved by the compressor

$$K = \frac{p_3}{p_2} = \text{constant} \quad (39)$$

The maximum stagnation pressure p_2 again is given by

$$p_2 = p_1 \left[1 + \varrho_0 \frac{u_0^2}{2} \frac{\gamma-1}{\gamma} / p_0 \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (40)$$

For the aeroduct it is

$$K = 1 \quad (41)$$

while for the aeroturbojet

$$K \neq 1 \quad (42)$$

The ideal effective exhaust velocity for the latter is thus

$$u^* = g I_{sp} = \frac{u_0}{\beta} \left\{ \beta - 1 + \sqrt{1 - \beta + 2 \beta \frac{\Delta h}{u_0^2} \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right]} \right\} \quad (43)$$

For zero forward velocity we have

$$u^* = \sqrt{\frac{2 \Delta h}{\beta} \left[1 - K^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \right]} \quad (44)$$

The aeroturbojet therefore produces finite thrust at zero forward speed, in contradistinction to the aeroduct which with $K = 1$ and $u_1 = 0$, has $u^* = g \times I_{sp} = 0$ according to formula (44).

In Figures 8 and 9, the performance of the ideal aeroturbojet is indicated for several values of the fuel parameter β . Actual turbojets use fuel parameters which lie in the range $1/50 > \beta > 1/100$. In diagrams 8 and 9 the value $K = p_3/p_2 = 4$ is chosen for the compression ratio.

In contradistinction to the aeroduct, the effective exhaust velocity and the specific impulse at zero forward speed $u_0 = 0$ are

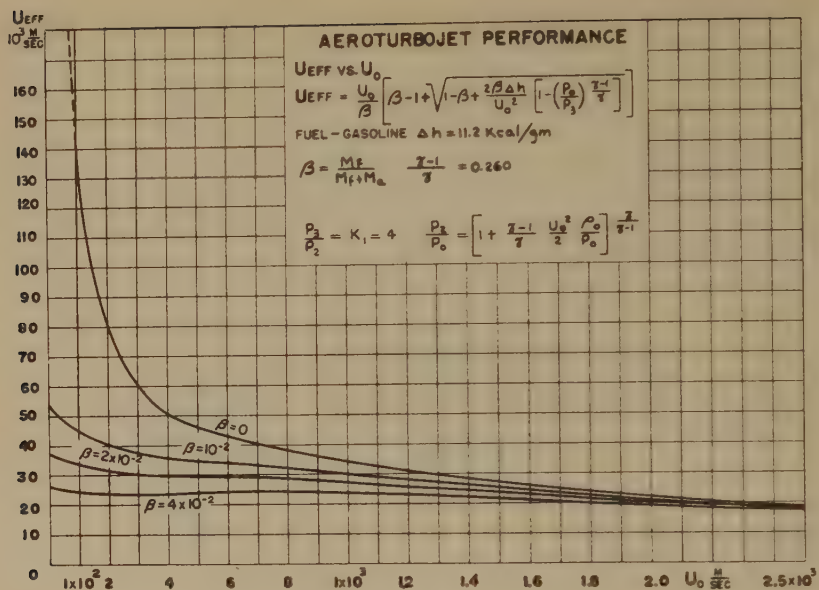


Figure 8.

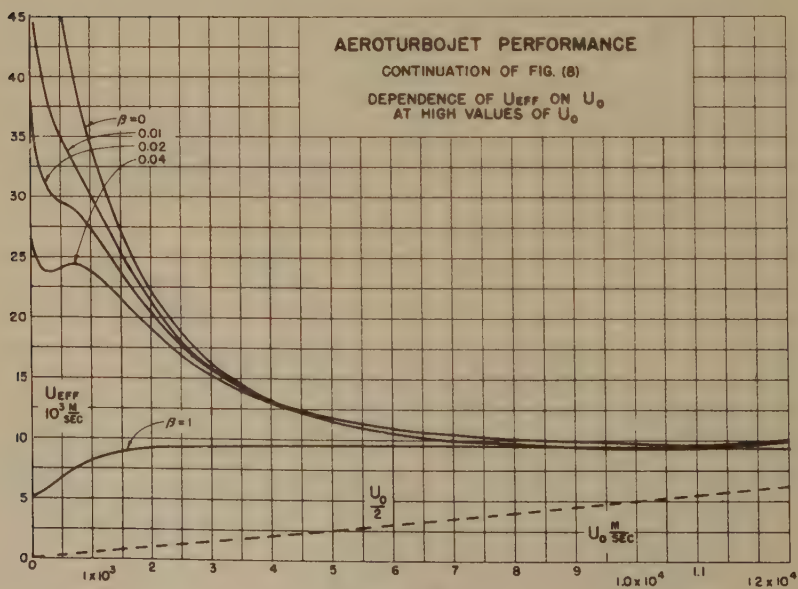


Figure 9.

different from zero and are the larger the greater K and the smaller the fuel parameter β .

An interesting feature of the curves of the effective exhaust velocity u^* versus u_0 in the ideal aeroturbojet is the appearance of a minimum and a maximum at higher values of β and at low speeds u_0 . These minima and maxima have their origin in the deficiency of the aeroduct of having zero thrust at zero forward speed. This deficiency is in part carried over to the aeroturbojet and becomes very apparent if we approach the value $\beta = 1$. This of course cannot be done with octane as a fuel, since there would not be enough air to burn it completely. The curve $\beta = 1$ is therefore drawn for the imagined operation of the aeroturbojet with very little air and a major portion of a hypothetical self-contained propellant (fuel plus oxidizer) which is assumed to produce per gram the same heat of reaction as one gram of octane burned in air. This limiting case of the aeroturbojet is different from an ordinary rocket motor only insofar as the chamber pressure is not constant, but the small air intake through its ram determines the pressure p_2 . The result is the curve $\beta = 1$. u^* is different from zero at $u_0 = 0$ but increases with increasing u_0 .

Assuming no losses in the compressor and in the turbine, the aeroturbojet would be a propulsive power plant of absolutely ideal performance, especially for $\beta = 0$. By literally pulling itself up on its own bootstraps; that is, by feeding energy from the expansion process into the turbine and thence into the compressor for purposes of precompression of the air, the relative loss inherent in the thermodynamically irreversible process of constant pressure expansion is minimized. In practice, however, the value of the precompression K can not be driven too high. As we step up the ratio K we run into shock losses in the compressor which also needs more stages and becomes cumbersome. At the same time the temperature T_3 is increased. This means increased heat losses. Also T_3 and T_4 become so high that no materials for the turbine blades are available which will withstand these temperatures. All of these factors prevent us from making full use of the excellent intrinsic characteristics of the ideal aeroturbojet. It is therefore obvious that the practical shortcomings of the aeroturbojet must be minimized through the use of better materials. Or better yet, the turbine and the compressor should be eliminated and the precompression should be achieved without the use of auxiliary machinery. This in principle can be done by cascading the pressures in the gaseous combustion process, a possibility which may be realized in the aeropulse.

C. The Aeropulse.

Propulsive power plants of the type of the aeropulse were proposed on various occasions during the past decades. The first successful realization however was found in the V-1 buzz bomb engine originally developed by PAUL SCHMIDT in Munich, Germany. The buzz bomb engine, strictly speaking, is an aeroresonator for which the ambiguous and historically incorrect designation "pulsejet" is now in wide use. In the aeroresonator, whose mode of operation has been described in many places, the frequency of cycling adjusts itself automatically after the fashion of resonance in an organ pipe. Conditions are complicated only because of the presence of combustion processes and the non-linearity of the resulting operations. While the *aeroresonator* derives its thrust from a *natural oscillation* of a valved aeroduct, the operation of the *aeropulse* is based on a *forced oscillation* which is achieved either through timed air valving,

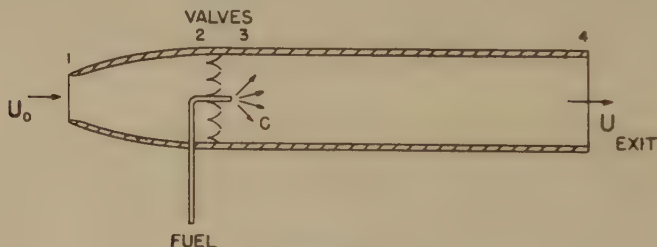


Figure 10.

The Aeropulse.

timed fuel injection and ignition, or a combination of these. The aeropulse was first proposed by the author in 1943 as a result of his morphological investigations on jet engines. The engine has not yet been operated successfully on this principle. The aeropulse operates as shown in Figure 10.

Air enters a diffuser and is rammed into the valve bank section. The valves may be of the flapper reed type. Fuel is injected before or behind the valve bank at given time intervals and is ignited artificially by a spark. The fuel may also be self-igniting because of the high temperature spots from the previous cycle or the fuel may be self-igniting even with cold air, such as, for instance, aluminium trimethyl or aluminum borohydride. Because of the instantaneous combustion C which takes place at 3 the pressure rises at constant specific volume of the gas from p_2 to p_3 . The reed valves close under the action of this pressure and the gases are

expanded isentropically and exhausted to the rear, thus producing the thrust. The thermodynamic working cycle is represented in Figure 11.

In reality, because of the inertia of the exhausted gases there will be overexpansion, resulting in a minimum pressure $p_4' < p_0$. This underpressure p_4' makes possible the fast scavenging of the duct even at zero forward speed u_0 when no ram is present. The combination of ram and underpressure opens the reed valves and allows fresh air to enter from the diffuser into the duct. With under-

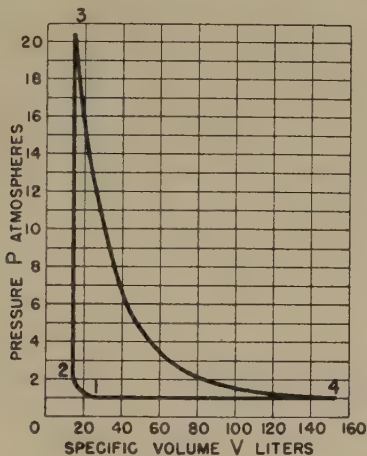


Figure 11.

Thermodynamic Cycle for the Aeropulse.

Pressure vs. Volume for one Mole Air Fuel: Gasoline-Air at Stoichiometric Ratio.

pressure, new air is also sucked into the duct through the rear entrance. For simplicity, we shall assume in our performance calculation that no underpressure is present and we shall put $p_4 = p_0$. An actual engine, at zero forward speed, would of course not operate, were it not for this underpressure or some auxiliary means of recharging the duct with fresh air. The exact thermodynamic diagram of the aeropulse can only be constructed if pressure and temperature or pressure and density are simultaneously recorded as functions of time. With underpressure actually present after the exhaust the performance of the aeropulse is better than without underpressure. The performance derived in the following therefore represents a lower limit for the ideal aeropulse in which all parasite losses such as heat losses and duct friction are neglected.

For the ideal simplified aeropulse, with no underpressure, we have

$$p_2 = p_0 [1 + c_0 u_0^2 (\gamma - 1)/2 \gamma p_0]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (45)$$

like in (23) for the aeroduct. Any possible difference between u_1 and u_0 or p_1 and p_0 , again is neglected. Equation (45) may also be written in this form

$$p_2 = p_0 [1 + u_0^2/2 c_p T_0]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (46)$$

and

$$T_2 = T_0 + u_0^2/2 c_p \quad (47)$$

The thermodynamic efficiency for the ideal aeropulse cycle is

$$\eta_{th} = 1 - \gamma (p_2/p_0)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \frac{(p_3/p_2)^{1/\gamma} - 1}{(p_3/p_2) - 1} \quad (48)$$

Introducing this expression into the universal thrust formula and neglecting the beneficial effects of the underpressure or suction after the exhaust, we obtain for the effective exhaust velocity of the ideal aeropulse

$$u^* = \frac{u_0}{\beta} [\beta - 1 + \sqrt{1 - \beta + 2 \beta \eta_{th} \Delta h / u_0^2}] \quad (49)$$

where Δh is the heat of combustion available per unit mass of the fuel.

At zero forward velocity it is $p_2/p_0 = 1$ and

$$\eta_{th}(0) = 1 - \gamma [(p_3/p_2)^{1/\gamma} - 1]/(p_3/p_2 - 1) \quad (50)$$

so that $u^* \neq 0$. If we carry out the calculations for octane as the fuel, we obtain

$$\eta_{th}(0) = 0.354$$

The following numerical calculations may serve to illustrate the performance of the aeropulse when operated with octane C_8H_{18} . For stoichiometric combustion we have



This reaction therefore requires 400/114.22 parts of O_2 by weight to one part of C_8H_{18} . Since the air contains 23% of O_2 by weight, the fuel parameter for stoichiometric combustion becomes

$$\beta = 1/16.2 \quad (52)$$

For normal aviation gasoline, however, the stoichiometric fuel parameter is

$$\beta = 1/15.9 \quad (52a)$$

corresponding to an empirical formula C_nH_{2n} . As in the previous examples, we shall make use of (52a) for our actual numerical calculations.

If constant volume combustion takes place, the pressure rises from atmospheric p_0 to the explosion pressure $p_3 = 10.2 p_0$ or about 10.2 atmospheres, while the temperature jumps from the ambient $T_0 \sim 300^\circ \text{K}$ to about $T_3 \sim 3070^\circ \text{K}$.

The aeropulse may in principle be run in two different ways. For instance, the fuel, M_f grams per second, may be uniformly dispersed throughout the M_a grams of air which flow through the aeropulse per second. Constant volume combustion then may take place. This will happen for instance if the fuel is spontaneously inflammable with air such as aluminum trimethyl or aluminum borohydride. However, with gasoline a combustion of this type is not possible if there is a large excess of air. Also, the dispersal of the fuel throughout the whole of the available air is not advantageous thermodynamically since the explosion pressure decreases steadily as the excess of air grows and β tends toward zero. As a consequence, the thermal efficiency of the working cycle also decreases.

For high efficiency, one must therefore endeavor to burn a stoichiometric fuel-air mixture and to transfer immediately after explosion a proportionate part of the energy stored in this mixture to the remainder of the air contained in the aeropulse. This second mode of operation of the aeropulse leads to various processes of internal thrust augmentation, the theory of which is as yet little known. The performance values listed in the following have been derived on the assumption of ideal constant volume combustion ($p_2 \rightarrow p_3$) with subsequent transmission of the liberated energy to the whole gas contained in the duct of the aeropulse motor.

A set of characteristic performance values of the aeropulse is given in Figures 12, 13, 14 and 15.

In all calculations it was assumed that the initial temperature is $T_0 = T_1 = 300^\circ \text{K}$. The average specific heat at constant volume between the stagnation temperature T_2 and the explosion temperature T_3 was taken as $c_v = 0.2590 \text{ cal/gram} \times \text{degrees Centigrade}$. The partial dissociation of the gaseous products of the combustion was not taken into account.

The following comments must be made. The aeropulse is the only engine among the four discussed in this paper whose performance characteristics cannot be entirely deduced on the basis of first principles. Indeed, strict integration of the differential equations of the aeropulse will be necessary to arrive at a correct description

Aeropulse.

The Ratio of Explosion Pressure P_3 to Atmospheric Pressure P_0 versus forward Velocity.

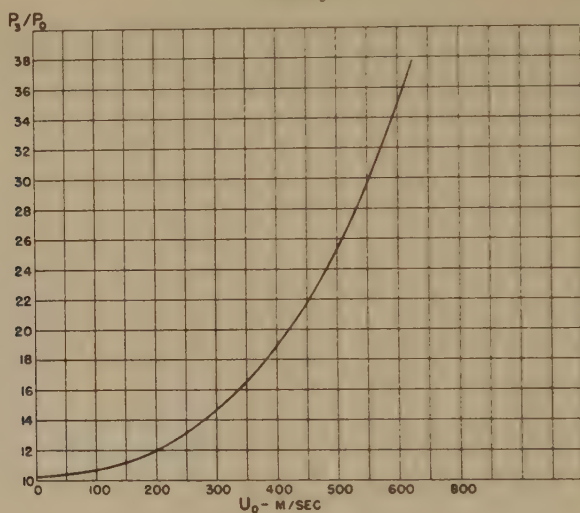


Figure 12.

Aeropulse.

Explosion Temperature as a Function of Forward Speed.

Fuel-Gasoline Fuel Parameter $\beta = 1/15.9$

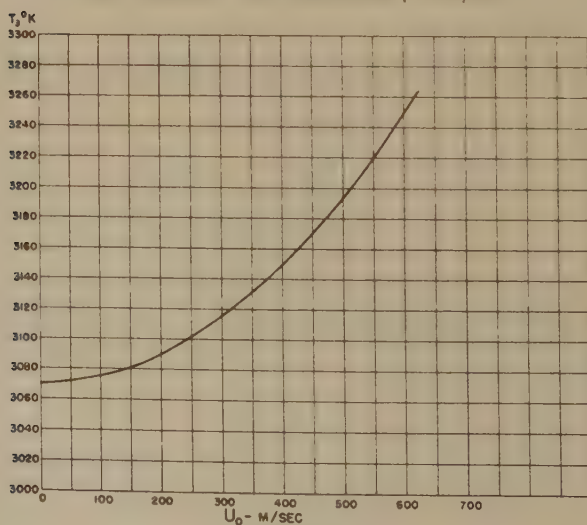


Figure 13.

of the thermodynamic cycle of this engine. Especially the over-expansion and the resulting underpressure can only be deduced by going back to the differential equations which describe the combustion and the resulting aerodynamic processes. The performance calculation given in the preceding therefore is a very crude approx-

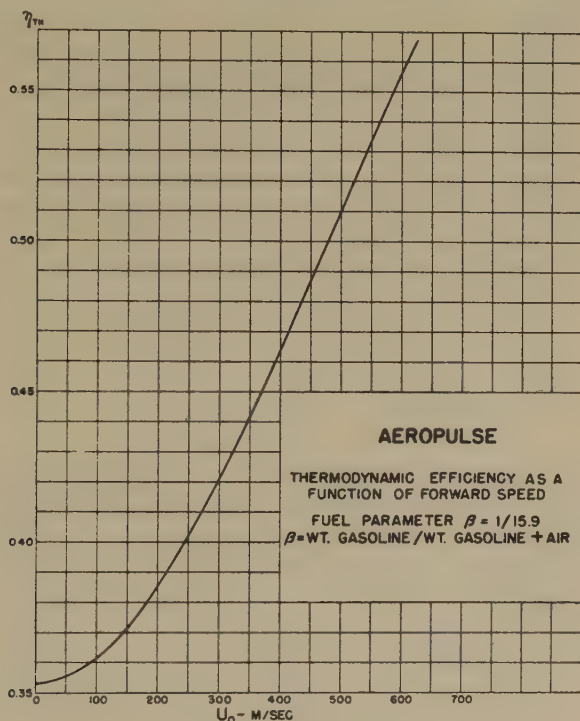


Figure 14.

Thermodynamic efficiency.

ximation which essentially disregards the complications originating in the intermittent operation.

A distinguishing feature of the aeropulse is the fact that the thermodynamic efficiency, in contradistinction to the other engines discussed, depends on the value of the heat of combustion of the fuel used. This is due to the fact that the explosion pressure and therefore η_{th} increase as the heat of combustion per unit mass of the fuel increases.

The aeropulse is also that aero-engine which in practice is capable of the greatest improvements. These must be sought for in the direction of adequate fuels reacting very fast with the oxygen of the

air. With such fuels and systematic timing of the combustion process involved, very high pressures can be automatically obtained in the aeropulse. The problem therefore is to achieve precompression of the air by using "phased" combustion rather than mechanical means such as the compressor in the aeroturbojet. Once we master

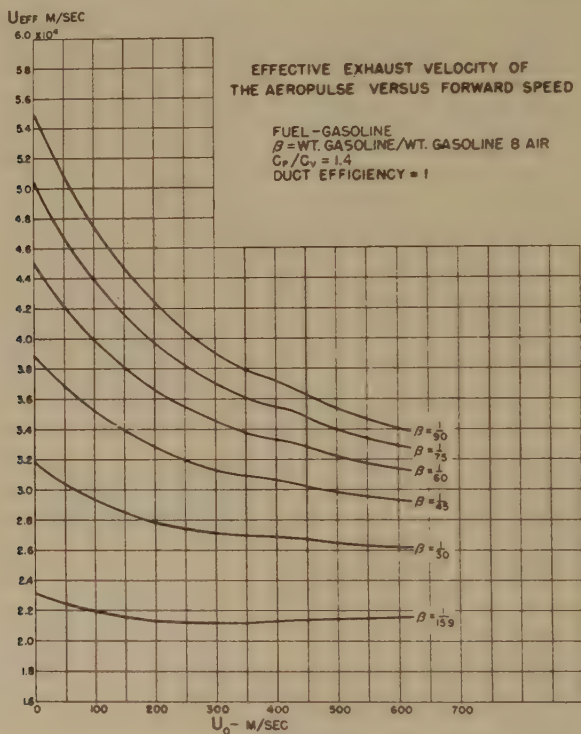


Figure 15.

 $u^*(u_0, \beta).$

the combustion processes, so that we can accurately control them in time and space, the aeropulse bids fair to become one of the most efficient aero-engines. This is particularly true since there seems to be no limitation to the amount of excess air used, a fact which will ultimately enable one to make use of very small fuel parameters β . This in turn means high thrust augmentation and high effective exhaust velocity, as we shall demonstrate in the next section.

A great advantage of the aeropulse lies in its simplicity of construction and in its light weight. The elimination of the strong vibrations characteristic of the present models would not seem to

present any insuperable difficulties. Once these problems are solved, the aeropulse should become an efficient propulsive power plant in all ranges of forward speed, a feature which is not easily attained with any of the other aero-engines discussed.

The performance curves in Figures 12, 13, 14 and 15 are self-explanatory. We shall come back later on to an intercomparison of the various aero-engines. Attention is called only to one small detail. It is seen that the small secondary minimum and maximum in the curve u^* versus u_0 for the aeroturbojet operating near stoichiometric operation is much less pronounced in the analogous curve for the aeropulse. This is due to the fact that the aeropulse operates at a higher explosion pressure than the aeroturbojet. The low efficiency of the aeroduct at low forward speeds, which intrinsically also reflects itself in the performance of the aeroturbojet and the aeropulse thus becomes less evident as the operating pressures increase.

D. The Internal Combustion Engine-Propeller-Combination.

The three propulsive power plants which we have just discussed all make use of internal thrust augmentation. The air which is not chemically used in the combustion process nevertheless flows through the combustion chamber of these engines. The engine propeller combination is the typical example of a propulsive power plant with external generation of thrust, F_2 . The air which flows through the engine of course also produces some thrust F_1 if the exhausts are properly constructed and directed. Since this effect is only an auxiliary improvement and not typical of the engine-propeller we shall not consider it further and simply write $F_2 = F$.

For simplicity, we assume that the shaft power ΔE_t is constant and is equal to

$$\Delta E_t = \eta_{th} M_f \Delta h \quad (53)$$

The combustion engine used to produce the propeller shaft power may be a reciprocating engine or a gas turbine. Neglecting all losses in the propeller, this power is transformed in its entirety into propulsive power $F u_0$ of the vehicle and kinetic energy $M \Delta u^2/2$ left in the surrounding air, where M is the mass of air per second flowing through the propeller. The propeller thrust is given by (15).

$$F = \sqrt{2 M \Delta E_t + M^2 u_0^2} - M u_0 \quad (54)$$

In practice, the amount of air flowing through the propeller per second is very large compared with the fuel consumed per second in the engine. It is therefore

$$\beta = M_f / (M + M_f) \cong M_f / M \quad (55)$$

We have assumed ΔE_t or M_f independent of forward speed. However, β , in contradistinction to the engines previously discussed, is not constant in function of u_0 . In order to be able to calculate the thrust from (54) we must therefore first determine M or Δu . We proceed as follows. Equation (54) may be compared with this expression for the thrust

$$F = M \Delta u \quad (56)$$

where Δu is the total increment of velocity which the propeller imparts to the air rushing through it. The relative velocity of the air to the propeller far in front of it is u_0 and sufficiently far back of it $u_0 + \Delta u$. At the propeller disc itself the slip stream velocity is

$$u_s = u_0 + \Delta u / 2 \quad (57)$$

as follows from simple theory⁴). The mass of air passing through the propeller therefore is

$$M = \rho A (u_0 + \Delta u / 2) \quad (58)$$

where A is the area of the propeller disc and ρ the density of the air. Eliminating M and F from equations (54), (56) and (58) we arrive at the following determining equation for Δu

$$\Delta u \left[u_0 + \frac{\Delta u}{2} \right]^2 = \Delta E_t / \rho A \quad (59)$$

After Δu has been calculated from this relation, M and F follow immediately from (58) and (56).

Some limiting cases are easily derived. For instance, at zero forward speed of the propeller we have

$$\Delta_0 u = (4 \Delta E_t / \rho A)^{1/3} \quad (60)$$

$$M_0 = (\frac{1}{2} \rho^2 A^2 \Delta E_t)^{1/3} \quad (61)$$

and

$$F_0 = (2 \rho A \Delta E_t^2)^{1/3} \quad (62)$$

⁴) H. GLAUERT, Elements of Aerofoil and Airscrew Theory, Cambridge Univ. Press 1943, p. 202.

Furthermore as a first approximation, in the neighborhood of $u_0 = 0$, where $u_0/\Delta u \ll 1$, it is

$$\Delta u = \Delta_0 u - 4 u_0/3 \quad (63)$$

$$M = M_0 + \rho \Delta u_0/3 \quad (64)$$

$$F = M_0[\Delta_0 u - 2 u_0/3] \quad (65)$$

$$u^* = \frac{M_0}{M_f} \left[\Delta_0 u - \frac{2}{3} u_0 \right] = \frac{1}{\beta_0} \left[\Delta_0 u - \frac{2}{3} u_0 \right] \quad (66)$$

The "effective exhaust" velocity u^* is that velocity with which the fuel (gasoline) fed into the internal combustion engine would have to be exhausted in a hypothetical process to produce by its jet action the same thrust as the propeller achieves by external thrust generation. Attention should be called to the fact that as the value of β decreases because of increase of propeller diameter, $\Delta_0 u$ tends towards zero and the range of velocities u_0 for which (66) can be used also shrinks to zero.

The other limiting case which is easily treated concerns great forward velocities for which $u_0 \gg \Delta u$. Disregarding efficiency losses of the propellers, which in practice become very great, we should have from (59)

$$\Delta u \cong \Delta E_t / \rho \Delta u_0^2 \quad (67)$$

$$M \cong \rho \Delta u_0 \quad (68)$$

$$F \cong \Delta E_t / u_0 \quad (69)$$

that is, since $F u_0 \cong \Delta E_t$, the propulsive efficiency in this ideal case would become equal to unity, or the kinetic energy $M \Delta u^2/2$ lost to the surrounding air tends toward the value zero, for $u_0 = \infty$.

Intermediate values for u_0 are best handled by numerical evaluation of the equation (59). We submit values for some typical cases.

We assume the following conditions for purposes of illustration. An internal combustion engine be available with $\Delta E_t = 1000$ HP shaft power. If the engine uses octane gasoline with a heat of combustion $\Delta h = 11.2$ Kcal/gram and a thermodynamic efficiency $\eta_{th} = 0.25$ we have

$$M_f = 4 \Delta E_t / \Delta h \quad (70)$$

To generate 1000 HP on the shaft of the propeller, this requires a flow of octane into the engine of

$$M_f = 31.3 \text{ grams/sec} \quad (71)$$

or 112.7 grams octane per shaft horsepower per hour. With an air density $\rho = 0.001205$ grams/cc at $t = 20^\circ \text{C}$ and an air pressure

$p_0 = 760$ mm Hg we obtain the following table I of typical ideal performance characteristics if the propeller has a diameter $D = 2r = 3$ meters.

TABLE I.

Performance Characteristics of an Ideal Engine Propeller Combination.

Shaft power = 1000 HP. Propeller diameter = 3 m.

u_0 m/sec	Δu m/sec	M kg/sec	F kp	u^* m/sec	I_{sp} sec	$1/\beta$	Power HP
0	69.7	297	2070	648,000	66,100	9,490	0
10	57	328	1870	586,000	59,700	10,500	249
20	46.3	367	1700	533,000	54,300	11,700	453
30	36.8	412	1516	475,000	48,400	13,200	606
50	22.7	522	1185	371,000	37,800	16,700	790
70	14.4	657	946	294,000	30,000	21,000	883
100	8.0	885	708	222,000	22,600	28,600	944
200	2.13	1712	364.6	114,000	11,600	54,700	972
300	0.955	2558	244	76,400	7,790	83,600	976
400	0.538	3408	183.3	57,000	5,800	111,000	978

In addition we plot in Figures 16, 17, 18, and 19 some of the important performance parameters of the engine propeller combination.

The outstanding feature of the combustion-engine propeller combination is the fact that the mass of air passing through the propeller per second is very large compared with the mass of the propellant or fuel consumed per second. As shown in Table I and in Figure 17 the values of β for the engine-propeller are therefore much smaller than in any of the other propulsive power plants now in common use. The overall efficiency thus becomes very great. Unfortunately, this advantage cannot be maintained at high speeds for which the propeller becomes more and more inefficient because of turbulent and shock losses. The true jet engines with internal thrust augmentation and relatively large values of β become superior to the engine propeller at supersonic and at high subsonic forward velocities.

E. Some General Characteristics of the Universal Thrust Formula.

From the universal thrust formula (10) we obtain for the limiting value of the thrust F at zero forward speed $u_0 = 0$ the expression

$$F_0 = M\sqrt{2\beta\Delta\varepsilon} \quad (72)$$

This thrust at standstill is different from zero for all of the engines discussed except for the aeroduct. The effective exhaust velocity at $u_0 = 0$ is

$$u^*(0) = \sqrt{2 \Delta \varepsilon / \beta} \quad (73)$$

which formula clearly demonstrates the thrust augmenting action

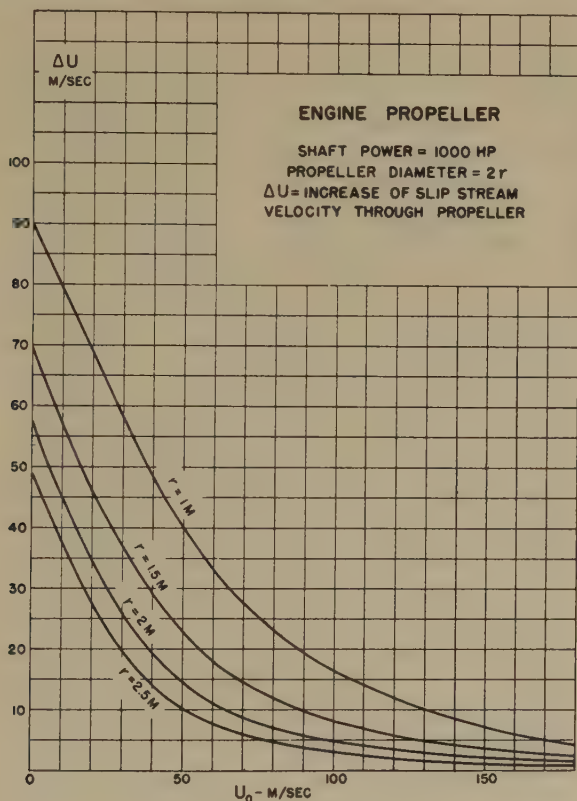


Figure 16.

of large excesses of air whose oxygen does not partake in the chemical combustion. It can be shown generally that the thrust and u^* increase with decreasing β for all engines whose thermodynamic efficiency η_{th} and consequently $\Delta \varepsilon$ does not depend on the propellant parameter β . For intermittently operating engines it may be $\frac{d\eta_{th}}{d\beta} \neq 0$ and $\frac{du^*}{d\beta} > 0$ in certain ranges. If $\Delta \varepsilon$ does not depend on β we have from (11)

$$\frac{du^*}{d\beta} = \frac{u_0}{\beta^2} \left[1 - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Delta} + \Delta \right) \right] \quad (74)$$

where

$$\Lambda = \sqrt{1 - \beta + 2\beta \Delta\epsilon/u_0^2} \quad (75)$$

Analyzing the function

$$f = 1/\Lambda + \Lambda \quad (76)$$

we find that

$$f_{\min} = 2 \text{ for } \Lambda = 1 \quad (77)$$

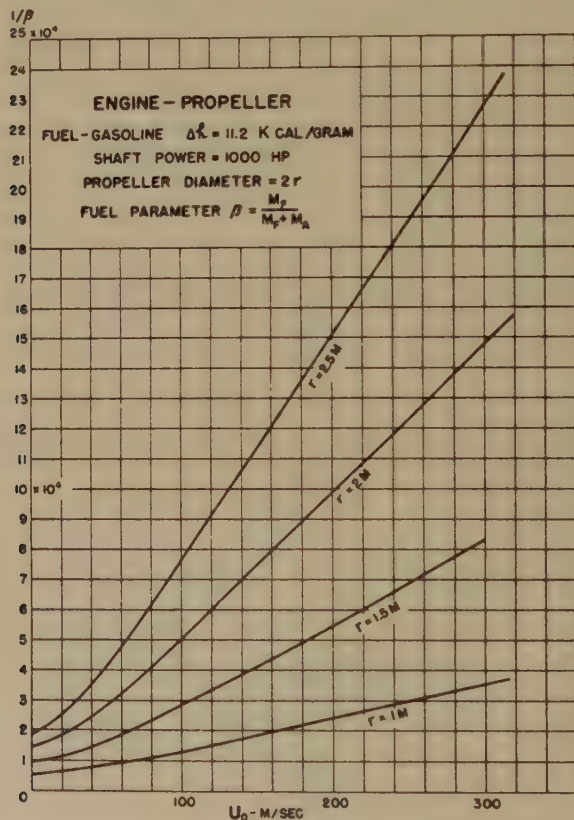


Figure 17.

In this case we have

$$u_0 = \sqrt{2 \Delta\epsilon} \quad (78)$$

and

$$\frac{du^*}{d\beta} = 0 \quad (79)$$

In all other cases it is obviously, from (74) and (77)

$$\frac{du^*}{d\beta} < 0 \quad (80)$$

This inequality demonstrates our theorem that the thrust and the overall efficiency of a propulsive power plant for which $\Delta\varepsilon$ does not depend on β increase with decreasing β . With β tending toward zero we get the greatest effective exhaust velocity and specific impulse. If both

$$\beta \ll 1 \quad (81)$$

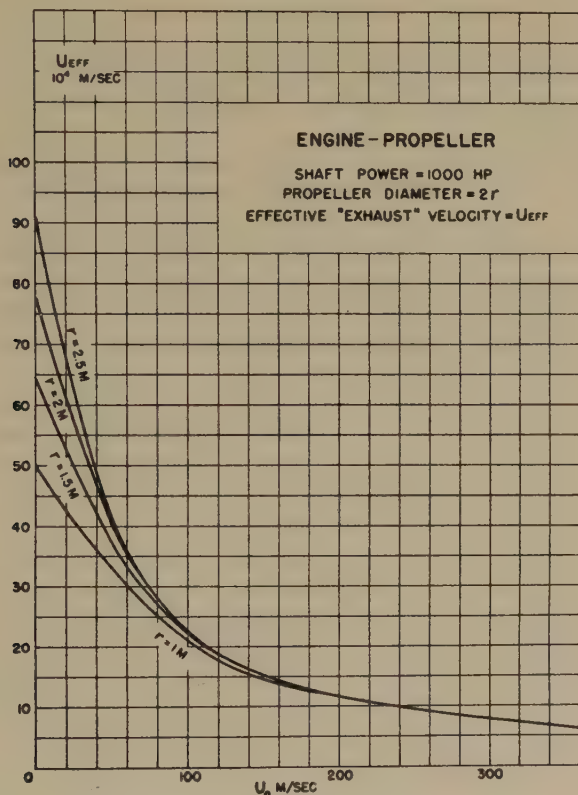


Figure 18.

and

$$\beta \Delta\varepsilon / u_0^2 \ll 1 \quad (82)$$

it follows from the universal thrust formula (10) that

$$u^* = \Delta\varepsilon / u_0 = u_0/2 + \Delta\varepsilon / u_0 \quad (83)$$

In the range of speed usually considered u_0 is negligible compared with $\Delta\varepsilon / u_0$. Indeed for gasoline, for instance, it is $\Delta\varepsilon \sim 10^{12}$ ergs/gram. Therefore, if u_0 is equal to the speed of sound in air, that is

347 m/sec, we have $\Delta\epsilon/u_0 \cong 3 \times 10^5$ m/sec, which is large compared with u_0 . Neglecting $u_0/2$ it thus is

$$F u_0 = M \Delta\epsilon \quad (84)$$

In any case we have from (83) that accurately

$$F u_0 = \Delta E_t \quad (85)$$

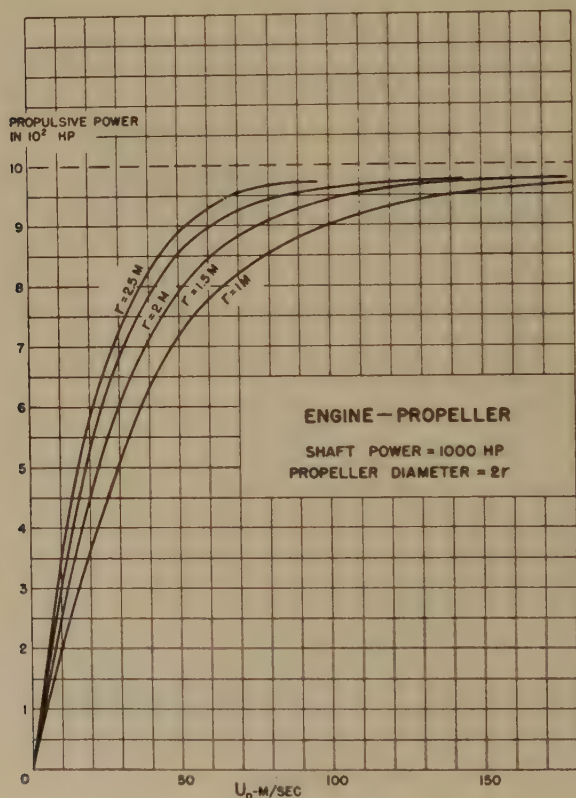


Figure 19.

which means that the propulsive efficiency (equation 17)

$$\eta_p = F u_0 / \Delta E_t \quad (86)$$

is equal to unity for $\beta = 0$, that is, for infinite relative amounts of the excess air.

In the limit $u_0 \gg \sqrt{\Delta\epsilon}$ the universal thrust formula is reduced to the relation

$$u^* = u_0/2 \quad (87)$$

which represents the effect of the energy invested in the propellant (or fuel) traveling on a vehicle at high speed. Formula (87) must of course be corrected for relativistic effects if the ratio of u_0 to the velocity of light becomes appreciable. This correction may be found in an article by ACKERET¹⁾.

In the limit $\beta = 1$, that is, self-contained propellants, we obtain

$$u^* = \sqrt{2 \Delta \varepsilon} \quad (88)$$

This is the performance equation of ordinary rockets for which the effective exhaust velocity becomes independent of forward speed.

5. *Intercomparison of Various Aero-Engines, Topological Performance Diagrams.*

For purposes of intercomparison of the four engines discussed we have (logarithmically) plotted in Figure 20 the ideal performances of the aeroduct, the aeroturbojet and the aeropulse operating with a fuel parameter $\beta = 0.01$ and octane as the fuel. For the engine-propeller combination we show the curve for an engine operating with the thermodynamic efficiency $\eta_{th} = 0.25$, a propeller of radius $r = 2$ m and a shaft power of 1000 HP. As the maximum possible performance of any aerial propulsive power plant, which transforms all of heat of combustion of octane into propulsive power the "ideal" curve is shown, the equation of which obviously is given by (83). Otherwise the Figure 20 is self-explanatory.

Obviously for practical engines the parasite losses previously mentioned is of decisive importance. The introduction of these parasite losses into our universal mathematical formalism presents no difficulties if quantitative experimental values for these losses are available. The discussion of the practical performance of aero-engines on the basis established in this paper is, however, somewhat lengthy and must be reserved for another article. Assuming that the necessary analysis has been carried out we wish to point to a method of quick intercomparison of aero-engines with a view to different requirements. These may of course be very varied, depending on whether the engines are used for commercial or for military purposes. Both of these categories may again be discussed in the light of numerous special requirements, including straight performance, economy and all sorts of logistic characteristics.

As an example of a method of intercomparison we mention only the analysis of the performance of aero-engines in the light of load

¹⁾ J. ACKERET, *Helvetica Physica Acta* **19**, 103 (1946).

carrying capacity as a function of average cruising speed u_0 , time of flight τ and level of flight H . In this analysis the so-called "invested mass μ " is of universal importance. We define

$$\mu = \beta_0 + M_f \tau \quad (89)$$

as the invested mass, where μ_0 is the mass of the empty vehicle and M_f the fuel consumption per second.

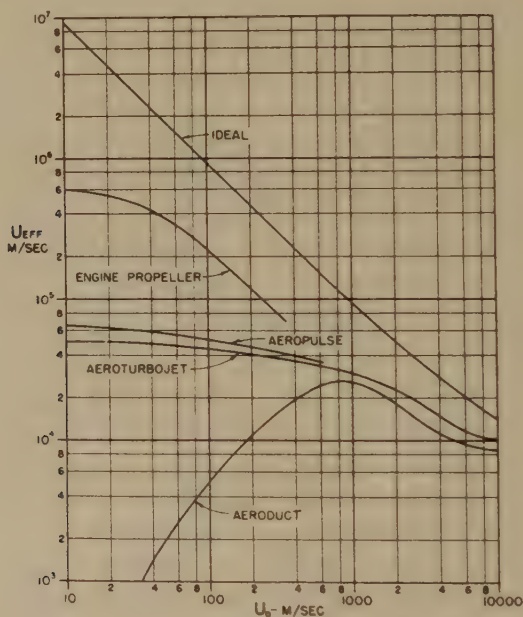


Figure 20.

Comparative Performance of the Principal Power Plants.

$\beta = 0.01$ in all cases except Engine Propeller. Engine Propeller: $r = 2$ meters
Shaft Power = 1000 HP Fuel-Gasoline.

Every horizontal plane $H = \text{const}$ in the three dimensional topological performance space (H, t, u_0) is then subdivided into many regions bounded by curves defined by

$$\mu_i = \mu_k \quad (90)$$

where the indices i and k designate two different aero-engines. Inside of each area bounded by such curves the invested mass μ_σ of some engine σ is then smaller than the invested masses of all other engines. This means that at the heights H , forward speeds u_0 and times of flight t lying within this region the engine σ is the best from the standpoint of load carrying capacity.

	BODY OF VEHICLE			Propellants for the activation of the power plants	Power Plant (jet motor)		Investigation of the medium through which the missile will move	Necessary test stands	Instrumentation	Field tests such as tracking of missile
	(Aero- dynamics)	(Structure) Materials	(Controls)							
Basic theoretical research										
Basic experimental research										
Construction and testing of model devices										
Construction and testing of full scale component parts of final vehicle										

CONSTRUCTION AND TESTING
OF FINAL VEHICLE

Production of Vehicle. (Procurement and Manufacturing Problems).

A topological performance diagram of the type just described is obviously nothing absolute. With the advent of better fuels, better structural materials, design and construction the diagram must be brought up to date again and again. Topological spatial diagrams were simultaneously conceived by Professors VON KARMAN, TSIEN and the author in this country as well as by O. NEUGEBAUER and H. REINDORF in Munich, Germany.

Many auxiliary problems must be solved, after a choice of a particular engine has been made, to construct this engine and put it into operation. The following diagram indicates in rough outlines what the nature of these problems is and how they are to be solved in stages through research, fundamental experimentation, model construction and final production.

Acknowledgment.

I wish to thank Dr. J. M. CARTER and Mr. S. W. COFFMAN of the Aerojet Engineering Corporation for their assistance in carrying out the calculations for the aeroduct and the aeroturbojet.

Pasadena, California.

Die Kristallstruktur des hexagonalen und rhombischen Barium-Platinat-Titanats

von H. Blattner, H. Gräniche, W. Känzig, W. Merz.

(9. VII. 1948.)

Zusammenfassung: Unter ähnlichen Bedingungen wie Einkristalle vom pseudokubischen, ferroelektrischen BaTiO_3 gezüchtet werden, entstehen hexagonale Kristalle der Zusammensetzung $\text{Ba}(\text{Ti}_{0,75}\text{Pt}_{0,25})\text{O}_3$ und rhombische Kristalle der Zusammensetzung $\text{Ba}_4\text{Ti}_2\text{PtO}_{10}$. Beide Strukturen wurden röntgenographisch bestimmt und in Beziehung gesetzt zum pseudokubischen BaTiO_3 . Obwohl in beiden Strukturen noch grössere TiO_6 -Oktaeder auftreten als im ferroelektrischen BaTiO_3 , zeigen diese Kristalle kein anomales dielektrisches Verhalten, da die Ti^{4+} -Ionen in eine stabile Lage gedrängt werden.

1. Der Chemismus.

Bei den Versuchen, in einer Schmelze Einkristalle des pseudokubischen BaTiO_3 zu züchten, entstanden im Pt-Tiegel ausser der gewünschten ferroelektrischen Modifikation noch zwei neue Kristallarten:

In einer Schmelze von Na_2CO_3 und K_2CO_3 entstanden hexagonale Kristalle der Zusammensetzung $\text{Ba}(\text{Ti}_{0,75}\text{Pt}_{0,25})\text{O}_3$ mit der Dichte $(6,8 \pm 0,1) \text{ g/cm}^3$ ¹⁾. In einer Schmelze von BaCl_2 , die normalerweise pseudokubische Kristalle liefert, entstanden bei einem Überschuss von BaCO_3 rhombische Kristalle der Zusammensetzung $\text{Ba}_4\text{Ti}_2\text{PtO}_{10}$ mit der Dichte $(6,45 \pm 0,02) \text{ g/cm}^3$. In Korund- und Graphittiegeln wurden ausschliesslich pseudokubische Kristalle mit der Dichte $6,0 \text{ g/cm}^3$ erhalten. Der starke Angriff des Pt-Tiegels beim Erhitzen der Schmelze an der Luft ist wahrscheinlich durch die Peroxydbildung der Alkali- und Erdalkalikarbonate zu erklären²⁾.

Eine ausführliche Arbeit über die Bedingungen zur Darstellung der drei Kristallarten und über die chemische Analyse wird demnächst erscheinen.

Kristallchemisch verhält sich das Pt^{4+} -Ion wie das Ti^{4+} -Ion gegenüber O als aktives Koordinationszentrum mit der Koordinationszahl (Kz) 6, wobei der Abstand gegenüber O auch etwa 2 Å beträgt. Ba ist ein inaktives Kation gegenüber O. Seine Umgebung braucht nicht hochsymmetrisch zu sein wie beim idealen Perowskit

(Kz = 12), sondern kann (evtl. unter Verminderung der Kz) unregelmässig werden.

Magnetische Messungen an den pseudokubischen, hexagonalen und rhombischen Kristallen haben schwachen Diamagnetismus ergeben. Dies spricht dafür, dass Ti und Pt als vierwertige Kationen auftreten.

2. Die hexagonale Struktur.

a) Die Kristallklasse.

Die Lauesymmetrie ist nach Fig. 1 D_{6h} . Es kommen also die Kristallklassen D_{6h} , D_6 , C_{6v} und D_{3h} in Frage. Sehr viele Kristallindividuen wurden untersucht, welche alle die hexagonale Di-

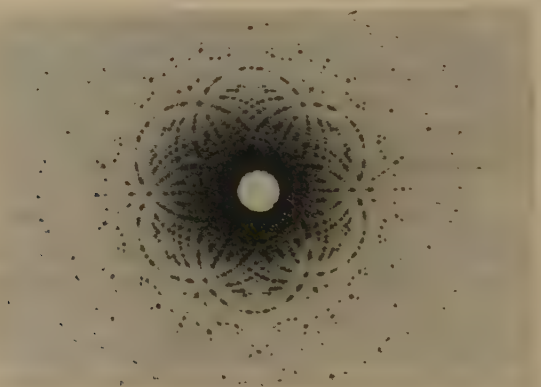


Fig. 1.

Lauebild, Durchstrahlung \parallel [001].

pyramide (011) zeigen, seltener wird die wenig ausgebildete Dipyramide (012) beobachtet (Fig. 2).

Häufig sind die Bipyramidenflächen senkrecht zur hexagonalen Achse gestreift. Piezoeffekt konnte mit einer empfindlichen Giebescheibe-Apparatur nicht nachgewiesen werden. Alle diese Merkmale lassen die Kristallklasse D_{6h} als die einzig wahrscheinliche erscheinen.

b) Die Metrik des Kristallgitters.

Die Dimensionen der Elementarzelle sind bei 18° C

$$a = 5,706 \pm 0,002 \text{ \AA} \qquad c = 14,02 \pm 0,01 \text{ \AA}^*)$$

*) H. T. EVANS, R. D. BURBANK³⁾ beschreiben eine hexagonale Struktur der Zusammensetzung BaTiO_3 mit $a = 5,735 \text{ \AA}$, $c = 14,05 \text{ \AA}$.

Es besteht eine enge Beziehung zur Metrik des pseudokubischen BaTiO_3 (Perowskittyp) mit der mittleren Würfelkante $a \cong 4,0 \text{ \AA}$, indem c nahezu gleich ist der doppelten Raumdiagonalen des Würfels und a gleich der Flächendiagonalen. Zudem stimmen die Debye-Scherrer-Diagramme in den intensivsten Interferenzen überein, womit auch die innere Verwandtschaft der beiden Gitter zum Ausdruck kommt.

c) Inhalt der Elementarzelle.

Das Gewicht der Elementarzelle berechnet sich aus der pyknometrisch bestimmten Dichte und den röntgenographisch bestimmten Dimensionen der Elementarzelle zu $(268 \pm 4) \cdot 10^{-23} \text{ g}$. Dies entspricht gerade dem Inhalt von 6 $(\text{BaTi}_{0,75}\text{Pt}_{0,25}\text{O}_3)$, was ein Gewicht von $269,3 \cdot 10^{-23} \text{ g}$ ergibt.

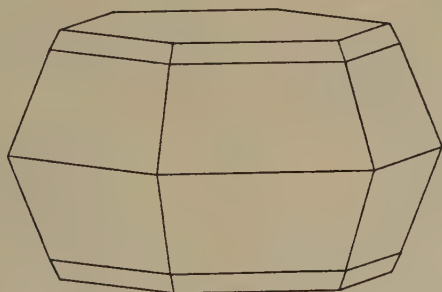


Fig. 2. Habitusbild.

d) Die Raumgruppe.

Aus Drehkristallaufnahmen um die verschiedenen Achsen ergab sich eine Übersicht über etwa 400 Interferenzen, woraus sich folgende 4 Auslöschungsgesetze herauslesen lassen:

- hkl alle Ordnungen beobachtet
- hhl nur mit $l = 2n$ vorhanden
- $h0l$ in allen Ordnungen vorhanden
- $h - k = 3n$ nur mit $l = 2n$ vorhanden*)

Daraus folgt, dass innerhalb der Kristallklasse D_{6h} nur die Raumgruppen D_{6h}^1 und D_{6h}^4 in Betracht fallen, wovon sich D_{6h}^1 noch ausschliessen lässt, da das vierte Auslöschungsgesetz das spezielle Auslöschungsgesetz der Punktlagen (c), (d), (f) in D_{6h}^4 ist**).

*) Die Autoren³⁾ finden, dass für $l = 0$ nur die Reflexe $h - k = 3n$ auftreten. Wir finden aber auch Reflexe mit $h - k \neq 3n$, $l = 0$, die davon herrühren, dass ein Teil des Ti durch Pt ersetzt ist.

**) Alle Bezeichnungen nach den Int. Tab. z. Bestimmung von Kristallstrukturen.

e) Die Herleitung der Struktur vom Perowskittyp.

Nach b) muss sich die Struktur durch eine einfache Transformation von der Perowskitstruktur des BaTiO_3 herleiten lassen, wobei nach c) geeignete Ti^{4+} -Ionen durch Pt^{4+} -Ionen zu ersetzen sind. Fig. 3 zeigt die Anordnung der TiO_6 -Oktaeder der kubischen Struktur. c ist die Raumdiagonale des Elementarwürfels. Der gezeichnete Ausschnitt umfasst etwa die doppelte Raumdiagonalenlänge. Durch Drehung desjenigen Teils des Raumgitters, welcher zwischen den beiden Ebenen E liegt, um 60° um die c -Achse entsteht

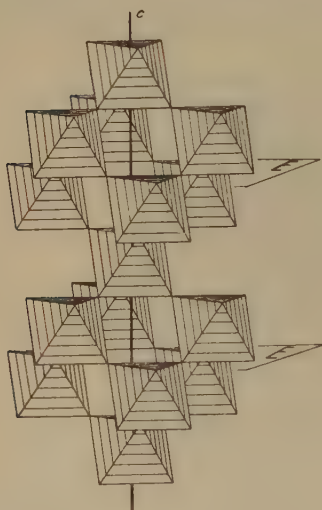


Fig. 3.

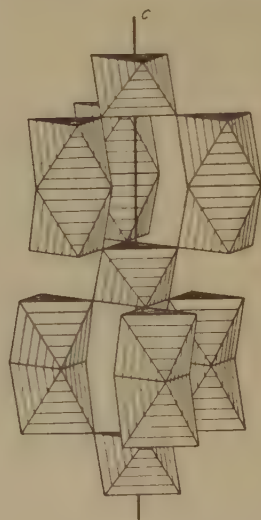


Fig. 4.

die hexagonale Struktur der Figur 4, die der Raumgruppe D_{6h}^4 angehört.

Geht man von einer idealisierten kubischen BaTiO_3 -Perowskitstruktur aus, so sind die Punktlagen in D_{6h}^4 nach der Transformation folgendermassen besetzt:

- 2 Ba in (b) ohne Freiheitsgrad
- 4 Ba in (f) mit $z = -\frac{1}{12}$
- 2 Ti in (a) ohne Freiheitsgrad
- 4 Ti in (f) mit $z = \frac{2}{12}$
- 12 O in (k) mit $z = \frac{1}{12}$ $x = \frac{1}{6}$
- 6 O in (j) mit $x = 0$ $y = \frac{1}{2}$ ohne Freiheitsgrad

Die Intensitätsabfolge sämtlicher Interferenzen bis zu $l = 5$ wird durch die berechneten Strukturfaktoren dieser idealisierten Struktur gut wiedergegeben, wenn man annimmt, dass nur die Ti in der Punktlage (f) entsprechend der Formel $\text{BaTi}_{0,75}\text{Pt}_{0,25}\text{O}_3$ statistisch durch Pt ersetzt sind. Pt tritt also nur in den Doppeloktaedern auf (vgl. Fig. 4).

f) Genaue Parameter.

Die Übereinstimmung der berechneten und der beobachteten Intensitätsabfolge lässt sich ausdehnen auf sämtliche beobachteten Interferenzen (bis $l = 17$) durch folgende Änderung der idealisierten Parameter:

4 Ba in (f) mit $z = -0,094$ (statt $-\frac{1}{12} = -0,083$)

($\text{Ti}_{2,5}\text{Pt}_{1,5}$) in (f) mit $z = 0,15$ (statt $\frac{2}{12} = 0,167$)

12 O in (k) mit $z = 0,075$ (statt $\frac{1}{12} = 0,083$)

Alle diese Parameteränderungen lassen sich zwanglos erklären: Die Abweichung des Ba-Parameters rührt davon her, dass Ba durch die Transformation eine andere Ti-Umgebung in zweiter Sphäre erhält, während das Koordinationspolyeder erster Sphäre (Kubooktaeder) erhalten bleibt.

Die Abweichung des TiPt-Parameters vom Idealwert bedeutet, dass die Ti^{4+} - bzw. Pt^{4+} -Ionen in den Oktaedern mit gemeinsamer Fläche (Doppeloktaeder) auseinandergedrängt werden. Mit den idealisierten Parametern berechnet sich der Abstand Ti-Ti bzw. Ti-Pt in den Doppeloktaedern zu 2,34 Å. Durch die Parameteränderung wird er zu 2,80 Å*).

Abstandstabelle (in Å).

	O in (k)	O in (j)
Ti in (a)	1,96	—
Ti, Pt in (f) . . .	1,96	2,16
Ba in (b)	2,96	2,85
Ba in (f)	2,85	2,74
	2,88	

Der O-Parameter stellt sich so ein, dass sich in den Einzeloktaedern, die ausschliesslich mit Ti zentriert sind, ein Abstand Ti-O

*) Die Autoren³⁾ geben den Abstand 2,96 Å an. Es ist möglich, dass die Zusammensetzung BaTiO_3 , mit der sie rechnen und die sie von MATTHIAS⁴⁾ übernommen haben, falsch ist. Wenn man die Substitution von Ti durch Pt nicht berücksichtigt, ergibt sich ein zu grosser Abstand.

von 1,96 Å ergibt, was gerade der Summe der Goldschmidt'schen Ionenradien entspricht. Derselbe Ti-O bzw. Pt-O-Abstand stellt sich auch in den Doppeloktaedern gegenüber den O ein, die nicht der gemeinsamen Fläche angehören. Der Abstand des Ti bzw. Pt gegen die O der gemeinsamen Fläche beträgt 2,16 Å.

3. Die rhombische Struktur.

a) Die Kristallklasse.

Die Lauesymmetrie ist, wie Fig. 5 zeigt: D_{2h} . Die bräunlichen, durchscheinenden Kristalle haben meist einen blättchenförmigen, seltener einen mehr säuligen Habitus. Fig. 6 zeigt die Idealgestalt.

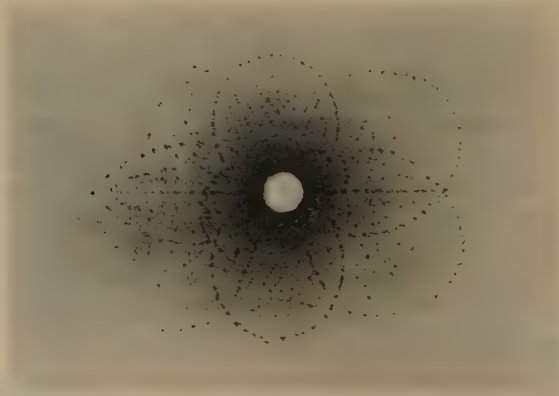


Fig. 5.

Lauebild, Durchstrahlung $\parallel [100]$.

Bei den sehr vielen untersuchten Exemplaren war meist nur ein Ende mit ausgebildeten (111)-Flächen vorhanden. Die Wahl des Achsensystems wurde in üblicher Weise so getroffen, dass die b -Achse der längsten Kante der Elementarzelle entspricht. Sie steht dann senkrecht auf der Blättchenebene.

Das kristallographische Achsenverhältnis wurde aus Messungen mit einem zweikreisigen Goldschmidt-Reflexionsgoniometer*) bestimmt. Die Mittlung der Messungen an 4 Kristallen ergab ein Achsenverhältnis, das mit dem röntgenographischen in guter Übereinstimmung ist:

Kristallographisch: $a:b:c = 1,00 : 1 : 0,435$

mit den mittleren Fehlern $\pm 0,01 \quad \pm 0,05$

Röntgenographisch: $a:b:c = 0,981 : 1 : 0,432$

*) Herrn Prof. Dr. R. L. PARKER sei gedankt, dass er uns dieses Instrument zur Verfügung stellte.

Die wenigen Kristalle, welche beide Enden ausgebildet hatten, zeigten, dass die (111)-Flächen eine Dipyramide bilden. Dieser Befund wird noch dadurch gestützt, dass alle einseitig ausgebildeten Kristalle die gleichen Pyramiden zeigen. Wenn in der c -Richtung eine polare Digyre vorhanden wäre, so wäre es sehr unwahrscheinlich, dass alle Kristalle von der Anwachfläche immer nur in einer Richtung der polaren Digyre gewachsen wären.

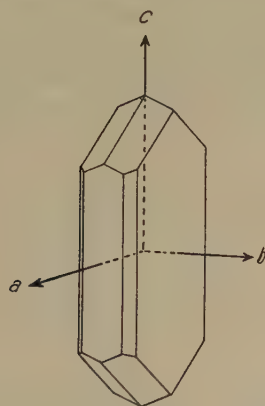


Fig. 6.
Idealhabitus.

Da die Dipyramide als Einheitsfläche nur für die holoeidrische Kristallklasse charakteristisch ist und da zudem kein Piezoeffekt mit der Giebe-Scheibe-Methode nachgewiesen werden konnte, so erscheint D_{2h} als die weitaus wahrscheinlichste Kristallklasse. Sie soll im folgenden allein in Betracht gezogen werden.

b) *Die Dimensionen der Elementarzelle.*

$$\begin{aligned} a &= 13,09 \pm 0,01 \text{ \AA} \\ b &= 13,33 \pm 0,01 \text{ \AA}^*) \quad \text{bei } 18^\circ \text{ C} \\ c &= 5,77 \pm 0,03 \text{ \AA} \end{aligned}$$

Mit der pyknometrischen Dichte $\rho_p = 6,45 \text{ g/cm}^3$ ergibt sich die Zahl der Formeleinheiten pro Elementarzelle zu $n = 3,91 \cong 4$. Berechnet man mit $n = 4$ die röntgenographische Dichte, so erhält man $\rho_r = 6,61 \text{ g/cm}^3$. Die systematische Abweichung ist wahrscheinlich auf unvollkommenen Kristallbau zurückzuführen.

*) Ein von B. MATTHIAS in USA bei uns unbekannten Zuchtbedingungen hergestellter rhombischer Kristall ergibt innerhalb der Fehlergrenze genau dieselbe b -Achse.

c) *Translationsgruppe und Raumgruppe.*

Die Translationsgruppe ergab sich eindeutig aus den Schichtlinienabständen zweier Drehkristallaufnahmen um die Diagonalen [101] und [011]. Die Unterteilung der Diagonale [011] schliesst die Gitter *P*, *I*, *B* und *C* aus. Das Fehlen der Zentrierung der Diagonale [101] schliesst weiter noch *F* aus, so dass die rhombische Zelle azentriert sein muss.

Für die Flächenstatistik standen Drehkristallaufnahmen um alle drei Achsen sowie Weissenberg-Goniometeraufnahmen*) ihrer Äquatorschichtlinien zur Verfügung. Die Übersicht über etwa 250 eindeutig indizierbare Interferenzen lässt folgende Auslöschungsgesetze erkennen:

hkl nur mit $k + l = 2n$ vorhanden (Gitter *A*)

$hk0$ nur mit $k = 2n$ vorhanden

$0kl$ nur mit $k = 2n$ und $l = 2n$ vorhanden

$h0l$ nur mit $h = 2n$ und $l = 2n$ vorhanden

Diese Auslöschungsgesetze sind charakteristisch für die Raumgruppe

$$D_{2h}^{18} - \text{Abam}$$

Die Strukturbestimmung auf rein röntgenographischem Wege fortzusetzen erwies sich als aussichtslos. Es wurde daher versucht, auf Grund metrischer und kristallchemischer Überlegungen eine Struktur zu suchen, welche die beobachtete Intensitätsabfolge richtig wiedergibt.

d) *Herleitung der Struktur.*

Die *c*-Achse hat genau die Länge der doppelten Oktaederkante. Daraus folgt:

Je zwei Kanten eines Oktaeders müssen parallel *c* verlaufen, d. h. es bilden sich Ketten nach [001], wobei die Oktaeder mit einer gemeinsamen Kante unmittelbar übereinanderstehen können, oder die Kette kann alternierend sein: ein Oktaeder rechts, dann eines links, und so fort.

Die Oktaederkante wird damit $k = \frac{1}{2} \cdot 5,77 \text{ \AA} = 2,88 \text{ \AA}$.

Die *b*-Achse lässt sich darstellen als $b = 8 \cdot k/\sqrt{3} = 13,33 \text{ \AA}$. Der Strecke $k/\sqrt{3}$ entspricht keine einfache Grösse im Oktaeder, jedoch beträgt der Abstand *d* zweier gegenüberliegender Flächen

$$d = \frac{k}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3}.$$

*) Diese Aufnahmen konnten im röntgenographischen Institut der ETH. gemacht werden. Dessen Leiter, Herrn Prof. Dr. E. BRANDENBERGER sei an dieser Stelle herzlich gedankt.

$8d$ ist somit so abzutragen, dass es sich als das $1/\sqrt{2}$ -fache auf die b -Achse projiziert:

Die Oktaeder sind also so anzuordnen, dass zwei parallele Flächen um 45° gegen die a - und b -Achse geneigt sind (Fig. 7).

Nimmt man als Wahrscheinlichstes an, dass die vierzählige Punktlage (a) mit Ti oder Pt besetzt sei, so hat man für 8 weitere Oktaeder eine 8-zählige Lage zu suchen, die einen gitterhaften Zusammenhang ergibt. Das ist der Fall, wenn das weitere Oktaeder mit dem ersten (dessen Zentrum die Punktlage (a) ist) eine Fläche gemeinsam hat. Die Raumgruppensymmetrie bedingt dann, dass sich auch auf der entgegengesetzten Seite ein Oktaeder mit Flächenberührung anschliesst.



Fig. 7.

Es entstehen so Gruppen von drei Oktaedern, die sich mit gemeinsamen Flächen aneinanderschließen (Fig. 7). Ihres charakteristischen Aussehens wegen werden diese Gruppen im folgenden als Z-Gruppen bezeichnet. Verschiedene Z hängen unter sich durch gemeinsame Ecken zusammen.

Bei dieser Anordnung ergibt sich das richtige Verhältnis von $(\text{Ti} + \text{Pt})$ zu O. Es lassen sich auch für Ba genau zwei 8-zählige Punktlagen finden, die die richtigen Abstandsverhältnisse ergeben. Die Umgebung des Ba ist unregelmässig und die $K_z = 10$.

Rechnet man mit idealen Oktaedern, so wird die Intensitätsabfolge der niedrig indizierten Interferenzen gut wiedergegeben, wenn man die Pt^{4+} -Ionen in der Punktlage (a), d. h. im mittleren

sind. Die Lage der Ti und Pt ist im oberen vorderen Z eingezeichnet, welches auf der Höhe der Deckfläche der dargestellten Elementarzelle aufgeschnitten ist. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden links und hinten 2 Z-Gruppen weggelassen.

e) Der Gitter-Zusammenhang.

Das Sauerstoffgitter.

An ein Oktaeder mit Pt im Zentrum schliessen sich mit Flächenberührung beidseitig je ein mit Ti zentriertes Oktaeder an. Diese Z-Anordnung ist das Grundmotiv. Es findet sich z. B. in den Ecken der Elementarzelle und in der Mitte der Fläche (100) (*a*-Zentrierung). In $a/2$ dagegen liegen immer Z, welche gegen die Achsen im entgegengesetzten Sinne gedreht sind.

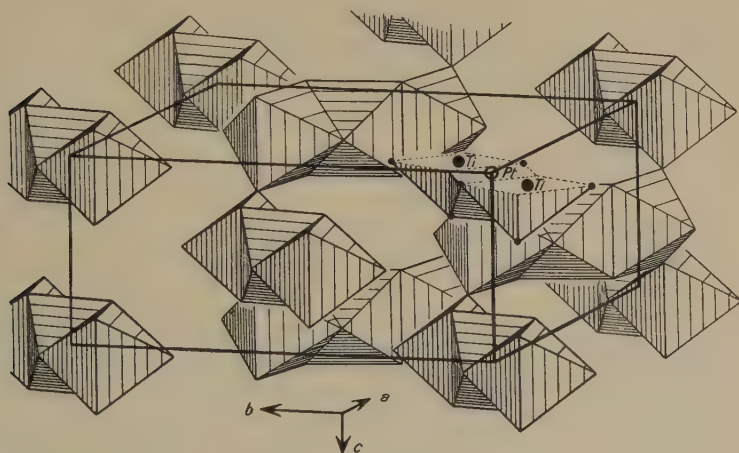


Fig. 8.

Anordnung der O-Oktaeder in der rhombischen Struktur.

Der Zusammenhang der Z entsteht dadurch, dass immer die äusseren, oberen und unteren Ecken der Ti-zentrierten Oktaeder (O_{IV} in $z = 1/4$ und $3/4$) gleichzeitig zwei Z angehören, nämlich einem Z in normaler und einem in gedrehter Stellung. In der *c*-Richtung ergeben sich so die früher geforderten alternierenden Ketten, welche ihrerseits parallel zur Fläche (010) zu gewellten Schichten zusammentreten.

Anordnung der Ba-Ionen.

Je zwei Ba-Ionen befinden sich in gegenüberliegenden Spitzen von Oktaedern, deren Zentren nicht von einem Kation besetzt sind. Solche Oktaeder treten im pseudokubischen BaTiO_3 (Fig. 9) und im hexagonalen Ba-Platinat-Titanat auf.

Auch diese Ba-Oktaeder treten zu Z-Anordnungen zusammen, die mit gleicher Orientierung jeweilen unter und über einem (Ti, Pt)-Z angeordnet sind und mit diesem die in $z = 1/4$ und $z = 3/4$ liegenden Kanten gemeinsam haben.

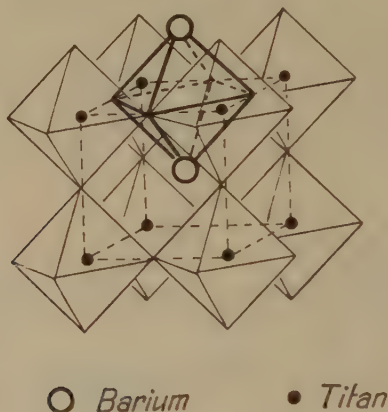


Fig. 9.

Anordnung des Ba im Perowskittyp.

Die Eindeutigkeit und damit auch die Richtigkeit der abgeleiteten Struktur lässt sich nicht beweisen. Dass die gefundene Struktur mit keiner Beobachtung im Widerspruch ist, dass sie zwanglos die richtigen Abstands- und Intensitätsverhältnisse ergibt, sowie ihre Beziehungen zur hexagonalen Struktur sprechen für ihre Richtigkeit.

4. Die Verwandtschaft der beiden Strukturen.

Im Gegensatz zum pseudokubischen BaTiO_3 tritt in der hexagonalen und der rhombischen Struktur Flächenberührung von Oktaedern auf. Alle im Ilmenit- α -Korundtyp kristallisierenden Titanate weisen Oktaeder mit gemeinsamen Flächen auf, wobei vorzugsweise in den beiden Oktaedern verschiedene Kationen sitzen, z. B. Fe und Ti im Ilmenit. In Analogie dazu ist es einleuchtend, dass Pt in Oktaedern mit Flächenberührung auftritt.

Damit wird auch verständlich, dass in der rhombischen Struktur Pt im mittleren Oktaeder einer Z-Gruppe auftritt.

Flächenberührung von Oktaedern ergibt rein geometrisch einen wesentlich kleineren Abstand von Zentrum zu Zentrum als Ecken- oder Kantenberührung. Die Kationen in benachbarten Oktaederzentren werden infolge der starken elektrostatischen Abstossung auseinandergedrängt. In der hexagonalen Struktur ergibt sich die entsprechende Verschiebung der Ti- bzw. Pt-Ionen zwangsläufig aus den Röntgenintensitäten. Bei der rhombischen Struktur ergibt sich eine entsprechende Deformation der Oktaeder aus Symmetriegründen. Der Abstand Ti-Pt beträgt hier 2,41 Å, ähnlich wie man ihn im Ilmenit findet. In der hexagonalen Struktur beträgt der Abstand Ti-Ti bzw. Pt-Ti 2,80 Å, was den bessern Ausweichmöglichkeiten des O-Gitters zuzuschreiben ist.

Folgende Tabelle gibt einen Überblick über die Verwandtschaft der kubischen, hexagonalen und rhombischen Struktur:

	kubisch	hexagonal	rhombisch
Raumgruppe . .	O_h^1 (ideal)	D_{6h}^4	D_{2h}^{18}
Formel der Elementarzelle .	$BaTiO_3$	$6 (BaTi_{0,75}Pt_{0,25}O_3)$	$4 (Ba_4Ti_2PtO_{10})$
Dichte:			
röntgenographisch	6,04 g/cm ³	6,8 g/cm ³	6,61 g/cm ³
pyknometrisch .	6,04 g/cm ³	6,8 g/cm ³	6,45 g/cm ³
Verknüpfung der Oktaeder	Eckenberührung	Flächenberührung von je 2 Okt. sonst Eckenberührung	Flächenberührung von je 3 Okt. sonst Eckenberührung
mittlerer Abstand Ti—O .	2,0 Å	2,03 Å	2,08 Å
<i>Barium</i> : Ba in gegenüberliegenden Ecken von Oktaedern ohne Kation im Zentrum			
Kz	12	12	10
		Abstände nicht einheitlich	Abstände nicht einheitlich
Umgebung . . .	regelmässig Kubooktaeder	deformiertes Kubooktaeder	unregelmässig

HELEN D. MEGAW⁵⁾ führt die ferroelektrischen Eigenschaften des pseudokubischen $BaTiO_3$ auf die zu grossen TiO_6 -Oktaeder zurück.

Die hexagonale und die rhombische Struktur weisen beide noch grössere Oktaeder auf. Abnormale dielektrische Effekte sind aber darum nicht möglich, weil die Ti-Ionen infolge der Flächenberührung der sie umgebenden Oktaeder in eine stabile Gleichgewichtslage gedrängt werden.

Herrn Prof. Dr. P. SCHERRER, der die Ausführung dieser Arbeit ermöglichte, sei an dieser Stelle herzlich gedankt.

Physikalisches Institut der ETH., Zürich.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ H. BLATTNER, B. MATTHIAS, W. MERZ, *Helv. Phys. Acta* **20**, 225 (1947).
 - ²⁾ L. L. DE KONINCK, *Z. anal. Chem.* **18**, 569 (1879).
F. MYLIUS, C. HÜTTNER, *Z. Instr.* **26**, 191 (1906).
 - ³⁾ H. T. EVANS, R. D. BURBANK, *Journ. Chem. Phys.* **16**, 634 (1948).
 - ⁴⁾ B. T. MATTHIAS, *Nature* **161**, 325 (1948).
 - ⁵⁾ HELEN D. MEGAW, *Proc. Roy. Soc.* **189** (1947).
-

Das magnetische Moment von H_3 und He_3 nach der Møller-Rosenfeld-Theorie der Kernkräfte

von Felix Villars und Armin Thellung (ETH. Zürich).

(26. VI. 1948.)

§ 1. Einleitung. – § 2. Die Grundzustände von H_3 und He_3 in der M-R-Theorie. –
§ 3. Das Austauschmoment. – § 4. Numerische Werte und Diskussion.

§ 1. Einleitung.

Die Messungen der magnetischen Momente von H_3 (BLOCH und ANDERSON¹⁾) und He_3 (ANDERSON und NOVICK²⁾) ergaben Resultate, deren Interpretation im Rahmen einer phänomenologischen Theorie der Nukleonwechselwirkung auf Schwierigkeiten stösst.

Es sind gemessen:

$$\mu_{H_3} = 2,979 \text{ KM} = \mu_P + 0,186 \text{ KM}$$

$$\mu_{He_3} = (-2,13 \pm 0,02) \text{ KM} = \mu_N - (0,22 \pm 0,02) \text{ KM},$$

wo μ_P und μ_N die magnetischen Momente von Proton bzw. Neutron bedeuten.

Auf Grund einer phänomenologischen Theorie der Kernkräfte folgt:

$$\begin{aligned}\mu_{H_3} &\leq \mu_P \\ \mu_{He_3} &\geq \mu_N,\end{aligned}$$

wobei das Gleichheitszeichen gilt, falls die Wechselwirkungskräfte reine Zentralkräfte sind und die Grundzustände von H_3 und He_3 entsprechend reine ${}^2S_{1/2}$ -Zustände. Nichtzentralkräfte (Tensorkraft), wie sie zur Interpretation des elektrischen Quadrupolmomentes des Deuterons herbeigezogen werden (RARITA und SCHWINGER³⁾), ergeben in erster Näherung eine ${}^4D_{1/2}$ -Beimischung zur ${}^2S_{1/2}$ -Hauptkomponente. Ist w_D die Stärke der D-Beimischung, so gilt approximativ:

$$\mu_{H_3} \cong \mu_P - \frac{2}{3} w_D \left(2 \mu_P + \mu_N - \frac{1}{2} \right)$$

$$\mu_{He_3} \cong \mu_N - \frac{2}{3} w_D (2 \mu_N + \mu_P - 1)$$

(SACHS und SCHWINGER⁴)). Mit einer D-Beimischung von 4% (GERJUOY und SCHWINGER⁵), ANDERSON⁶) folgt dann:

$$\begin{aligned}\mu_{H_3} &= \mu_P - 0,085 \text{ KM} = 2,708 \text{ KM} \\ \mu_{He_3} &= \mu_N + 0,054 \text{ KM} = -1,858 \text{ KM}.\end{aligned}$$

Die Differenzen der gemessenen Werte mit diesen berechneten ersten Näherungen sind

$$\begin{aligned}\Delta(H_3) &= +0,271 \text{ KM} \\ \Delta(He_3) &= -(0,27 \pm 0,02) \text{ KM}.\end{aligned}$$

Dieses Ergebnis zeigt, dass eine weitere Korrektur Beiträge ergeben muss, die für beide Kerne dem Betrage nach gleich gross, im Vorzeichen aber verschieden sind. Eine Korrektur dieser Art liefert aber gerade der Ladungsaustausch im Kern; das von ihm herrührende sog. Austauschmoment μ_{Aust} ist — unabhängig vom Typus des Mesonfeldes, sofern es nur gleiche Proton-Proton- und Neutron-Neutron-Kräfte vermittelt — von der Form:

$$\mu_{\text{Aust}}(He_3) = -\mu_{\text{Aust}}(H_3).$$

Zu seiner Bestimmung muss explizite auf eine Feldtheorie der Wechselwirkung zurückgegriffen werden.

Eine vorläufige Bestimmung von μ_{Aust} auf Grund der symmetrischen Pseudoskalartheorie ergab eine qualitative Übereinstimmung von μ_{Aust} mit Δ (VILLARS⁷)); dabei musste aber vom Einfluss der Tensorkraft abgesehen werden, was die Zuverlässigkeit des Resultates etwas in Frage stellt.

Es war daher interessant, μ_{Aust} zu berechnen auf Grund eines Ansatzes, der auch für die Kernkräfte eine qualitativ befriedigende Antwort gibt, wie etwa die M-R-Mischung oder die Schwingersche Mischung, wo durch Kombination von Pseudoskalar- und Vektormesonfeld die statische Tensorkraft entweder ganz (M-R) oder doch in ihren höchsten Singularitäten (S) eliminiert wird.

§ 2. Die Grundzustände von H_3 und He_3 in der M-R-Theorie.

In der M-R-Theorie wird bekanntlich die statische Tensorkraft eliminiert durch Superposition eines pseudoskalaren mit einem Vektormesonfeld, wobei die Mesonmassen sowie die Kopplungskonstanten gleich angenommen werden. In der „symmetrischen“ Variante, die wir hier verwenden wollen, ist die Wechselwirkungsenergie zwischen 2 Nukleonen A und B*):

$$V(AB) = (\tau^A \tau^B) \cdot [g^2 + f^2(\sigma^A \sigma^B)] \frac{e^{-\mu r_{AB}}}{r_{AB}} \quad (1)$$

*) Wir verwenden natürliche Einheiten: $\hbar = c = 1$.

Integrale der Bewegung sind der gesamte Bahndrehimpuls L , der Gesamtspin S und der gesamte isotope Spin T . Die Grundzustände von H_3 und He_3 sind charakterisiert durch die Quantenzahlen:

$$L = 0, \quad S = \frac{1}{2}, \quad T = \frac{1}{2}, \quad T_3 = \pm \frac{1}{2} \begin{pmatrix} + : He_3 \\ - : H_3 \end{pmatrix}.$$

Nach dem Ausschlussprinzip sind die Zustände antisymmetrisch gegenüber der Vertauschung aller Koordinaten eines beliebigen Teilchenpaares.

Zur Konstruktion eines solchen Zustandes gehen wir wie folgt vor:

Wir bestimmen zunächst die möglichen Spin-Ladungs-Zustände zu $S = T = \frac{1}{2}$. Es seien χ_1 und χ_2 die Eigenzustände zu $S = S_3 = \frac{1}{2}$:

$$\chi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \alpha_1 \begin{vmatrix} \alpha_2 \alpha_3 \\ \beta_2 \beta_3 \end{vmatrix}, \quad \chi_2 = \frac{1}{\sqrt{6}} \left(\alpha_2 \begin{vmatrix} \alpha_1 \alpha_3 \\ \beta_1 \beta_3 \end{vmatrix} + \alpha_3 \begin{vmatrix} \alpha_1 \alpha_2 \\ \beta_1 \beta_2 \end{vmatrix} \right),$$

wo α_A, β_A die Eigenvektoren von σ_3^A sind, das heisst

$$\sigma_3^A \alpha_A = \alpha_A, \quad \sigma_3^A \beta_A = -\beta_A.$$

Analog seien ϑ_1^\pm und ϑ_2^\pm die Eigenzustände von $T = \frac{1}{2}, T_3 = \pm \frac{1}{2}$. (Sie sind in analoger Weise wie χ_1, χ_2 als Funktionen der Eigenvektoren ξ_A, η_A von τ_3^A aufgebaut.) Für H_3 (bzw. He_3) gibt es dann die 4 orthogonalen und normierten Spin-Ladungs-Zustände

$$\Phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_1 \vartheta_2 - \chi_2 \vartheta_1)$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_1 \vartheta_1 + \chi_2 \vartheta_2)$$

$$\Phi_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_1 \vartheta_2 + \chi_2 \vartheta_1)$$

$$\Phi_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\chi_1 \vartheta_1 - \chi_2 \vartheta_2).$$

Φ_1 ist ein antisymmetrischer, Φ_2 ein symmetrischer Spin-Ladungs-Zustand, und $\begin{pmatrix} \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{pmatrix}$ transformieren sich unter Permutationen der Teilchen wie $\begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}$.

Die allgemeinste antisymmetrische ψ -Funktion für den Grundzustand hat dann die Form:

$$\Psi_{\text{anti}} = \sum_{\alpha=1}^4 \Phi_\alpha F_\alpha(r_1, r_2, r_3). \quad (2)$$

Dabei ist F_1 symmetrisch, F_2 antisymmetrisch, und $\begin{pmatrix} F_3 \\ F_4 \end{pmatrix}$ transformieren sich wie $\begin{pmatrix} -\Phi_4 \\ \Phi_3 \end{pmatrix}$ oder wie $\begin{pmatrix} -\chi_2 \\ \chi_1 \end{pmatrix}$.

In nullter Näherung ist der Grundzustand durch

$$\Psi_0 = \Phi_1 F_1 \quad (3)$$

gegeben. Da aber der Erwartungswert des magnetischen Eigenmomentes

$$\mathfrak{M}_{\text{Eigen}} = \sum_A \sigma^A \left(\mu_P \frac{1+\tau_3^A}{2} + \mu_N \frac{1-\tau_3^A}{2} \right) \quad (4)$$

für die verschiedenen Φ_α nicht gleich ist, so erschien es uns unerlässlich, über die nullte Näherung hinauszugehen. Es wird, mit

$$M_{\alpha\beta} = \Phi_\alpha^* (\mathfrak{M}_{\text{Eigen}})_3 \Phi_\beta:$$

$$M_{\alpha\beta} = 0 \text{ für } \alpha \neq \beta$$

und

	H ₃	He ₃
M_{11}	μ_P	μ_N
M_{22}	$-\frac{1}{3} \mu_P + \frac{4}{3} \mu_N$	$-\frac{1}{3} \mu_N + \frac{4}{3} \mu_P$
$M_{33} = M_{44}$	$\frac{1}{3} \mu_P + \frac{2}{3} \mu_N$	$\frac{1}{3} \mu_N + \frac{2}{3} \mu_P$

(Vgl. 7)).

Durch Einführung der Matrix

$$V_{\alpha\beta} = \Phi_\alpha^* V \Phi_\beta,$$

wo

$$V = \sum_{A < B} V(AB)$$

gemäss (1) einzusetzen ist, lässt sich die Schrödinger-Gleichung auf ein System von Gleichungen für die $F_\alpha(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3)$ allein reduzieren:

$$\sum_\beta \left(\delta_{\alpha\beta} \sum_A \frac{P_A^2}{2m} + V_{\alpha\beta} \right) F_\beta = E \cdot F_\alpha \quad (5)$$

Man findet $V_{12} = 0$, hingegen V_{32} und $V_{42} \neq 0$, d.h. die Komponente F_2 ist nur über die Komponenten F_3 und F_4 an F_1 gekoppelt. Nun sind bereits \bar{F}_3^2 und $\bar{F}_4^2 \ll \bar{F}_1^2$ (\bar{F}_α^2 soll die Norm von F_α bedeuten), und da man zeigen kann, dass für die Erwartungswerte der kinetischen Energie (bei auf 1 normierten Funktionen)

$$\overline{(E_{\text{kin}})}_{22} \gg \overline{(E_{\text{kin}})}_{33, 44}$$

gilt, so folgt, dass F_2 vernachlässigt werden darf. Unsere Schrödinger-Gleichung lautet also:

$$\left(\frac{1}{2m} \sum_A p_A^2 + V_{11} - E\right) F_1 = -V_{13} F_3 - V_{14} F_4 \quad (6a)$$

$$\left(\frac{1}{2m} \sum_A p_A^2 + V_{33} - E\right) F_3 = -V_{31} F_1 - V_{34} F_4 \quad (6b)$$

$$\left(\frac{1}{2m} \sum_A p_A^2 + V_{44} - E\right) F_4 = -V_{41} F_1 - V_{43} F_3 \quad (6c)$$

Wir lösen das Problem näherungsweise mit Hilfe eines Variationsverfahrens.

Um die Form der F_α zu ermitteln, führen wir Normalkoordinaten ein:

$$\mathfrak{R} = \frac{1}{3} (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3)$$

$$\mathfrak{q}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)$$

$$\mathfrak{q}_2 = \sqrt{2} \left(\frac{\mathbf{r}_2 + \mathbf{r}_3}{2} - \mathbf{r}_1 \right)$$

Damit wird

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{6m} \mathfrak{P}_R^2 + \frac{3}{2m} (\mathfrak{p}_1^2 + \mathfrak{p}_2^2)$$

wobei in der Quantenmechanik

$$p_{1k} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial q_{1k}}, \quad p_{2k} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial q_{2k}}, \quad P_{Rk} = \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial R_k}$$

zu setzen ist. Beachten wir nun, dass

$$\mathfrak{q}_1^2 + \mathfrak{q}_2^2 = r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2,$$

also symmetrisch ist, während sich $\begin{pmatrix} 2(\mathfrak{q}_1 \mathfrak{q}_2) \\ \mathfrak{q}_1^2 - \mathfrak{q}_2^2 \end{pmatrix}$ unter Permutationen wie $\begin{pmatrix} \Phi_3 \\ \Phi_4 \end{pmatrix}$ transformieren, so ist eine mögliche Wahl der F_α :

$$F_1 = F(\mathfrak{q}_1^2 + \mathfrak{q}_2^2) \quad (7a)$$

$$\begin{pmatrix} F_3 \\ F_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathfrak{q}_2^2 - \mathfrak{q}_1^2 \\ 2(\mathfrak{q}_1 \mathfrak{q}_2) \end{pmatrix} \cdot G(\mathfrak{q}_1^2 + \mathfrak{q}_2^2) \quad (7b)^*$$

*) Der Ansatz (7b) für $\begin{pmatrix} F_3 \\ F_4 \end{pmatrix}$ ist nicht vollständig, da nur eine Funktion G eingeht hingegen zwei Gleichungen (6b) und (6c) vorhanden sind; in bezug auf das Variationsverfahren sind aber (6b) und (6c) äquivalent.

Für F und G setzen wir, im Sinne des Variationsverfahrens,

$$F = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2} \sqrt{N_1} e^{-\frac{\alpha}{2}(q_1^2 + q_2^2)} \quad (8a)$$

$$G = \sqrt{\frac{\beta^5}{3\pi^3}} \cdot \sqrt{N_3} e^{-\frac{\beta}{2}(q_1^2 + q_2^2)} \quad (8b)$$

Dann wird

$$\left. \begin{aligned} \int dv F_1^2 &= N_1 \\ \int dv F_3^2 &= \int dv F_4^2 = N_3 = N_4. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Mit

$$\bar{V}_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{N_\alpha N_\beta}} \int dv F_\alpha V_{\alpha\beta} F_\beta$$

folgt aus (6a, b, c):

$$\begin{aligned} N_1 E &= N_1 [(\bar{E}_{\text{kin}})_{11} + \bar{V}_{11}] + 2 \sqrt{N_1 N_3} \cdot \bar{V}_{13} \\ N_3 E &= N_3 [(\bar{E}_{\text{kin}})_{33} + \bar{V}_{33} + \bar{V}_{34}] + \sqrt{N_1 N_3} \cdot \bar{V}_{13} \end{aligned}$$

und, mit der Normierungsbedingung für die ψ -Funktion

$$N_1 + 2 N_3 = 1: \quad (10)$$

$$\begin{aligned} E &= N_1 [(\bar{E}_{\text{kin}})_{11} + \bar{V}_{11}] + 2 N_3 [(\bar{E}_{\text{kin}})_{33} + \bar{V}_{33} + \bar{V}_{34}] + \\ &\quad + 4 \sqrt{N_1 N_3} \cdot \bar{V}_{13} \end{aligned} \quad (11)$$

(11) gibt — bei Berücksichtigung von (10) — die Energie E als Funktion der 3 unabhängigen Parameter α , β , N_3 . Diese sind so zu bestimmen, dass E minimal wird. Der Einfachheit halber wurde α nur näherungsweise aus der Gleichung

$$\frac{\partial E_0}{\partial \alpha} = 0$$

bestimmt, wo E_0 die Energie für $N_3 = 0$, $N_1 = 1$ bedeutet. Sodann erhielten wir β und N_3 aus den Bedingungen

$$\frac{\partial E}{\partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial N_3} = 0.$$

Für die numerische Durchführung stützten wir uns auf die Werte für f^2 , g^2 und μ von FRÖHLICH⁸⁾:

$$\mu = 220 m_{\text{Elektron}}$$

$$f^2 = 0,0714, \quad g^2 = 0,0310$$

und erhielten

$$\mu^2/\alpha = 2,24 \quad \beta = 1,54 \alpha \quad 2 N_3 = 0,33\%.$$

Daraus ergibt sich für das magnetische Eigenmoment im Grundzustand von H_3 und He_3 :

$$\begin{aligned}
 (\mu_{H_3})_{\text{Eigen}} &= N_1 \mu_P + 2 N_3 \left(\frac{1}{3} \mu_P + \frac{2}{3} \mu_N \right) = \mu_P - \frac{4}{3} N_3 (\mu_P - \mu_N) \\
 (\mu_{He_3})_{\text{Eigen}} &= N_1 \mu_N + 2 N_3 \left(\frac{1}{3} \mu_N + \frac{2}{3} \mu_P \right) = \mu_N + \frac{4}{3} N_3 (\mu_P - \mu_N) \\
 \left. \begin{aligned}
 (\mu_{H_3})_{\text{Eigen}} &= \mu_P - 0,010 \text{ KM} \\
 (\mu_{He_3})_{\text{Eigen}} &= \mu_N + 0,010 \text{ KM.}
 \end{aligned} \right\} \quad (12)
 \end{aligned}$$

§ 3. Das Austauschmoment.

Das zu einem System von Nukleonen A gehörige statische Mesonfeld φ (pseudoskalar) und ψ (vektoriell) erzeugt eine räumliche Stromdichte

$$j = j_{Ps} + j_V$$

$$j_{Ps} = i e \left\{ \begin{aligned} &\text{grad } \varphi^* \cdot \varphi - \text{grad } \varphi \cdot \varphi^* \\ &+ \sqrt{8\pi} \frac{f}{\mu} \sum_A \sigma^A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) (\tau_+^A \varphi - \tau_-^A \varphi^*) \end{aligned} \right\} \quad (13a)$$

$$j_V = i e \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\mu^2} (\pi^* \cdot \text{div } \pi - \text{div } \pi^* \cdot \pi) \\ &- [\psi^* \cdot \text{rot } \psi] - [\text{rot } \psi^* \cdot \psi] \\ &+ \sqrt{8\pi} \frac{f}{\mu} \sum_A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) (\tau_+^A [\sigma^A \psi] - \tau_-^A [\sigma^A \psi^*]) \\ &+ \sqrt{8\pi} \frac{g}{\mu^2} \sum_A \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_A) (\pi^* \tau_+^A - \pi \tau_-^A) \end{aligned} \right\} \quad (13b)$$

Diese Stromdichte gibt Anlass zu einem magnetischen Moment gemäss:

$$\mathfrak{M} = \frac{1}{2} \int d\mathbf{v} [\mathbf{r} \cdot \mathbf{j}].$$

\mathfrak{M} zerfällt in

$$\mathfrak{M} = \sum_A \mathfrak{M}(A) + \sum_{A \neq B} \mathfrak{M}(AB)$$

Die Summe $A \neq B$ gibt das Austauschmoment $\mathfrak{M}_{\text{Aust.}}$. Dieser Ausdruck wurde bereits von verschiedenen Autoren (MØLLER-ROSENFELD⁹⁾ und MA und YU¹⁰⁾) berechnet. Da ihre Ergebnisse sich in einem Vorzeichen widersprechen, wurde $\mathfrak{M}_{\text{Aust.}}$ neu gerechnet und da-

bei die Resultate von M-R bestätigt gefunden. In unserer Schreibweise lauten sie:

$$\mathfrak{M}_{\text{Aust}} = \mathfrak{M}_{\text{Aust}}^{(Ps)} + \mathfrak{M}_{\text{Aust}}^{(V)}$$

$$\mathfrak{M}_{\text{Aust}}^{(Ps)} = -\frac{e}{2} \sum_{A < B} [\tau^A \cdot \tau^B]_3 \left\{ \frac{f^2}{\mu} \left[([\sigma^A \cdot \sigma^B] \mathbf{r}_{AB}) \frac{\mathbf{r}_{AB}}{r_{AB}^2} \left(1 + \frac{1}{\mu r_{AB}} \right) - [\sigma^A \cdot \sigma^B] \right] e^{-\mu r_{AB}} - [\mathbf{r}_A \cdot \mathbf{r}_B] V_{Ps}(AB) \right\} \quad (14a)$$

$$\mathfrak{M}_{\text{Aust}}^{(V)} = -\frac{e}{2} \sum_{A < B} [\tau^A \cdot \tau^B]_3 \left\{ \frac{f^2}{\mu} [\sigma^A \cdot \sigma^B] \left(\frac{1}{\mu r_{AB}} - 1 \right) e^{-\mu r_{AB}} - [\mathbf{r}_A \cdot \mathbf{r}_B] V_V(AB) \right\} \quad (14b)$$

Hierbei sind $V_V^{Ps}(AB)$ die statischen Wechselwirkungsenergien:

$$V_{Ps}(AB) = \frac{1}{3} f^2 (\sigma^A \sigma^B) \frac{e^{-\mu r_{AB}}}{r_{AB}} + T(AB)$$

$$V_V(AB) = \frac{2}{3} f^2 (\sigma_A \sigma_B) \frac{e^{-\mu r_{AB}}}{r_{AB}} + g^2 \frac{e^{-\mu r_{AB}}}{r_{AB}} - T(AB)$$

($T(AB)$ = Tensorkraft).

Der Erwartungswert von $\mathfrak{M}_{\text{Aust}}$ bezüglich der ψ -Funktion (2) wird

$$\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}} = \int dv \psi^* \mathfrak{M}_{\text{Aust}} \psi = \sum_{\alpha, \beta} \sqrt{N_\alpha N_\beta} (\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{\alpha\beta}$$

Mit Hilfe von Symmetrieüberlegungen findet man, dass

$$(\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{\beta\alpha} + (\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{\alpha\beta} = 0 \quad \text{für } \alpha \neq \beta,$$

d.h. es gibt keine „Interferenzterme“; es wird also

$$\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}} = \sum_{\alpha} N_{\alpha} (\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{\alpha\alpha},$$

für unsern Fall

$$\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}} \cong (\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{11}.$$

Da F_1 symmetrisch ist, geben die Glieder mit $[\mathbf{r}_A \cdot \mathbf{r}_B]$ den Erwartungswert Null; $(\overline{\mathfrak{M}}_{\text{Aust}})_{11}$ wird also gleich dem Erwartungswert von

$$-\frac{e}{2} \frac{f^2}{\mu} \sum_{A < B} [\tau^A \tau^B]_3 \left\{ ([\sigma^A \sigma^B] \mathbf{r}_{AB}) \frac{\mathbf{r}_{AB}}{r_{AB}^2} \left(1 + \frac{1}{\mu r_{AB}} \right) - [\sigma^A \sigma^B] + [\sigma^A \sigma^B] \left(\frac{1}{\mu r_{AB}} - 1 \right) \right\} e^{-\mu r_{AB}}$$

Die Auswertung ergibt, in Einheiten KM:

$$\mu_{\text{Aust}} = \mu_{\text{Aust}}^{(Ps)} + \mu_{\text{Aust}}^{(V)} = \gamma f^2 \cdot 2 T_3 \cdot (I_{Ps} + I_V) \quad (15)$$

$$I_{Ps} = -\frac{4}{3} \int dv F_1^2 \left(\frac{1}{\mu r_{12}} - 2 \right) e^{-\mu r_{12}} \quad (16a)$$

$$I_V = -4 \int dv F_1^2 \left(\frac{1}{\mu r_{12}} - 1 \right) e^{-\mu r_{12}} \quad (16b)$$

Hierbei ist $\gamma = m/\mu$ das Verhältnis von Nukleon- zu Mesonmasse und $T_3 = \pm \frac{1}{2}$ (+: He_3 , -: H_3). I_{Ps} und I_V sind Funktionen des Parameters μ^2/α ; die numerische Rechnung ergibt den in Fig. 1 dargestellten Verlauf.

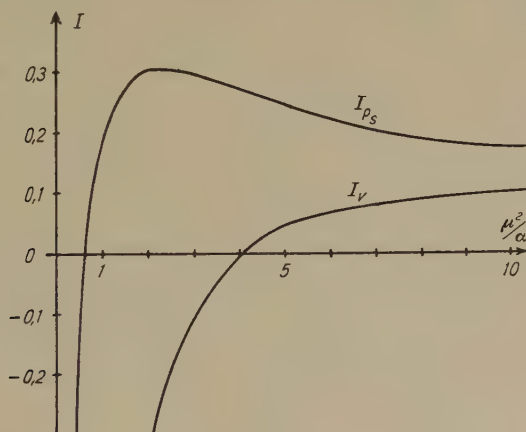


Fig. 1.

§ 4. Numerische Werte und Diskussion.

Mit den in § 2 abgeleiteten Werten für μ^2/α und den dazu benutzten Werten von f^2 und γ ($= 8,35$) ergibt sich

$$\mu_{\text{Aust}} = \pm 0,023 \text{ KM} \quad (17)$$

(+: H_3 , -: He_3)

und daher für das totale magnetische Moment

$$\left. \begin{aligned} \mu_{H_3} &= \mu_P + 0,013 \\ \mu_{He_3} &= \mu_N - 0,013. \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Um die Verbindlichkeit des Resultates abzuschätzen, können wir ausgehen von einer Bestimmung von μ^2/α auf Grund der Coulomb-energie

$$E_C = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{137} \cdot \left(\frac{\mu}{m_{el}} \right) \cdot \left(\frac{\mu^2}{\alpha} \right)^{-1/2} \quad (\text{in } m_{el})$$

Man erhält z. B. für

$$\frac{\mu}{m_{el}} = 326 : \frac{\mu^2}{\alpha} = 3,2,$$

$$\frac{\mu}{m_{el}} = 211 : \frac{\mu^2}{\alpha} = 1,3.$$

Diese Werte sind aber verschieden von den durch Bestimmung der *Bindungsenergie* erhaltenen. Eine befriedigende Diskussion der Situation erforderte daher eine Abklärung dieser Schwierigkeit. Zu einer einigermaßen befriedigenden Übereinstimmung mit der Erfahrung benötigt man $\mu^2/\alpha \gtrsim 3$. Dabei bleibt aber, in jedem Falle, die Beziehung

$$\mu_{H_s} = \mu_P + \Delta$$

$$\mu_{He_s} = \mu_N - \Delta$$

bestehen, was der Erfahrung widerspricht und natürlich mit dem Fehlen jeglicher D-Beimischung zusammenhängt, d. h. mit der Beschränkung auf die statische Näherung. Die mit der D-Beimischung hinzukommenden S-D-Interferenzterme des Austauschmomentes könnten beträchtlich werden und bilden so eine weitere Quelle der Unsicherheit. Es erschien uns aber nicht sinnvoll, in dieser Hinsicht weitere Untersuchungen anzustellen, angesichts der Unsicherheit der theoretischen Interpretation der Grundzustände der betreffenden Kerne.

Die bisherigen Ergebnisse deuten aber darauf hin, dass die M-R-Mischung, d. h. wenigstens ihre statische Näherung, zur Interpretation der experimentellen Tatsachen nicht besonders geeignet ist.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ F. BLOCH, A. C. GRAVES, M. PACKARD und R. W. SPENCE, Phys. Rev. **71**, 373, 551 (1947). – H. L. ANDERSON und A. NOVICK, Phys. Rev. **71**, 372 (1947).
- ²⁾ H. L. ANDERSON und A. NOVICK, Phys. Rev. **73**, 919 (1948).
- ³⁾ W. RARITA und J. SCHWINGER, Phys. Rev. **59**, 436 (1941).
- ⁴⁾ R. G. SACHS und J. SCHWINGER, Phys. Rev. **70**, 41 (1946).
- ⁵⁾ E. GERJUOY und J. SCHWINGER, Phys. Rev. **61**, 138 (1942).
- ⁶⁾ H. L. ANDERSON, Phys. Rev. **73**, 919 (1948).
- ⁷⁾ F. VILLARS, Phys. Rev. **72**, 256 (1947); Helv. Phys. Acta **20**, 476 (1947).
- ⁸⁾ H. FRÖHLICH, KUN HUANG und I. E. SNEDDON, Proc. Roy. Soc. A **191**, 61 (1947).
- ⁹⁾ C. MÖLLER und L. ROSENFELD, Kgl. Danske Vidensk. Selsk. **20**, Nr. 12 (1943).
- ¹⁰⁾ S. T. MA und F. C. YU, Phys. Rev. **62**, 118 (1942).

Quantitative Autoradiographie

von K. Zuber (Istanbul).

(28. VI. 1948.)

Zusammenfassung: Es wird untersucht, wie weit sich die Autoradiographie quantitativ verwenden lässt und diskutiert, unter welchen Umständen diese Methode der Zählrohranordnung überlegen sein kann. Dies ist der Fall, wenn ein radioaktives Präparat kleiner Ausdehnung vorliegt, welches eine geringe Zahl von β -Strahlen pro Sekunde emittiert. Dabei hat aber die Gesamtzahl der β -Strahlen so gross zu sein, dass durch sie eine photographische Wirkung erzielt werden kann: die Halbwertszeit des Strahlers muss somit gross sein. Es wird gezeigt, dass für die Einwirkung der β -Strahlen von Au^{198} auf einen Röntgenfilm das Reziprozitäts-gesetz nahezu erfüllt ist. Daher lassen sich durch Verschiebung eines durch Neutronen aktivierten Goldstückes auf dem Film leicht Intensitäts-Schwärzungs-marken herstellen. Die Halbwertszeit von Au^{198} wird mit der Autoradiographie zu $(2,77 \pm 0,06)$ Tage bestimmt. Legt man mehrere Filme aufeinander und beid-seitig einer aktivierten Substanz, so erhält man damit nicht nur gleichzeitig mehrere Autoradiographien, sondern es ergibt sich auch der Absorptionskoeffizient der β -Strahlen. Für die β -Strahlen von Au^{198} wurde dieser zu $21,1 \text{ cm}^2/\text{g}$ bestimmt.

§ 1. Um die Verteilung von Neutronen in einem Moderator zu er-mitteln, verwendet man meist die Aktivierungsmethode. Es werden Proben eines geeigneten Materials an verschiedenen Stellen durch den (n, γ) -Prozess aktiviert und die Aktivität nachher mit dem Zähl-rohr gemessen. Damit die Neutronenverteilung durch die Proben, welche natürlich Neutronen absorbieren, nicht zu stark verändert wird, müssen Proben kleiner Grösse verwendet werden. Diese Be-dingung ist für die Zählrohrmethode ein Nachteil, es sei denn, dass die Neutronenflüsse und damit die Aktivität sehr gross sind. Denn die Stosszahl nimmt proportional mit der Fläche des aktivierten Materials ab, die Nullstösse des Zählrohrs bleiben aber konstant. Ferner ist es nicht möglich, gleichzeitig die an mehreren Stellen hervorgerufene Aktivität zu messen, es sei denn, es sind entspre-chend viele Zählrohranordnungen vorhanden.

Beide Nachteile treten bei einer Autoradiographie nicht auf. Man kann gleichzeitig an den verschiedenen Stellen des Moderators Proben aktivieren, sie zusammen nachher auf den gleichen Film legen und dort ihre Aktivität gleich lang auf die photographische Schicht wirken lassen. Da der Nulleffekt beim Film sehr klein ist, so kann die Zeitdauer der Einwirkung derart gross gewählt werden, dass praktisch die ganze Aktivität ausgenutzt wird. Für die Mes-sung der Schwärzung auf dem entwickelten Film genügt eine kleine

Fläche. Daher brauchen die Proben nicht gross zu sein. Allerdings kann nur mit Hilfe eines Eichverfahrens aus der Schwärzung auf die Aktivität und damit auf die Neutronenstromdichte geschlossen werden. Wie weitgehend die Autoradiographie als Messmethode verwendet werden kann, hängt gerade von dieser Eichung ab. Der Zweck dieser Arbeit ist, zu untersuchen, wie weit es möglich ist, quantitative Autoradiographie zu treiben. Versuche, welche sich mit der Neutronenverteilung in Moderatoren beschäftigen, sind in unserm Institut im Gange und es wird über sie später berichtet werden. In § 2 wird diskutiert, in welchem Fall die Autoradiographie zweckmässig verwendet werden kann. § 3 behandelt einige technische Einzelheiten. § 4 beschäftigt sich mit dem Reziprozitätsgesetz. In § 5 werden Versuche über die Ermittlung der Halbwertszeit von Au^{198} , in § 6 solche über den Absorptionskoeffizienten der β -Strahlen von Au^{198} mitgeteilt.

§ 2. Eine Substanz in Form eines Bleches der Fläche F soll während t_0 Sekunden durch den Fermiprozess aktiviert werden. Pro cm^2 der Fläche mögen Φ Neutronen pro Sekunde auffallen. Die Dicke des Bleches sei gross gegenüber $d = 1/\mu$, wobei μ der Absorptionskoeffizient der β -Strahlen des gebildeten radioaktiven Isotops bedeutet. Dann ist die Zahl der in der Schicht d nach Ablauf der Aktivierung vorhandenen radioaktiven Atome gegeben durch

$$v_0 = \frac{\Phi \cdot \sigma \cdot d \cdot F}{\lambda} \cdot \frac{N_A}{A} (1 - e^{-\lambda t_0}) \quad (1)$$

Dabei bedeutet σ der Wirkungsquerschnitt der Neutronen für den Fermiprozess, λ die Zerfallskonstante und N_A die Zahl von Avogadro. Die Dicke d ist in g/cm^2 einzusetzen. Es ist ersichtlich, dass für einen gegebenen Neutronenfluss die Zahl der radioaktiven Atome um so grösser ist, je kleiner λ . Ist daher bei der nachträglichen Messung ein kleines λ nicht von Nachteil, so ist es zweckmässig, Substanzen mit grosser Halbwertszeit zu verwenden.

Lässt man die β -Strahlen des aktivierten Bleches auf ein Zählrohr fallen, das den Raumwinkel Ω ausnützt und dessen Wandung die Durchlässigkeit D für die β -Strahlen besitzt, so ist die Stosszahl pro Sekunde t' Sekunden nach Abschluss der Aktivierung gegeben durch

$$n = \frac{\Phi \cdot \sigma \cdot d \cdot F \cdot \Omega}{4\pi} D \frac{N_A}{A} (1 - e^{-\lambda t_0}) e^{-\lambda t'} \quad (2)$$

Dabei ist angenommen worden, dass der Absorptionskoeffizient der Neutronen wesentlich kleiner als der der β -Strahlen sei. Die sekund-

liche Stosszahl ist in erster Linie bestimmend dafür, ob es zweckmässig ist, eine Messung der Aktivität mit einem Zählrohr vorzunehmen, denn sie muss im Vergleich zu den Nullstössen einen gewissen Betrag nicht unterschreiten.

Legen wir dagegen nach Abschluss der Aktivierung das Präparat auf einen Film, um eine Autoradiographie zu erhalten und lassen wir es während t Sekunden auf den Film einwirken, so wird die Zahl N der pro cm^2 auf die photographische Schicht fallenden β -Strahlen durch folgenden Ausdruck gegeben sein:

$$N = \frac{\Phi \cdot \sigma \cdot d}{2 \lambda} \cdot \frac{N_A}{A} \cdot z \quad (3)$$

wobei

$$z = (1 - e^{-\lambda t_0}) (1 - e^{-\lambda t})$$

ist. Vergleicht man die Formeln (2) und (3) miteinander, so ist zu übersehen, in welchen Fällen die Autoradiographie die Zählrohrmethode ersetzen kann.

1. Das Präparat ist sehr klein. Die Stosszahl ist in diesem Fall auch entsprechend klein. Bei der Autoradiographie spielt dagegen die Fläche keine Rolle. Das Präparat kann sehr klein sein, es muss nur grösser als der Photometerfleck sein.

2. Der Raumwinkel ist bei einer Zählrohranordnung im allgemeinen kleiner als 2π . Je kleiner er ist, um so ungünstiger ist das Zählrohr. Bei der Autoradiographie besitzt er aber automatisch den maximalen Wert 2π .

3. Die β -Strahlen sind sehr weich. Damit wird die Durchlässigkeit des Zählrohrs klein und entsprechend auch die Stosszahl.

4. Die Grösse der Zerfallskonstanten spielt für die sekundliche Stosszahl direkt insofern eine Rolle, als sie in den beiden e -Faktoren enthalten ist. Indirekt bestimmt sie auch D , weil im allgemeinen bei einem kleinen λ die β -Strahlen weich sind. Beim Zählrohr sind daher Substanzen mit kleinem λ ungeeignet. Bei der Autoradiographie dagegen sind gerade Strahler mit kleinem λ vorteilhaft und um so günstiger, je kleiner λ ist, da λ im Nenner von (3) steht. Natürlich muss der Zeitfaktor z nicht zu klein werden. Es lässt sich aber bei der Autoradiographie leicht ein genügend grosses z erreichen, da der Film, im Gegensatz zu einer Zählrohranordnung, eine auch während langer Zeit völlig konstant arbeitende Registrier Vorrichtung darstellt.

5. Ein nicht zu unterschätzender Vorteil der Autoradiographie besteht auch darin, dass das Ergebnis eines Versuches immer in Form eines anschaulichen Dokuments vorliegt, an dem man nachträglich beliebige Kontrollen ausführen kann.

§ 3. Bei den folgenden Versuchen wurde als Neutronenquelle ein Ra-Be-Präparat von 80 mg Ra verwendet. Verlangsamt wurden die Neutronen in einem Paraffinblock oder in Wasser. Als zu aktivierende Substanz wurde Gold gewählt, das für eine Autoradiographie sehr zweckmässig ist. Nach SAXON¹⁾ besitzt mit langsamen Neutronen aktiviertes Gold eine einzige Zerfallskonstante entsprechend einer mittleren Lebensdauer von rund vier Tagen. Gold kann direkt auf den Film gelegt werden, ohne dass eine Störung befürchtet werden muss. Verwendet wurden entweder dünne Goldstreifen oder Goldstücke²⁾.

Zur Aufnahme der Autoradiographie wurden im allgemeinen beidseitig von den bestrahlten Goldstücken je zwei Röntgenfilme gebracht, so dass für einen Versuch vier Filme erhalten wurden. Zwei der Filme erhielten allerdings die β -Strahlen erst nach Durchgang



Fig. 1.

Autoradiographie einiger Goldmünzen, welche in Form einer Rolle durch Neutronen aktiviert wurden. Oberste Münze links.

durch einen Film. Durch Vergleich der Schwärzungen dieser Filme mit denen der Filme, welche auf den Goldproben direkt auflagen, liess sich gleichzeitig eine Bestimmung des Absorptionskoeffizienten der β -Strahlen ausführen (vgl. § 6). Als Filme wurden Du Pont Extrafast und Kodak Ultraspeed verwendet. Andere Röntgenfilme waren am Platze nicht erhältlich. Entwickelt wurde mit den für diese Filme passenden Substanzen. Die Entwicklungsdauer lag im allgemeinen rund 20% über der als normal betrachteten.

In Figur 1 ist die Autoradiographie einiger Goldstücke wiedergegeben, welche als kleine Rolle in Paraffin aktiviert worden sind. Es ist ersichtlich, dass auch bei dem obersten Stück die Aktivität

¹⁾ D. SAXON, Phys. Rev. **73**, 811, 1948.

²⁾ Die Anwesenheit von Cu wirkt nicht störend.

am Rande etwas stärker ist als in der Mitte des Stückes. Ähnliches findet man, auch wenn nicht so ausgeprägt, wenn ein einzelnes Stück aktiviert wird. Daher wurde zwischen Münzen und Film jeweils ein Messingblech von 0,5 mm Dicke gebracht, in dem kreisrunde Öffnungen von 13 mm sich befanden. Damit wurde erreicht, dass nur β -Strahlen der Münzenmitten auf den Film fielen. Die erzielte Schwärzung war dann sehr gleichmässig.

Um Intensitäts-Schwärzungsmarken zu erhalten, wurde meistens folgendermassen vorgegangen. Das aktivierte Stück wurde während der Einwirkungsdauer ein- oder zweimal derart verschoben, dass die gesamte Verschiebung kleiner war als die Ausdehnung der Öffnung in der Messingblende. Es wurde also eine Stelle des Films während der ganzen Zeit t bestrahlt, die andern aber entsprechend weniger lang. Fig. 2 zeigt das Resultat für den Fall, dass zwei Verschiebungen vorgenommen wurden. Man erhält in diesem Fall

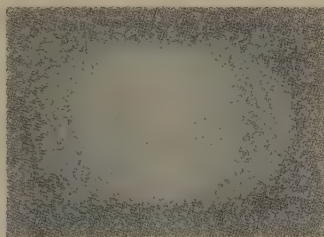


Fig. 2.

Intensitätsmarken, erzielt durch zweimalige Verschiebung einer durch Neutronen aktivierten Goldmünze. Die Randteile der Münzen sind bei dieser Autoradiographie nicht abgeblendet.

5 verschiedene Schwärzungen. Die zu jeder dieser Schwärzungen gehörenden relativen β -Intensitäten lassen sich leicht ausrechnen, wenn man die Halbwertszeit des Strahlers kennt. Allerdings ist die Zuordnung von Schwärzungen zu β -Strahlintensitäten nach dieser Methode nur erlaubt, wenn zur Erzielung einer Schwärzung nur die Grösse N und nicht die Zeit, während der N emittiert wird, bestimmend ist, d. h. wenn das sogenannte Reziprozitätsgesetz gilt. Im allgemeinen wird angenommen, dass dies der Fall ist¹⁾. Trotzdem haben wir besondere Versuche unternommen, um festzustellen, ob in unserm Fall das Reziprozitätsgesetz genau stimmt. Auch wurde die Halbwertszeit von Gold mit unserer Methode kontrolliert.

¹⁾ Siehe z. B. O. KLEMPERER, Einführung in die Elektronik, Berlin, Springer 1933.

§ 4. Aktiviert man eine Substanz während der Zeit t_1 und lässt man die β -Strahlung während der Zeit t_2 auf die photographische Schicht einwirken, so ist die Zahl der während der Zeit t_2 emittierten β -Strahlen nach (3) gleich gross, wie wenn man die Substanz während der Zeit t_2 aktiviert und dafür während der Zeit t_1 auf den Film wirken lässt. Falls das Reziprozitätsgesetz gilt, so müssen auch die Schwärzungen die gleichen sein.

Das Verfahren zur Untersuchung der Gültigkeit des Reziprozitätsgesetzes war somit das folgende: In einen zylindrischen Paraffinblock von 10 cm Durchmesser, welcher in ein mit Wasser gefülltes Akkumulatorenglas von 20×20 cm² Grundfläche getaucht wurde, konnte in der Mitte der obern Fläche die Neutronenquelle eingesteckt werden. In vier in etwa gleichem Abstand von der Quelle angebrachten Schlitze wurden vier Goldstücke zur Aktivierung gebracht. Die gut gereinigten Goldstücke wurden zum Schutz mit dünner Aluminiumfolie umgeben. Zunächst wurden alle vier Goldstücke während 2 Tagen aktiviert und nachher während 5 Tagen auf zwei Filme gelegt und mit zwei Filmen zugedeckt. Dabei wurde darauf geachtet, dass die Seiten der Goldstücke, welche der Quelle zugewandt waren, auf den gleichen Film zu liegen kamen. In diesem Vorversuch konnte festgestellt werden, wie verschieden sich die einzelnen Münzenplätze in bezug auf den Neutronenfluss verhielten. Es zeigte sich, dass die Vorderseiten der Münzen bis auf 1—3% gleiche Schwärzungen ergaben, bei der Rückseite waren die Unterschiede etwas grösser. Dann wurde der Versuch mit vier unbestrahlten Münzen wiederholt. Aber nur zwei der Stücke (z. B. 1 und 3) wurden nach zwei Tagen auf den Film gelegt, die übrigen zwei Stücke (2 und 4) wurden weitere drei Tage aktiviert. Damit für diese der Neutronenfluss gleich blieb, wurden an die leeren Plätze zwei unbestrahlte Stücke (1' und 3') eingesetzt. Nach Ablauf der drei Tage wurden die vier Münzen auf den gleichen Film gelegt, auf dem sich die beiden Münzen 1 und 3 bereits befanden. Dann wurden noch während zwei Tagen alle Stücke zusammen auf den Filmen gelassen. Für zwei Münzen (1 und 3) war somit $t_1 = 2$ und $t_2 = 5$ Tage, für die andern zwei (2 und 4) war umgekehrt $t_1 = 5$ und $t_2 = 2$ Tage. Für die zwei zuletzt eingesetzten Stücke (1' und 3') war $t_1 = 3$ und $t_2 = 2$ Tage. Diese beiden Stücke ergaben zusammen mit den Stücken 2 und 4 die Möglichkeit einer Eichung ohne Voraussetzung des Reziprozitätsgesetzes. Gleichzeitig wurde aber auch eine Eichung mit Hilfe der Verschiebungsmethode vorgenommen. Dazu wurden die Münzen 1 und 3 nach drei Tagen Einwirkung etwas verschoben, so dass ihre β -Strahlung

während der letzten zwei Tagen zum Teil auf eine unbestrahlte Filmstelle fiel. Bevor wir die Ergebnisse, welche diese Eichversuche ergaben, besprechen, seien die Resultate, welche auf das Reziprozitätsgesetz Bezug haben, wiedergegeben. Bedeutet S_1 die beobachtete Schwärzung, falls die Aktivierung 2, die Filmbestrahlung, 5 Tage betrug, S_2 dagegen den umgekehrten Fall, so ergab sich als Mittelwert aus 16 verschiedenen Einzelwerten

$$S_1 : S_2 = 0,976 \pm 0,014$$

Das Reziprozitätsgesetz ist somit nahezu erfüllt bei einem Verhältnis der Bestrahlungsdauer von 5 zu 2, gleiche Zahl von β -Strahlen vorausgesetzt. Die Versuche, bei denen die Bestrahlungsdauer im Verhältnis 3 zu 2 war, ergaben aus 7 Einzelwerten als Verhältnis der beiden Schwärzungen den Wert $1,01 \pm 0,04$.

Die gute Gültigkeit des Reziprozitätsgesetzes erlaubt es, die bequeme Verschiebungsmethode für die Festlegung der Beziehung zwischen Schwärzung und Zahl der β -Strahlen zu verwenden. Zur Illustration dieser Eichbeziehung seien die Resultate eines einzigen Filmes (11,3) des eben besprochenen Versuches in folgender Tabelle wiedergegeben.

z	0,074	0,281	0,206	0,281	0,206
$S_{\text{beob}} \begin{smallmatrix} <1 \\ <3 \end{smallmatrix}$	0,0496 0,0470	0,1776 0,1736	0,1280 0,1338	0,1701 0,1607	0,1288 0,1173
$S_{\text{beob}} \begin{smallmatrix} <2 \\ <4 \end{smallmatrix}$					
$S_{\text{beob}} \begin{smallmatrix} <1' \\ <3' \end{smallmatrix}$					
\bar{S}_{korrr}	0,0501	0,1863	0,1354	0,1790	0,1280
$\Delta \bar{S}_{\text{korrr}}$	0,0030	0,0050	0,0045	0,0035	0,0050
$s = \bar{S}_{\text{korrr}}/z$	0,675	0,664	0,658	0,637	0,630
Δs	0,020	0,009	0,003	0,018	0,035

In der ersten Zeile ist der Zeitfaktor z angegeben. Dann folgen die beobachteten Schwärzungen für die verschiedenen Münzen. Jede Schwärzung wurde dann mit dem vorherbestimmten Umrechnungsfaktor auf gleichen Neutronenfluss umgerechnet und das Mittel \bar{S}_{korrr} gebildet. In \bar{S}_{korrr} ist die kleine Abweichung vom Reziprozitätsgesetz berücksichtigt. $\Delta \bar{S}$ gibt die Abweichung der beiden S_{korrr} -Werte vom Mittel. Diese Grösse gibt einen Anhaltspunkt für die Genauigkeit der Bestimmung einer einzigen Schwärzung. Sie liegt im allgemeinen unter 4%. Der Fehler rührt zum Teil her von

der Ungenauigkeit des Umrechnungsfaktors der verschiedenen Münzenplätze auf gleichen Neutronenfluss, zum Teil von Unregelmässigkeiten der Schwärzung bzw. der unbestrahlten Filmstellen, hervorgerufen durch die Entwicklung. Wenn man bedenkt, dass man gleichzeitig für jede Münze vier Filme und somit vier Schwärzungen erhält, so ergibt sich für die Bestimmung einer Aktivität ein Fehler, welcher unter 2% liegt. Falls man auf einen Film mehrere Präparate gleicher Stärke legt, so lässt sich die Genauigkeit noch etwas steigern. Es lässt sich somit mit der Autoradiographie eine Genauigkeit erzielen, welche gleich ist wie diejenige, welche man mit einer Zählrohranordnung erreicht. (Nach SEREN und Mitarbeitern¹⁾ ist die Genauigkeit, mit der man die Aktivität einer Probe mit dem Zählrohr im günstigsten Fall messen kann, rund 2%). Die zweitletzte Zeile enthält die Grösse $s = \bar{S}_{\text{korrt}}/z$. Es ist ersichtlich, dass s nahezu gleich gross ist und um den Mittelwert 0,655 schwankt. (Die letzte Zeile enthält die Abweichung gegenüber dem Mittelwert.) Das heisst somit, die Schwärzungen sind proportional der Gesamtzahl der auffallenden β -Strahlen, wir befinden uns im linearen Teil der Schwärzungskurven. Beachtenswert ist namentlich der sehr gut konstante Wert von s für die Münzen 1 und 3, d. h. für die Schwärzungen, welche durch eine Verschiebung der gleichen Münze erhalten wurden. Ähnliches ergab sich auch aus andern Filmen. Als Beispiel sei s noch für die Filme 10/2 und 10/3 angeführt. Film 10/2 ist wieder Kodak Ultraspeed, 10/3 ist ein Du-Pont-Film.

z	0,074	0,281	0,207
10/2 . . s	0,615	0,614	0,625
10/3 . . s	0,473	0,462	0,427

Beide Filme stammen vom gleichen Versuch und wurden zusammen entwickelt. Auch wenn man berücksichtigt, dass Film 10/2 durch die Vorderseite, 10/3 durch die Rückseite der Münzen bestrahlt wurde, so ergibt sich doch, dass auf dem Kodakfilm eine etwas grössere Schwärzung erhalten wird als auf dem Du-Pont-Film. Natürlich hängt s stark von der Entwicklungsdauer ab.

Da s auch die Schwärzung bedeutet für einen Zeitfaktor vom Werte 1, so ist ersichtlich, dass die Schwärzungen, welche man mit einer Neutronenquelle der angegebenen Stärke und Gold als zu aktivierende Substanz erhalten kann, recht beträchtlich sind, wenn der Zeitfaktor nicht zu sehr unter 1 liegt.

¹⁾ L. SEREN et al. Phys. Rev. **72**, 888, 1947.

§ 5. Bestimmung der Halbwertszeit von Au^{198} . Es ist klar, dass man mit der Autoradiographie keine Zerfallskurve aufnehmen wird, um eine Halbwertszeit zu bestimmen. Wir haben folgende zwei Methoden gewählt. Bei der ersten Methode wird die Gültigkeit des Reziprozitätsgesetzes nicht vorausgesetzt. Es wurden zwei Münzen (a, a') in gut definierten Stellen des Moderators mit langsamen Neutronen während der Zeit t_1 aktiviert. Nach der Aktivierung wurden diese Münzen nicht sofort auf den Film gelegt. Es wurde vielmehr ihre Aktivität während der Zeit t' abklingen gelassen. Zwei weitere Münzen (b und b') wurden derart später an die freigewordenen Stellen gebracht und während der Zeit t_2 aktiviert, dass das Ende der beiden Zeiten t' und t_2 zusammenfielen. Die Münzen (a, a') und (b, b') wurden zusammen nachher auf die Filme gelegt und dort gleichlang gelassen. Als Zeitintervalle wurden zum Beispiel in einem Fall (Versuch I) gewählt: für die Münzen (a, a') $t_1 = 48$ h und $t' = 48$ h und für die Münzen (b, b') $t_2 = 26$ h 35 m. In einem andern Versuch (II) war $t_1 = 65$ h und $t' = 55$ h und $t_2 = 31$ h. Das Verhältnis der Zahl der während der photographischen Einwirkung emittierten β -Strahlen N_a (emittiert von Münzen a, a') zu N_b (emittiert von Münzen b, b') wurde dann für folgende Halbwertszeiten berechnet:

Halbwertszeit	2,5	2,75	3,00 Tage
N_a/N_b	I	0,92	0,98
	II	0,935	0,995
			1,06

Gefunden wurde experimentell für das Verhältnis der Schwärzungen, welches nach dem vorhergehenden § sehr genau gleich dem Verhältnis der N ist, für den Versuch I $0,98 \pm 0,04$ und für II $1,008 \pm 0,02$. Durch Interpolation findet sich die zugehörige Halbwertszeit zu $2,75 \pm 0,15$ Tage für I und $2,81 \pm 0,08$ Tage für II.

Bei einem andern Versuch wurden aktivierte Münzen auf den Film gelegt und nach 48 h 20 m auf eine unbestrahlte Filmstelle verschoben und dort während 153 h 20 m belassen. Als Verhältnis der beiden Schwärzungen wurde die Zahl 0,98 gefunden. Korrigiert man wegen der Tatsache, dass das Reziprozitätsgesetz nicht exakt gilt, so findet man das Verhältnis 0,956. Daraus ergibt sich eine Halbwertszeit von $2,74 \pm 0,12$ Tage. Als Mittelwert aus den drei angegebenen Versuchen folgt somit eine Halbwertszeit von $2,77 \pm 0,06$ Tage. Dieser Wert stimmt sehr gut mit den bekannten Werten der Literatur überein (2,70 nach SEREN, l. c., 2,66 nach SAXON, l. c., und 2,76 nach INONANDA¹⁾).

¹⁾ S. INONANDA, Phys. Rev. **70**, 812, 1946.

§ 6. Es ist bekannt, dass β -Strahlen durch nicht zu dicke Materieschichten genähert nach einem Exponentialgesetz absorbiert werden. Der Absorptionskoeffizient lässt sich mit unserer Film-anordnung leicht bestimmen, wenn man auf jede Seite der Münze zwei oder mehrere Filme legt. Wir haben je zwei Filme verwendet und folgende Resultate gefunden: In Versuch 10 verhalten sich die Schwärzungen der Aussenfilme zu jenen der Innenfilme wie $(0,50 \pm 0,016):1$. Da die Filme zusammen entwickelt wurden, können wir den gleichen Faktor s annehmen. Es erhält somit ein Aussenfilm 50% der β -Strahlen, welche auf den Innenfilm fallen. Entsprechendes ergab sich auch aus Versuch 12: $(0,498 \pm 0,008):1$. Etwas grössere Zahlen $(0,52:1)$ ergaben sich für die Du-Pont-Filme. Da 1 cm^2 der Filme $31,9 \text{ mg}$ wiegt, folgt ein Massenabsorptionskoeffizient für die β -Strahlen von $21,8 \text{ cm}^2/\text{g}$ (aus den Werten für den Kodakfilm) und $20,5 \text{ cm}^2/\text{g}$ (Du-Pont-Film). In der zitierten Arbeit von L. SEREN und Mitarbeitern wird der Wert in guter Übereinstimmung mit $19,3 \text{ cm}^2/\text{g}$ angegeben.

Frau D. TALIBHAN ELBRUS danke ich für ihre Hilfe bei den photometrischen Messungen.

Universität Istanbul, Institut für Experimentalphysik.

Orientierte Abscheidung von Oxyd bei der anodischen Oxydation¹⁾

von K. Huber und B. Bierl.

(5. VIII. 48.)

Problemstellung. Schaltet man einen in Natronlauge eingetauchten Zinkstab als Anode, so tritt mit steigender Badspannung bei etwa 1,5 . . . 2 Volt, Passivierung ein. Das Zink bedeckt sich mit einer Oxydschicht, die anfangs nur sehr dünn ist, mit länger dauernder Behandlung, aber bis zu Dicken von einigen μ heranwächst. Auf Grund der morphologischen Eigenschaften solcher dickerer Schichten, insbesondere der polarisationsoptisch nachgewiesenen, geregelten Porenstruktur²⁾ wurde die Vermutung ausgesprochen³⁾ das Zink gehe bei der anodischen Oxydation in Oxyd über, *dessen Gitter nach demjenigen des Muttermetalles orientiert ist*, und das Oxyd zerfalle erst in einigem Abstand von der Metalloberfläche in ein Haufwerk kleiner, ungeordneter Kristallite. Experimentell musste der Effekt der Orientierung am ehesten an Schichten nachzuweisen sein, die noch sehr dünn sind. Die in der vorliegenden Mitteilung geschilderten Versuche hatten zum Ziele, diesen Nachweis zu erbringen.

Die Herstellung der Schichten. Von den erhaltenen Untersuchungsergebnissen sind hier der Einfachheit halber nur jene dargestellt, die sich auf die *Basisfläche von Zinkeinkristallen* beziehen. Nach dem Bridgmanverfahren wurden Zinkeinkristallstäbe von einigen mm Durchmesser hergestellt und zerrissen. Zur Erzielung einheitlicher Oberflächenverhältnisse wurden die als Reissflächen auftretenden Basisflächen elektrolytisch nachpoliert⁴⁾. Die Anodisierung erfolgte in 1-n. NaOH bei Raumtemperatur und mit stabilisierter Stromstärke⁵⁾. Dabei ging das Metall zuerst jeweils aktiv in Lösung, bis nach einigen Sekunden bis Minuten der Passivierungssprung eintrat. Nach bestimmten Zeiten, vom Eintritt der Passivierung an gerechnet und nachstehend als Anodisierungszeit bezeichnet, wurde die anodische Behandlung abgebrochen, und die auf dem Metall entstandene Schicht gewaschen, getrocknet und isoliert. Die folgenden drei *Entwicklungsstadien der*

Schichten werden anhand von elektronenmikroskopischen Aufnahmen und von Elektronen- bzw. Röntgenbeugung miteinander verglichen:

	Strom- dichte	Anodi- sierungs- zeit	Schicht- dicke	El. mikr. Aufnahme	Elektronen- bzw. Rönt- genbeugung
„sehr dünne Schichten“	10 mA/cm ²	1 sek.	100...150 Å	Fig. 1	Fig. 4
„dünne Schichten“	100 mA/cm ²	2 min	0,2...0,4 μ	Fig. 2	Fig. 5
„dickere Schichten“	200 mA/cm ²	2 Std.	einige μ	—	Fig 6

Die Präparierung der Schichten für die Untersuchung mittels Elektronenstrahlen soll an dieser Stelle nur in Stichworten erwähnt werden: Aufkleben eines Polystyrolplättchens auf die oxydbedeckte Metalloberfläche, Weglösen des Zinkmetalls mit Quecksilber, Auflegen der Schicht auf das Trägernetzchen, Weglösen des Polystyrols mit Äthylbromid.

Sehr dünne Schichten lassen sich nicht in dieser Weise, freitragend, präparieren, da sie bei der Isolierung zusammenbrechen. Es erwies sich als zweckmässig, die Oxydschicht nach dem Weglösen des Quecksilbers und vor der Entfernung des Polystyrols mit einem aufgedampften, feinen Quarzfilm zu verstärken, der als Objektträger wirken kann und seinerseits erfahrungsgemäss keine störende Eigenstruktur hat und auch keine störenden Beugungserscheinungen gibt.

Für die Röntgenuntersuchung ist die auf das Polystyrolplättchen aufgeklebte Oxydschicht ohne weitere Massnahmen verwendbar, da Polystyrol mit Röntgenstrahlen keine störenden Interferenzen gibt.

Elektronenmikroskopische Untersuchung. Fig. 1 zeigt das Bild einer sehr dünnen Schicht; diese besitzt anscheinend einen etwas schuppigen Bau, hat aber im übrigen noch keine auffallende Struktur. Fig. 2 zeigt das Bild einer dünnen Schicht. Im Gegensatz zu der sehr dünnen ist sie für Elektronen nur noch schwer durchstrahlbar; sie weist aber schon die für dickere Schichten so charakteristische Porenstruktur auf.

Dickere Schichten können elektronenmikroskopisch nicht mehr untersucht werden. Lichtmikroskopische Aufnahmen sind in frühern Arbeiten²⁾ schon mehrfach gegeben worden, so dass sich hier die Beifügung solcher Bilder erübrigt.

Beugung von Elektronen- bzw. Röntgenstrahlen. Zum Zwecke der Übersicht und des Vergleichs ist in Fig. 3 das Elektronenbeugungsdiagramm eines Zinkoxydrauches wiedergegeben. Die Indizes einiger Reflexe sind angeschrieben. Die folgenden Diagramme stammen von den untersuchten Oxydschichten. In allen Fällen stand die Schicht senkrecht zum Primärstrahl.

Fig. 4 gibt das Elektronenbeugungsdiagramm der in Fig. 1 abgebildeten, also einer sehr dünnen Schicht wieder. Es treten nur die Interferenzen der Prismenflächen (10.0) und 11.0) auf. Da die Elektronenbeugung unter sehr spitzem Winkel erfolgt, bedeutet dies, dass die beiden Prismenflächen, somit die C-Achse des Zinkoxyds annähernd senkrecht zur Schichtebene stehen. Für das Auftreten des Reflexes (10.0) beträgt bei der gewählten Strahlspannung (ca. 40 kV) der Winkel zwischen Primärstrahl und Prismenfläche etwa $\frac{1}{2}^\circ$, für (11.0) etwa 1° . Aber auch in der Richtung der A-Achsen ist parallele Ausrichtung festzustellen, wie aus der Auflösung der Interferenzringe der beiden Prismenflächen in je sechs Punkte hervorgeht.

Das Oxyd in den sehr dünnen Schichten ist demnach weitgehend geordnet. Dabei steht die C-Achse senkrecht zu der Schichtebene, und, da es sich um Basisdeckschichten handelt, parallel zur C-Achse des Zink-Muttermetalles. Es kann kaum ein Zweifel bestehen, dass diese Ordnung in der Schicht auf ein orientiertes Aufwachsen des hexagonal kristallisierenden Oxyds auf das ebenfalls hexagonale Muttermetall zurückzuführen ist.

In Fig. 5, dem entsprechenden Diagramm der Schicht von Fig. 2, also einer dünnen Schicht, sind die Schwerpunkte auf den Ringen der Prismenflächen relativ schwächer, und andere Interferenzen treten hinzu. Somit überlagern sich dem orientierten Oxyd, wenn die Schichtdicke zunimmt, nicht geordnete Oxydkristallite, was sich so interpretieren lässt, dass immer noch die dem Metall anliegende Lage der Oxydschicht orientiert ist, dass aber mit steigendem Abstand von der Metalloberfläche die Orientierung verloren geht.

Im Hinblick auf die Ergebnisse FINCH's⁶⁾ an Luftoxydschichten sei erwähnt, dass die Durchmesser der Interferenzringe des „Schichtoxyds“ höchstens sehr wenig von denjenigen des „Rauchoxyds“ (Fig. 3) abweichen; das Schichtoxyd hat daher, jedenfalls im isolierten Zustande, kein verzerrtes Gitter.

Dickere Schichten endlich, die mit Elektronen nicht mehr durchstrahlbar sind, lassen sich in ganz analoger Weise mit Röntgenstrahlen untersuchen. Beim Vergleich der Diagramme ist lediglich

zu berücksichtigen, dass die Ablenkungswinkel der Röntgenstrahlen viel grösser, die Radien der Interferenzringe denen der Elektronenbeugung nicht proportional sind. Fig. 6 zeigt das Röntgendiagramm einer dickeren Schicht. Die Ringe sind nicht ringsherum gleich scharf und getrennt, weil das Präparat ein rechteckiges Plättchen war. Trotzdem erkennt man leicht, dass keine bevorzugte Orientierung mehr vorliegt. Das Resultat stimmt überein mit dem früherer Versuche²⁾, bei welchen Schichtsplitter senkrecht zur Schichtnormalen durchstrahlt wurden, und die ebenfalls keine Andeutung eines Faserdiagramms wahrnehmen liessen. Offenbar ist in den dickeren Schichten der Anteil des orientierten Oxyds viel zu klein im Verhältnis zur Gesamtmasse, als dass er im Beugungsdiagramm noch erkannt werden könnte.

Zusammenfassung. Es wird gezeigt, dass in sehr dünnen, anodisch erzeugten Oxydschichten auf Zink das Oxydgitter weitgehend orientiert ist. Solche Schichten zeigen noch keine Poren.

Mit steigender Schichtdicke nimmt der relative Anteil an orientiertem Oxyd ab und die charakteristische Porenstruktur stellt sich ein.

Es ist zu schliessen, dass das Gitter des Muttermetalles dem Oxyd der Schicht die beobachtete Orientierung aufprägt. Bei zunehmender Schichtdicke dürfte daher immer die das Muttermetall berührende Lage der Schicht den orientierten Anteil des Oxyds enthalten.

Das in dieser Arbeit benutzte Elektronenmikroskop (TRÜB-TAUBER) stand dank der Arbeitsbeschäftigungskredite des Bundes zur Verfügung.

Anorg. chemisches Institut der Univ. Bern, August 1948.

LITERATUR.

¹⁾ Siebente Mitteilung der Reihe: Studien zur Chemie und zur Struktur anodisch erzeugter Niederschläge und Deckschichten. Vgl. 6. Mitt. im Journ. coll. sci. **3**, 197 (1948).

²⁾ K. Huber, Z. Elektrochem. **48**, 26 (1942); Helv. chim. acta **26**, 1037. 1253 (1943); **27**, 1443 (1944).

³⁾ K. HUBER, Vortrag an der Winterversammlung der Schweiz. chem. Ges., Febr. 1948; ref. in Chimia **2**, 121 (1948).

⁴⁾ Im wesentlichen nach W. H. J. VERNON und E. G. STROUD, Nature **142**, 477 (1938).

⁵⁾ Eine ausführliche Darstellung erfolgt in der Diss. B. BIERI.

⁶⁾ G. J. FINCH und Mitarbeiter, Proc. Roy. soc. **141**, A 398 (1933); Proc. phys. soc. **46**, 148 (1934); Trans Far. soc. **31**, 1051 (1935).

Komplexspektren zweiatomiger Manganhalogenide

von Jean Bacher.

(2. VII. 1948.)

Inhalt: Die komplexen Molekülspektren zweiatomiger Manganhalogenide (MnX) werden systematisch untersucht und als Septettsysteme gedeutet. MnF -Banden bei 3500 ÅE werden in Emission, MnCl -, MnBr - und MnJ -Banden im nahen U.V. in Absorption im überhitzten MnX_2 -Dampf mit grosser Dispersion (2,8 ÅE/mm) aufgenommen. Die Analyse der Multiplettstruktur auf Grund der Kantenmessungen ergibt in teilweiser Abänderung früherer Resultate MÜLLERS ${}^2\Pi - {}^2\Sigma$ -Übergänge. Die Vibrations- und Kopplungskonstanten der Molekülterme werden berechnet und es wird auf die enge Analogie mit dem Termschema des Mn-Atoms hingewiesen.

I. Einleitung.

§ 1. Die charakteristische Erscheinung in den Elektronenspektren zweiatomiger Moleküle sind die Banden, deren Deutung mittels der Theorie des symmetrischen Kreisels allbekannt ist. Im Falle aus schwereren Atomen gebildeter Moleküle, deren Trägheitsmoment gross ist, etwa im Vergleich zum Wert bei Hydriden, können die Banden in der Regel auch mit grossen Gitterspektrographen nicht mehr in einzelne Rotationslinien aufgelöst werden; beobachtbar bleiben nur die Zweige einer Bande als Kontinua, wovon ein Gross-
teil in Form von Kanten scharf messbare Frequenzen darbietet. Einfache P -, Q - und R -Zweige kennzeichnen entsprechend der Auswahlregel $\Delta J = +1, 0, -1$ für die Drehimpulsquantenzahl J das Spektrum des symmetrischen Kreisels; zur Deutung feinerer Einzelheiten, wie insbesondere einer grösseren Mannigfaltigkeit der in einer Bande beobachteten Zweige, müssen die Effekte des Elektronenspins hinzugezogen werden, die sich in einer „Feinstruktur“, der spektroskopischen Multiplizität, äussern. Ausserdem zeigen die Bandenspektren schwerer Moleküle wohl als auffälligste Erscheinung die „Grobstruktur“ der Schwingung, die in einer gesetzmässigen, eine zweidimensionale Mannigfaltigkeit (Kantenschema) bildenden Wiederholung der Einzelbanden besteht. Mit wachsendem Atomgewicht der Molekülpartner wird die Feinstruktur zufolge stärkerer Kopplung der Elektronenspins gröber, die Grobstruktur zufolge Abnehmens der Schwingungsstufen feiner, so dass

sich die Masstäbe dieser beiden Strukturen überschneiden. Praktisch werden in extremen Fällen die Komponenten eines Molekülmultipletts als gesonderte Elektronenterme behandelt, wenn sie als im Spektrum fast oder gänzlich voneinander getrennte Bandensysteme auftreten. Im Zwischengebiet dagegen, in dem die beiden Strukturen von derselben Grössenordnung sind, wird man Molekülspektren komplizierterer Art erwarten, insbesondere dann, wenn der resultierende Spin der Elektronen hohe Werte annimmt. Tatsächlich kennt man, teils seit langem¹⁾, von Verbindungen des Manganatoms Bandenspektren solcher Natur, die man in Analogie zu den Verhältnissen bei den Atomen *Komplexspektren* nennen kann. Das Manganatom behält den Maximalwert $S = 5/2$ des Spins der mit 5 Elektronen halb abgeschlossenen $3d$ -Schale auch in den meisten angeregten Zuständen bei, so dass nach der — in gewissem Sinne auch als Anregung aufzufassenden — Molekülbildung grosse Spinmomente auftreten. MESNAGE²⁾ hat genauere Angaben über Mangan-Chlorid und -Bromid-Komplexspektren publiziert. ROCHESTER und OLSSON³⁾ fanden ein analoges Spektrum des Fluorids. In beiden Fällen wurden mehratomige Moleküle als Träger dieser Spektren vermutet. Dagegen hat MÜLLER⁴⁾ erkannt, dass die Systeme des Chlorids und Bromids den zweiatomigen Molekülen $MnCl$ und $MnBr$ angehören. Er deutete beide als Übergänge zwischen zwei ${}^7\Pi$ -Termen und konnte Werte für die siebenfache, nahezu äquidistante Aufspaltung sowie für die Vibrationskonstanten der Terme angeben. Schliesslich hat NEVIN⁵⁾ eine äusserst komplexe, in Linien aufgelöste Bande des Manganhydrids MnH in vollständiger Weise analysiert und hat ebenfalls Septett-Terme gefunden. Seine Arbeiten diskutieren erstmals eingehend die Struktur einer Bande hoher Multiplizität und weisen überzeugend nach, wie sich das Liniengewirr im MnH -Spektrum als ${}^7\Pi - {}^7\Sigma$ -Bande ordnen lässt.

Es war nun das Ziel der vorliegenden Arbeit⁶⁾, weitere Komplexspektren der Manganhalogenide MnX zu untersuchen, insbesondere das bereits von ROCHESTER und OLSSON kurz beschriebene System des Fluorids, von dem zu erwarten war, dass es hinsichtlich der Masstäbe von Grob- und Feinstruktur zwischen die Spektren des Hydrids und Chlorids falle. Ferner schien es von Interesse zu sein, nach einem Bandensystem von MnJ zu suchen, um die Prüfung der gefundenen Gesetzmässigkeit auf ein noch schwereres Molekül auszudehnen. Es hat sich dabei gezeigt, dass die Multiplettanalyse, wie sie MÜLLER für $MnCl$ und $MnBr$ angegeben hat, zur Deutung der neuen Spektren nicht verwendet werden kann. Aus diesem

Grunde sind mit neuer Versuchstechnik auch von den Spektren des Chlorids und Bromids Neuaufnahmen grosser Dispersion gemacht worden, welche weit besser als alle früheren geworden sind und als Grundlage einer neuen Multiplettanalyse dienen konnten.

II. Experimentelles.

§ 2. Emissionsaufnahmen von MnF .

Die von MESNAGE²⁾ und MÜLLER⁴⁾ zur Anregung der $MnCl$ - und $MnBr$ -Spektren erfolgreich verwendete Hochfrequenzentladung im geschlossenen Quarzrohr mit Aussenelektroden kann für schwerflüchtige Fluoride nicht in Betracht kommen, da Quarzglas bei der unvermeidbar hohen Temperatur mit dem Fluorid reagiert und zur

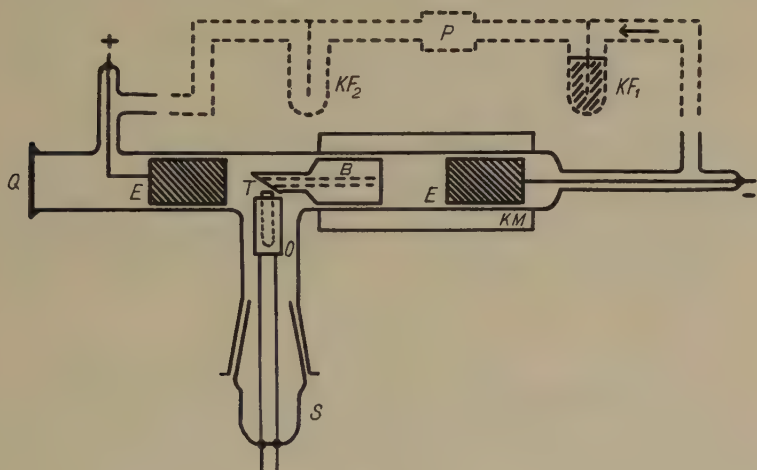


Fig. 1.

Entladungsrohr mit He-Kreislauf.

E = Nickelelektroden, B = Durchbohrter Einsatz aus Eisen, O = Elektrischer Ofen, T = Platintiegel, S = Schliff mit Durchführungen für die Ofenheizung, KM = Kühlmantel, Q = Quarzfenster, P = Hg-Diffusionspumpe, KF_1 = Kühlfalle mit Aktivkohle, KF_2 = Kühlfalle ohne Kohle.

Bildung von leichtflüchtigem Siliciumfluorid führt, dessen SiF -Banden das ganze Spektrum verdecken würden. Es wurde deshalb in Anlehnung an PEARSE und GAYDON⁷⁾ ein Entladungsrohr konstruiert, in dem der heisse Fluoriddampf unmittelbar am Ort der Lichtemission im Innern eines metallischen Hohlraums erzeugt wird, wobei ein Gasstrom dafür sorgt, dass Reaktions- und Zersetzungsprodukte sofort aus der Entladungsstrecke fortwandern.

Das Gas, Helium, bildet gleichzeitig den Träger der Entladung und zirkuliert in einem Kreislauf, der eine Hg-Diffusionspumpe und eine mit flüssiger Luft gekühlte Kohlefalle enthält. Fig. 1 zeigt schematisch die Apparatur. Die Elektroden bestehen aus Nickelblech. Der Einsatz aus Eisen besitzt eine Bohrung von 3 mm Durchmesser und schnürt die Entladung zusammen unter gleichzeitiger Steigerung der Helligkeit. Zum Betrieb diente eine Gleichspannung von 2000 Volt mit grossem Stabilisierungswiderstand. Die Brennspannung am Rohr betrug 1000 Volt bei einem Strom von 300 mA und einem Heliumdruck von 1 mm Hg. Die an *B* und der Kathode *A* freiwerdende Wärme wurde mittels der Wasserkühlung abgeleitet. Zur Verdampfung des reinen und sorgfältig entwässerten MnF_2 -Präparates diente der kleine Platintiegel *T*, welcher mittels eines Ofens aus Widerstandsdraht regulierbar geheizt werden konnte. Diese Fremdheizung bewirkte im Gegensatz zu dem an sich einfacheren Verfahren von PEARSE und GAYDON⁷⁾, bei dem die Entladung selbst heizt, dass der Betrieb des Rohres und die Einhaltung der zur Anregung günstigen elektrischen und thermischen Bedingungen wenig kritisch war, so dass mit einmaliger Füllung des Tiegels eine längere Exposition gemacht werden konnte. Die Anregung der MnF-Banden war so lichtstark, dass am 3-m-Gitter Aufnahmezeiten von 10 Minuten genügten. Störende Fremdspektren traten im allgemeinen nicht in Erscheinung; die verwendete Methode dürfte sich deshalb auch in anderen Fällen zur Gewinnung von Fluoridspektren bewähren.

§ 3. Absorptionsaufnahmen von MnCl , MnBr und MnJ .

MÜLLER war es unter Verwendung eines Hochtemperaturofens von 1800° C möglich zu zeigen, dass die ultravioletten MnCl- und MnBr-Bandensysteme in Absorption beobachtet werden können, wenn es ihm auch nicht gelang, Gitteraufnahmen zu machen. Die von WIELAND⁸⁾ in anderen Fällen bei weit tieferen, noch im Quarzglasgebiet liegenden Temperaturen erzielten Erfolge veranlassten uns, zu versuchen, in einer Anordnung nach Fig. 2 Absorptionsspektren zu erhalten. Die abgeschmolzenen Quarzrohre von 10 cm Länge mit Planfenstern enthalten das sorgfältig eindestillierte wasserfreie Salz und einen Überschuss an Mangan. Sie können im Widerstandsofen ohne ernstliche Trübung auf 1200° C erhitzt werden. Das Kondensat befindet sich dabei in einem Ansatz, dessen Temperatur (T_2) unabhängig einstellbar ist. Tatsächlich wurden so (vgl. Fig. 4) für alle 3 Salze schon zwischen Temperaturen von 1000—1200° C und durch Wahl von T_2 passend eingestellter Dampf-

dichte ausgezeichnete Aufnahmen der Komplexspektren in Absorption gewonnen, die zufolge vollkommenen Fehlens störender Atomlinien die Emissionsaufnahmen weit übertreffen. Als kontinuierliche Lichtquelle eignete sich eine 7,5 Amp. Osram Punkt-lampe.

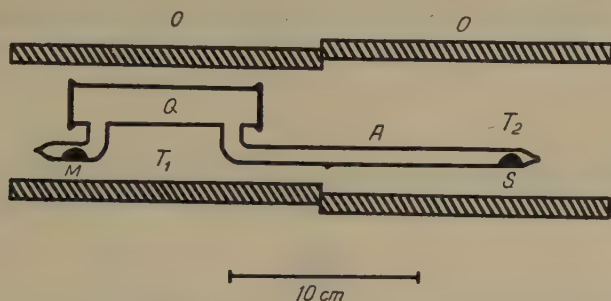


Fig. 2.

Absorptionsanordnung.

Q = Quarzrohr, A = Ansatz, O = Ofen, T_1, T_2 = Ort der Temperaturmessung, S = Salz, M = Manganmetall.

Sämtliche Aufnahmen wurden auf Lumière „Lumichrome“-Platten bzw. -Filmen gemacht. Die Dispersion des in zweiter Ordnung verwendeten Rowland-3-m-Gitters beträgt 2,8 ÅE/mm.

III. Resultate.

§ 4. Fig. 3 gibt eine Übersicht über die bis jetzt bekannten Bandensysteme der MnX -Moleküle. Ein kurzwelliges System α einfacher Struktur ist von ROCHESTER und OLSSON³⁾ beim MnF beobachtet worden. Die Absorptionenaufnahmen des $MnCl$ zeigen das entsprechende bisher unbekannte Spektrum, das aus 4 violettabschattierten Kanten bei (0,1) 40392, (1,1) 40709, (0,0) 40776 und (1,0) 41096 cm^{-1} besteht. Analoge Systeme dürften auch die übrigen MnX -Moleküle besitzen, doch wird das ganze kurzwellige Spektralgebiet vom mehratomigen Dampf verschluckt, so dass die Beobachtung erst bei sehr starker Überhitzung erfolgen könnte. Die im nahen Ultraviolett gelegenen Systeme β enthält Fig. 4 nach Aufnahmen mit dem Quarzspektrographen. Sie sind vom Typus der Komplexspektren; ihr Ursprung verschiebt sich beim Übergang vom Fluorid zum Jodid systematisch nach längeren Wellen. Sie zeigen, mit Ausnahme des Jodidspektrums, eine ausgeprägte Vibrationsstruktur mit hervortretenden Bandengruppen $\Delta v = \text{const.}$ In allen Spektren können nur Kanten gemessen werden, da eine Auflösung der Ro-

tationsstruktur weit grössere Dispersion erfordern würde. Die Banden sind in überwiegender Anzahl violett abschattiert.

Die im Sichtbaren liegenden γ -Systeme hat für MnCl und MnBr schon MESNAGE²⁾ vermessen; die Emissionsspektren von MnF zeigen ein vollkommen analoges System, während im MnJ -Dampf mittels Hochfrequenzentladung, offenbar infolge vollständiger Zersetzung, keinerlei MnJ -Banden gefunden werden, wie das auch eigene Versuche bestätigten. In den Absorptionsspektren fehlen die γ -Banden völlig.

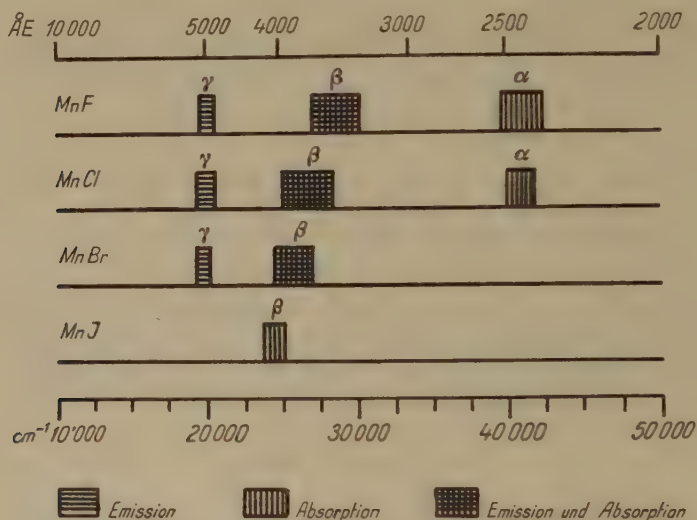


Fig. 3.

Übersicht über die bis jetzt bekannten Bandensysteme der MnX -Salze.

Im folgenden werden in aller Kürze die Messergebnisse an den ihres komplexen Charakters wegen besonders interessierenden β -Systemen mitgeteilt.

§ 5. MnF . Der Vergleich unserer Emissionsspektren mit den Absorptionsaufnahmen von ROCHESTER und OLSSON^{*)}³⁾ ergibt im einzelnen nur geringe Unterschiede. In beiden treten beidseitig scharf begrenzte schmale Banden auf, vor allem in den kurzwelligen Gruppen $\Delta v = +1$ und $+2$, in Emission allein sieht man (vgl. die in Fig. 4a mit x markierten Stellen) Anhäufungen rot abschattierter Kanten, welche durch Linien hoher Rotationsquantenzahl in den

*) Dr. G. ROCHESTER überliess uns in freundlicher Weise die Originalvorlagen der Figuren, wofür ihm aufs beste gedankt sei.

R-Zweigen gebildet werden. Wie vielfach in Bandensystemen mit ausgesprochener Gruppenstruktur beobachtet, tritt auch im MnF-Spektrum ein Wechsel der Abschattierung auf, ein Zeichen dafür, dass die Rotationskonstanten *B* der beiden Terme nahezu gleich gross sind. In solchen Fällen wirken sich die höheren Glieder in der Formel der Rotationsenergie $[D J^2(J+1)^2]$ und die Wechselwirkung mit der Schwingung entscheidend auf die Ausbildung

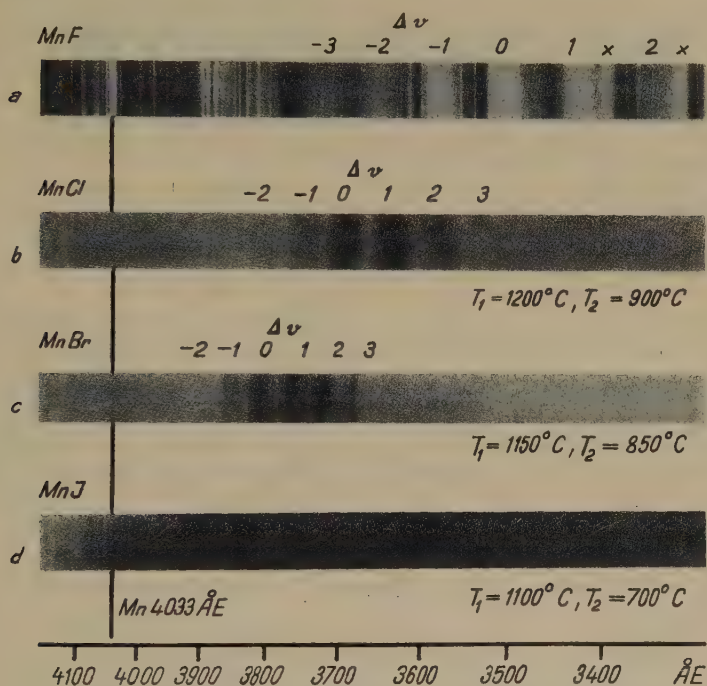


Fig. 4.

Bandensysteme β der MnX . (Prismenaufnahmen).

a: Emission, b — d: Absorption.

der Kanten aus. Wenn $|D'| > |D''|$, d. h. wenn die Molekülbindung durch die Rotation im angeregten Zustande stärker aufgelockert wird, tendieren für grosse *J* alle Zweige zu rotabschattierten Kanten. Dabei entstehen die Kanten in grossem und von Bande zu Bande wechselndem Abstand von der Banden-Nulllinie, so dass die Kanten selbst kaum mehr gesetzmässig angeordnet sind. Unter solchen Umständen kann natürlich von einer vollständigen Analyse des Spektrums keine Rede sein.

Tabelle 1.
Kanten von MnF .

1 cm ⁻¹	2 I	3 v',v''	4 Z	5 B	1 cm ⁻¹	2 I	3 v',v''	4 Z	5 B
Gruppe Δv = -2 (3671 - 3648 ÅE)					28468,3	4	c: 0,0	P ₅	l
27232,2	2	0,2	P ₇ P ₆	l	28478,1	4	a: 1,1		
27236,5	2	0,2			28493,0	5	d: 0,0	P ₄	
27274,8	3	a: 1,3			28511,6	5	e: 0,0		
27295,7	3	b: 1,3			28515,9	3	0,0	P ₃	
27311,8	3	0,2			28528,6	4	f: 0,0		
27317,3	3	c: 1,3	P ₅	u	28533,9	2			
27338,9	3	d: 1,3	P ₄		28543,3	2	0,0	P ₂	
27359,5	3	e: 1,3	P ₃		28556,1	3			
27374,6	2	f: 1,3			28573,0	4	0,0	P ₁	
27380,2	2		P ₂		Gruppe Δv = +1 (3439 - 3426 ÅE)				
27401,6	3		P ₁	29068,7	4	1,0		b	
Gruppe Δv = -1 (3595 - 3580 ÅE)						29071,9	2		1,0
27813,4	3	a: 0,1	P ₇	*)	29084,4	4	a: 1,0	P ₇	b
27837,2	4	b: 0,1			29092,8		b: 1,0	P ₆	
27849,7	3				29095,9	4			b
27855,2	4	c: 0,1	P ₅		29112,2				
27872,1	3	a: 1,2			29116,0	4			
27880,8	4	d: 0,1	P ₄		29119,1		2,1		
27891	3	b: 1,2			29124,2	1	c: 1,0	P ₅	P ₄
27901,3	4	e: 0,1			29134,3	5			
27909,0	3		P ₃		29140,9	4	2,1		
27917,5	4	f: 0,1			29152,9	4	d: 1,0		
27920	4		b	29158,9	5				
27924,5	3			29168,2	3	e: 1,0			
					29177,1	4			
Gruppe Δv = 0 (3521 - 3498 ÅE)					Gruppe Δv = +2** (3360 - 3344 ÅE)				
28390,9	0	0,0	P ₇ P ₆	l	29749,2	1	a: 2,0	P ₇	r
28406,0	0	0,0			29766,7	2	b: 2,0	P ₆	
28418,6	3	0,0			29786,2	3	c: 2,0	P ₅	
28427,7	5	a: 0,0			29807,8	3	d: 2,0	P ₄	
28446,8	4	b: 0,0			29823,9	2			
28457,5	4				29836,2	2			
28463	2			29840,1	2	3,1			
				29851,0	4				
				29887,7					

I = Intensität; v', v'' = Vibrationsquantenzahlen; Z = Zweige; B = Bemerkung; u = unscharf; l = linienhaft; r = rot abgeschattiert; b = beidseitig scharf begrenzte Banden.

*) In Emission verdeckt durch Mn 3586,5 ÅE.

**) Auf den Kopien der Absorptionssaufnahmen von ROCHESTER ausgemessen.

Tabelle 1 enthält das Zahlenmaterial zum MnF-Spektrum unter Weglassung schwacher und undeutlicher Kanten. Fig. 5 gibt nach einer Gitteraufnahme die intensivste Gruppe wieder, welche zweifellos die Gruppe $\Delta v = 0$ darstellt. Da sowohl Mn wie F nur 1 stabiles Isotop besitzen, fehlen Isotopenaufspaltungen in allen Grup-

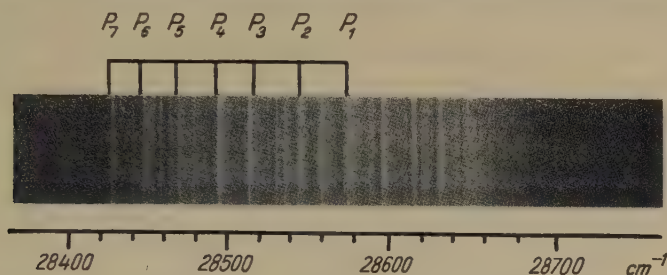


Fig. 5.

MnF. Gruppe $\Delta v = 0$ des Bandensystems β .
(Emission).

pen des Spektrums. Wegen der mangelnden Gesetzmässigkeit in der Lage der Kanten lässt sich ein Kantenschema, das einen wesentlichen Teil der beobachteten Kanten umfassen würde, nicht aufstellen. Vielmehr müssen die Vibrationsfrequenzen aus den Differenzen zwischen Banden mit analoger Rotationsstruktur entnommen werden. So zeigt Tabelle 2, dass die aus den Kanten der (0,0)-

Tabelle 2.

MnF. Kernfrequenzen (cm^{-1}).

v', v''	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>e</i>	<i>f</i>
0,0	28427,7	28446,8	28468,3	28493,0	28511,6	28528,6
0,1	27813,4	27837,2	27855,2	27880,8	27901,3	27917,5
ω''	614,3	609,6	613,1	612,2	610,3	611,1
1,0	29092,8	29112,2	29134,3	29158,9	29177,1	
0,0	28427,7	28446,8	28468,3	28493,0	28511,6	
ω'	665,1	665,4	666,0	665,9	666,5	

und (0,1)-Gruppen eindeutig gebildete Grundfrequenz ω'' die Grösse 612 cm^{-1} besitzt, was innerhalb der Fehlergrenze mit der Frequenz übereinstimmt, welche ROCHESTER und OLSSON im kurzwelligen System α von MnF auffanden. Kolonne 3 der Tabelle 1 enthält weitere Angaben über die Einordnung der schwächeren Kanten, auch in den Gruppen $\Delta v = -2$ und $+2$, die jedoch im einzelnen nicht ohne Willkür gemacht werden können. In ganz ähn-

licher Art (vgl. Tabelle 2) folgt eindeutig für die Frequenz des angeregten Zustandes $\omega' = 665 \text{ cm}^{-1}$, also wie bei der überwiegenden Violetabschattierung zu erwarten ist, grösser als ω'' . Aus den Frequenzen der Tabelle 1 können die Anharmonizitäten $x'\omega'$ und $x''\omega''$ zu 6 cm^{-1} bzw. 3 cm^{-1} abgeschätzt werden, letztere in Übereinstimmung mit dem kurzwelligen System α .

§ 6. *MnCl*: Die ausführlichen Angaben der Arbeit MÜLLERS⁴⁾ über das zwischen 3500–4000 ÅE gelegene System β von *MnCl* können auf Grund der von Atomlinien freien, neuen Absorptionsspektren in wesentlichen Punkten ergänzt werden, indem es sich zeigt, dass

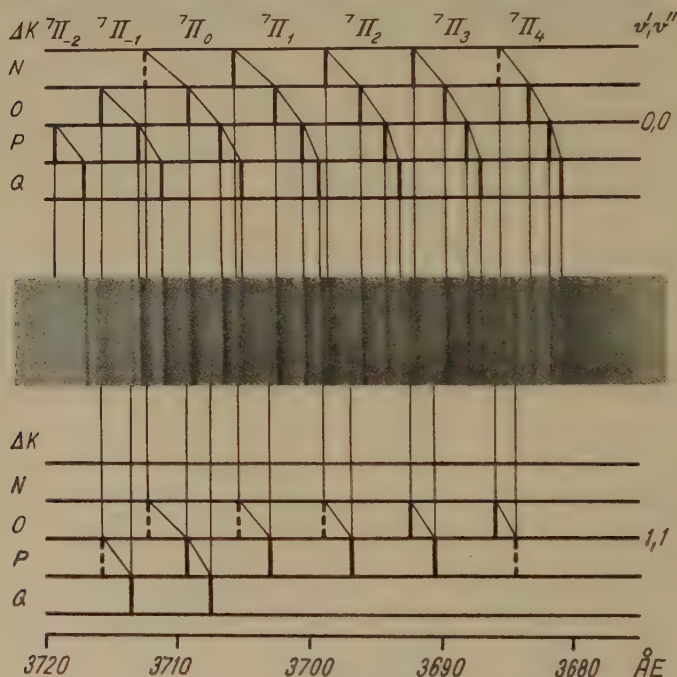


Fig. 6.

MnCl. Gruppe $\Delta v = 0$ des Bandensystems β .

———— Beobachtete Kanten.

----- Verdeckte oder sehr schwache Kante (in Tab. 3 nicht enthalten).

einzelne Kanten durch Linien vorgetäuscht waren, während andere durch solche verdeckt wurden, insbesondere lassen jedoch die neuen Aufnahmen ausgeprägtere Intensitätsunterschiede erkennen. Dieselbe Anordnung der Kanten wiederholt sich von Gruppe zu Gruppe; in den Nebengruppen ($\Delta v \neq 0$) erkennt man die Cl-Isotopenaufspaltung, so dass sich die Schwingungsanalyse leicht

Tabelle 3.

Kanten von $MnCl$. Gruppe $\Delta v = 0$.

λ (ÅE)	ν (cm ⁻¹)	I	v', v''	ΔJ		
				- 1	0	+ 1
3719,18	26880,1	1	0,0	P_7		
3716,96	26896,8	6	0,0	$Q_{P_{76}}$	Q_7	
3716,18	26901,7	2				
3715,57	26906,1	1	0,0	$^o P_{67}$		
3713,40	26921,9	6	1,1	$Q_{P_{76}}$	Q_7	
3712,74	26926,7	7	0,0	P_6	$^P Q_{67}$	
3710,97	26939,5	8	0,0	$Q_{P_{65}}$	Q_6	$Q_{R_{67}}$
3709,20	26952,4	2	1,1	P_6	$^P Q_{67}$	
3708,94	26954,3	5	0,0	$^o P_{56}$	$^o Q_{57}$	
3707,36	26965,7	2	1,1	$Q_{P_{65}}$	Q_6	$Q_{R_{67}}$
3706,45	26972,3	10	0,0	P_5	$^P Q_{56}$	$^P R_{57}$
3705,30	26980,7	3	0,0	$^N P_{46}$	$^N Q_{47}$	
3704,96	26983,2	6	0,0	$Q_{P_{54}}$	Q_5	$Q_{R_{56}}$
3702,92	26998,1	3	1,1	P_5	$^P Q_{56}$	$^P R_{57}$
3702,39	27001,9	10	0,0	$^o P_{45}$	$^o Q_{46}$	$^o R_{47}$
3700,27	27017,4	9	0,0	P_4	$^P Q_{45}$	$^P R_{46}$
3699,06	27026,2	4	0,0	$Q_{P_{43}}$	Q_4	$Q_{R_{45}}$
3698,53	27030,1	6	0,0	$^N P_{35}$	$^N Q_{36}$	$^N N_{37}$
3696,80	27042,8	2	1,1	P_4	$^P Q_{45}$	$^P R_{46}$
3695,94	27049,0	10	0,0	$^o P_{34}$	$^o Q_{35}$	$^o R_{36}$
3694,13	27062,3	8	0,0	P_3	$^P Q_{34}$	$^P R_{35}$
3693,03	27070,4	3	0,0	$Q_{P_{32}}$	Q_3	$Q_{R_{34}}$
3692,41	27074,9	5	1,1	$^o P_{34}$	$^o Q_{35}$	$^o R_{36}$
3691,97	27078,1	6	0,0	$^N P_{24}$	$^N Q_{25}$	$^N R_{26}$
3690,64	27087,9	3	1,1	P_3	$^P Q_{34}$	$^P R_{35}$
3689,57	27095,7	10	0,0	$^o P_{23}$	$^o Q_{24}$	$^o R_{25}$
3687,97	27107,5	9	0,0	P_2	$^P Q_{23}$	$^P R_{24}$
3687,68	27109,6	4				
3686,95	27115,0	6	0,0	$Q_{P_{21}}$	Q_2	$Q_{R_{23}}$
3685,99	27122,1	6	1,1	$^o P_{23}$	$^o Q_{24}$	$^o R_{25}$
3683,24	27142,3	6	0,0	$^o P_{12}$	$^o Q_{13}$	$^o R_{14}$
3681,79	27153,0	8	0,0	P_1	$^P Q_{12}$	$^P R_{13}$
3680,87	27159,8	7	0,0		Q_1	$Q_{R_{12}}$

 I = Intensität, v', v'' = Vibrationsquantenzahlen.

ausführen lässt, welche die von MÜLLER berechneten Vibrationsfrequenzen bestätigt. Wie beim MnF stimmen die Grundfrequenzen der Systeme α und β miteinander überein. Für die Multiplettanalyse (vgl. § 10) genügt die nähere Betrachtung der Hauptgruppe $\Delta v = 0$, für die die Messergebnisse in Tabelle 3 wiedergegeben sind; Fig. 6 zeigt in starker Vergrößerung eine Gitteraufnahme dieser Gruppe. Ihre Struktur lässt sich teilweise überschneidende Kantenfolgen erkennen, deren Abstände nahezu konstant 45 cm^{-1} betragen. Sie alle bilden (0,0)-Banden des MnCl-Septetts. Im Abstand von ca. 25 cm^{-1} auf der kurzwelligen Seite davon tritt wesentlich schwächer das Multiplett der (1,1)-Banden auf. In den Nachbargruppen ($\Delta v \neq 0$), die hier nicht ausführlich wiedergegeben werden können, ist der Intensitätsabfall weit weniger stark, wie das in den Bandensystemen mit Gruppenstruktur zu erwarten ist.

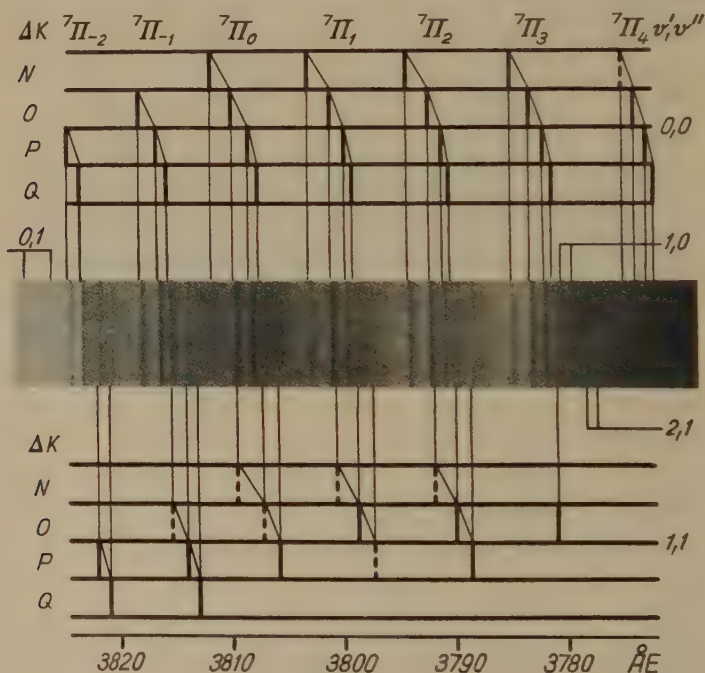


Fig. 7.

MnBr Gruppe $\Delta v = 0$ des Bandensystems β .

—— Beobachtete Kanten.

..... Verdeckte oder sehr schwache Kanten (in Tab. 4 nicht enthalten).

§ 7. *MnBr.* Das System β des MnBr hat MÜLLER⁴⁾ nur kurz beschrieben. Es unterscheidet sich von dem sonst weitgehend analogen

Tabelle 4.
Kanten von MnBr. Gruppe $\Delta v = 0$.

(ÅE)	cm ⁻¹	<i>I</i>	<i>v', v''</i>	ΔJ		
				- 1	0	+ 1
3824,57	26139,3	5	0,0	<i>P</i> ₇		
3823,47	26146,9	7	0,0	<i>Q</i> <i>P</i> ₇₆	<i>Q</i> ₇	
3821,92	26157,5	2	1,1	<i>P</i> ₇		
3820,85	26164,8	3	1,1	<i>Q</i> <i>P</i> ₇₆	<i>Q</i> ₇	
3818,11	26183,6	5	0,0	<i>O</i> <i>P</i> ₆₇		
3816,48	26194,8	8	0,0	<i>P</i> ₆	<i>P</i> <i>Q</i> ₆₇	
3815,48	26201,6	6	0,0	<i>Q</i> <i>P</i> ₆₅	<i>Q</i> ₆	<i>Q</i> <i>R</i> ₆₇
3813,94	26212,2	3	1,1	<i>P</i> ₆	<i>P</i> <i>Q</i> ₆₇	
3812,91	26219,3	1	1,1	<i>Q</i> <i>P</i> ₆₅	<i>Q</i> ₆	<i>Q</i> <i>R</i> ₆₇
3811,62	26228,1	2	0,0	<i>N</i> <i>P</i> ₅₇		
3809,65	26241,7	9	0,0	<i>O</i> <i>P</i> ₅₆	<i>O</i> <i>Q</i> ₅₇	
3808,09	26252,5	9	0,0	<i>P</i> ₅	<i>P</i> <i>Q</i> ₅₆	<i>P</i> <i>R</i> ₅₇
3807,33	26257,7	2	0,0	<i>Q</i> <i>P</i> ₅₄	<i>Q</i> ₅	<i>Q</i> <i>R</i> ₅₆
3805,59	26269,7	3	1,1	<i>P</i> ₅	<i>P</i> <i>Q</i> ₅₆	<i>P</i> <i>R</i> ₅₇
3802,81	26288,9	7	0,0	<i>N</i> <i>P</i> ₄₆	<i>N</i> <i>Q</i> ₄₇	
3800,93	26301,9	8	0,0	<i>O</i> <i>P</i> ₄₅	<i>O</i> <i>Q</i> ₄₆	<i>O</i> <i>R</i> ₄₇
3799,52	26311,7	6	0,0	<i>P</i> ₄	<i>P</i> <i>Q</i> ₄₅	<i>P</i> <i>R</i> ₄₆
3798,86	26316,2	2	0,0	<i>Q</i> <i>P</i> ₄₃	<i>Q</i> ₄	<i>Q</i> <i>R</i> ₄₅
3798,50	26318,7	1	1,1	<i>O</i> <i>P</i> ₄₅	<i>O</i> <i>Q</i> ₄₆	<i>O</i> <i>R</i> ₄₇
3797,55	26350,6	6	0,0	<i>N</i> <i>P</i> ₃₅	<i>N</i> <i>Q</i> ₃₆	<i>N</i> <i>R</i> ₃₇
3793,91	26363,3	8	0,0	<i>O</i> <i>P</i> ₃₄	<i>O</i> <i>Q</i> ₃₅	<i>O</i> <i>R</i> ₃₆
3792,07	26372,5	7	0,0	<i>P</i> ₃	<i>P</i> <i>Q</i> ₃₄	<i>P</i> <i>R</i> ₃₅
3790,16	26376,7	2	0,0	<i>Q</i> <i>P</i> ₃₂	<i>Q</i> ₃	<i>Q</i> <i>R</i> ₃₄
3789,65	26380,2	3	1,1	<i>O</i> <i>P</i> ₃₄	<i>O</i> <i>Q</i> ₃₅	<i>O</i> <i>R</i> ₃₆
3788,50	26388,2	3	1,1	<i>P</i> ₃	<i>P</i> <i>Q</i> ₃₄	<i>P</i> <i>R</i> ₃₅
3784,75	26414,3	5	0,0	<i>N</i> <i>P</i> ₂₄	<i>N</i> <i>Q</i> ₂₅	<i>N</i> <i>R</i> ₂₆
3783,07	26426,1	8	0,0	<i>O</i> <i>P</i> ₂₃	<i>O</i> <i>Q</i> ₂₄	<i>O</i> <i>R</i> ₂₅
3781,87	26434,5	8	0,0	<i>P</i> ₂	<i>P</i> <i>Q</i> ₂₃	<i>P</i> <i>R</i> ₂₄
3781,17	26439,4	3	0,0	<i>Q</i> <i>P</i> ₂₁	<i>Q</i> ₂	<i>Q</i> <i>R</i> ₂₃
3780,76	26442,2	2	1,1	<i>O</i> <i>P</i> ₂₃	<i>O</i> <i>Q</i> ₂₄	<i>O</i> <i>R</i> ₂₅
3773,80	26491,0	6	0,0	<i>O</i> <i>P</i> ₁₂	<i>O</i> <i>Q</i> ₁₃	<i>O</i> <i>R</i> ₁₄
3772,67	26498,9	10	0,0	<i>P</i> ₁	<i>P</i> <i>Q</i> ₁₂	<i>P</i> <i>R</i> ₁₃
3771,96	26503,9	9	0,0		<i>Q</i> ₁	<i>Q</i> <i>R</i> ₁₂

I = Intensität, *v', v''* = Vibrationsquantenzahlen.

System des MnCl darin, dass die *Gruppen* sich teilweise überschneiden. An den Überdeckungsstellen erlaubt jedoch die Br-Isotopieaufspaltung die Zugehörigkeit der Kanten zu den Schwingungsgruppen festzustellen. Die 7 Kantenfolgen, die sich beim MnCl überschneiden, sind im MnBr -Spektrum voneinander getrennt. Sie folgen in nahezu äquidistanten Abständen aufeinander, wie die in Fig. 7 abgebildete Absorptionaufnahme der Gruppe $\Delta v = 0$ deutlich erkennen lässt. Die (1,1)-Kanten, die hier viel schwächer sind als auf den Emissionsaufnahmen, sind um rund 17 cm^{-1} gegen die entsprechenden (0,0)-Kanten nach kurzen Wellen verschoben, was aus Tabelle 4, in der die Messergebnisse der Gruppe $\Delta v = 0$ zusammengestellt sind, entnommen werden kann. Aus Raumgründen sind die Zahlenwerte der übrigen Gruppen $\Delta v \neq 0$ weggelassen. Sie zeigen wie beim MnCl alle die gleiche Anordnung der Kanten und geben somit für die Multipllettanalyse keine neuen Anhaltspunkte. MÜLLER hat beim MnBr ausser einer groben Abschätzung der Kernfrequenzen ($\omega'' = 285 \text{ cm}^{-1}$, $\omega' = 320 \text{ cm}^{-1}$) keine Vibrationsanalyse vorgenommen. Da zu jedem Schwingungsübergang (v' , v'') ca. 25 Kanten gehören, könnten ebensoviele Kantenschemata der Schwingung aufgestellt werden, die jedoch alle dieselben Kernfrequenzen und

Tabelle 5.

MnBr. Kantenschema der P_5 -Kanten.

$v' \backslash v''$	0		1		2	
0	26252,5	288,0	25964,5			
	305,4		305,2			
1	26557,9	288,2	26269,7	285,4	25984,3	
	303,4		304,0			
2	26861,3	287,6	26573,7			
			301,9			
3			26875,6	286,9	26588,7	

Anharmonizitäten ergäben. Als Beispiel zeigt Tabelle 5 das Schema der P_5 -Kanten, welche sich auch in den schwächeren Gruppen $\Delta v \neq 0$ noch gut ausmessen lassen. Die Formel

$$\begin{aligned}
 \nu = & 26243,9 + 306,7 (v' + \frac{1}{2}) - 0,7 (v' + \frac{1}{2})^2 \\
 & - 289,7 (v'' + \frac{1}{2}) + 0,9 (v'' + \frac{1}{2})^2
 \end{aligned}$$

gibt die Frequenzen dieser Kanten auf Bruchteile eines cm^{-1} genau wieder.

§ 8. *MnJ*. Das Absorptionsspektrum des überhitzten MnJ_2 -Dampfes ist nach einer Aufnahme am 3-m-Gitter in Fig. 8 abgebildet. Es fehlt ihm die Gruppenstruktur, dafür fallen Bandenzüge auf mit dem Intensitätsmaximum in unmittelbarer Nähe des ${}^6P-{}^6S$ Mn-Resonanz Triplets bei 4033 ÅE. Die komplexe Struktur des Spektrums ist in Fig. 8 deutlich zu erkennen. Käufliches MnJ_2 (BDH) wie auch ein aus MnCl_2 (Kahlbaum) selbst hergestelltes Präparat ergaben genau dasselbe Spektrum. Das im Überschuss ins Quarzrohr beigegebene Mn-Metall (Johnson, Matthey and Co. Ltd.) war spektroskopisch auf Verunreinigungen geprüft. Da das aus

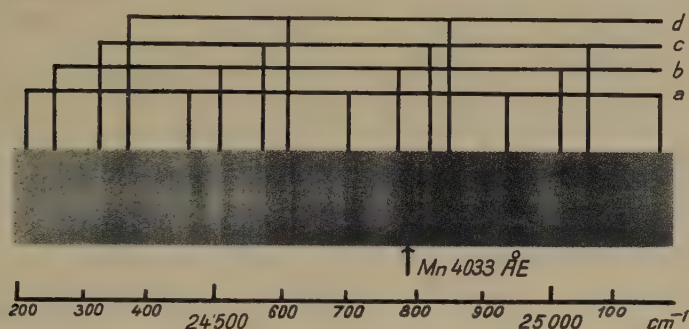


Fig. 8.

MnJ. Bandensystem β .

sehr zahlreichen Banden bestehende Spektrum mit keinem bekannten identifiziert werden kann, ist Manganjodid als Träger anzunehmen; da es nur nach Überhitzung des MnJ_2 -Dampfes auftritt, und da es nach Lage und Aussehen den bekannten Mn-Halogenid-Spektren analog ist, kann nur das zweiatomige MnJ in Frage kommen. Der mehratomige Dampf bewirkt auf der kurzwelligen Seite des Bandensystems intensive kontinuierliche Absorption, welche bei Steigerung des Dampfdrucks auch das Bandensystem überdeckt.

Tabelle 6 enthält einige Zahlenangaben über die Bandenzüge. Wie darin vermerkt, und wie auch in Fig. 8 erkennbar ist, sind alle diese Banden mehrfach in fast völlig unregelmässiger Art. Alle Banden sind violettabschattiert, einige nahezu linienhaft. Auch in den Bandenausläufern ist keinerlei Rotationsstruktur aufgelöst. Die kurzwelligsten Kanten der mit *a* bezeichneten Komplexe sind die intensivsten Absorptionsstellen. Auf Grund der aus ihnen gebildeten Differenzen (vgl. Tabelle 6) ist man geneigt, sie als Bandenzug des Grundtermes aufzufassen, wodurch man für das MnJ -

Molekül die Grundfrequenz $\omega'' = 240 \text{ cm}^{-1}$ erhält, was ausgezeichnet der Grösse entspricht, die man nach bekannten Abschätzungsverfahren berechnen kann. Ähnliche Differenzen bilden auch die anderen mit $b-d$ bezeichneten Bandenzüge.

Tabelle 6.
Kanten von MnJ.

cm^{-1}		Differenzen	Bemerkungen
a	23998,9	231,8	
b, c	K		
d	24146		
		233	
a	24230,7	231,6	und 280 und 285 $A = 4 \times 11 \text{ cm}^{-1}$
b	268 u. 272	237	
c	334 $> K$	236	
d	379 $> K$	231	
a	24462,3 $> K$	235,2	$A = 3 \times 4 \text{ cm}^{-1}$ $A = 10 \text{ cm}^{-1}$ linienhaft
b	504 u. 509	248	
c	570 $> K$	251	
d	610	239	
a	24697,5 K	238,1	$A = 5 \times 10 \text{ cm}^{-1}$ linienhaft
b	752 u. 772	246	
c	821 (886 u. 893)	242	
d	849		
a	24935,6 $> K$	238	$A = 9 \text{ und } 3 \text{ cm}^{-1}$
b	25018 (u. 024)	243	
c	063 K		
a	25174 $> K$		
b	261 $> K$		
	653	227	$A = 13 \text{ und } 11 \text{ cm}^{-1}$
	880 $> K$	239	
	26119 $> K$		

K = Bandenkomplex.

$> K$ = kurzwelligste Kante des Komplexes.

A = Abstand der Komponenten des Komplexes.

IV. Diskussion der Resultate.

§ 9. Wie die folgende Diskussion zeigt, kann die von MÜLLER⁴⁾ vorgeschlagene Deutung der Systeme β als ${}^7\Pi - {}^7\Pi$ -Übergänge mit dem neuen Beobachtungsmaterial nicht in Einklang gebracht werden. Eine zwanglose Erklärung der beobachteten Gesetzmässigkeit

ten ergibt sich jedoch aus der Struktur eines ${}^7\Pi - {}^7\Sigma$ -Übergangs. Es soll deshalb zunächst untersucht werden, was unter dieser Annahme zu erwarten ist.

Im Σ -Grundzustand ist die Komponente des Elektronendrehimpulses in Richtung der Molekülachse $A = 0$ und die Spinsumme $S = 3$. Der Spin kann nur an die Rotation K des Moleküls gekoppelt sein (HUND'scher Fall b), was bedeutet, dass K und S sich vektoriell zum Gesamtdrehimpuls J zusammensetzen.

$$J = (K + S), (K + S - 1), \dots |K - S|$$

Die Multiplizität macht sich in einer kleinen, mit K zunehmenden Aufspaltung der Rotationsniveaus bemerkbar.

Während ein Σ -Term immer streng dem Fall b gehorcht, kann der Π -Term auch dem Falle a (Kopplung des Spins an die Molekülachse) angehören. Sehr oft ist für kleine Rotationsquantenzahlen Fall a , für grosse Fall b besser erfüllt. Im Falle a setzt sich A mit Σ , der Komponente des Spins in Richtung der Molekülachse, zur Resultierenden Ω zusammen. Der ${}^7\Pi$ -Term wird in sieben Komponenten, ${}^7\Pi_{-2} \dots \Pi_4$, zerlegt, die durch den als Index geschriebenen Wert von Ω unterschieden werden. Die Aufspaltung im Falle a ist äquidistant und durch die Formel

$$T = T_0 + A \Lambda \Sigma$$

wiedergegeben. T_0 bedeutet dabei den Termschwerpunkt und A die Kopplungskonstante, die für normale Terme positiv, für verkehrte Terme negativ ist.

Im folgenden wird die im Falle b übliche Bezeichnungsweise benutzt, die beim ${}^7\Pi$ -Term nur für grosse K einen strengen Sinn besitzt, sich jedoch auf kleine K -Werte ausdehnen lässt.

Für Übergänge ${}^7\Pi(b) - {}^7\Sigma$ gelten die Auswahlregeln $\Delta J = 0, \pm 1$ und $\Delta K = 0, \pm 1$. Für ${}^7\Pi(a) - {}^7\Sigma$ bleibt nur noch die erstere erhalten. In Fällen der Spinumkopplung ($a \rightarrow b$) kann $\Delta K = 0, \pm 1, \pm 2$, auch ± 3 und ± 4 beobachtet werden. Die Intensität der Satellitenzweige ($\Delta K \neq \Delta J$) nimmt mit wachsendem ΔK stark ab.

Für die „Form“ der Zweige sind die Werte von ΔK massgebend, die als linke obere Indizes den Symbolen der Zweige (P, Q, R) beigefügt werden. Es haben die Buchstaben

$$T, S, R, Q, P, O, N$$

die Bedeutung⁹⁾: $\Delta K \quad +3 +2 +1 \quad 0 -1 -2 -3$.

Wird die Wechselwirkung zwischen Spin und Rotation als klein

angesehen, so lautet die allgemeine Formel für die Rotationslinien der Zweige unter Weglassung der in K biquadratischen Glieder:

$$\nu = \nu_0 + F'(K') - F''(K'') = \nu_0 + B'K'(K' + 1) - B''K''(K'' + 1)$$

ν_0 bedeutet die Frequenz der Nulllinie einer Bande.

Hieraus folgt für die einzelnen Zweige:

Zweig ΔK

$$\begin{array}{ll} T & + 3 \quad \nu = \nu_0 + F'(K + 3) - F''(K) \\ & \quad = \nu_0 + 12 B' + (7 B' - B'') K + (B' - B'') K^2 \\ S & + 2 \quad \nu = \nu_0 + F'(K + 2) - F''(K) \\ & \quad = \nu_0 + (1) 6 B' + (5 B' - B'') K + (B' - B'') K^2 \\ R & + 1 \quad \nu = \nu_0 + F'(K + 1) - F''(K) \\ & \quad = \nu_0 + 2 B' + (3 B' - B'') K + (B' - B'') K^2 \\ Q & 0 \quad \nu = \nu_0 + F'(K) - F''(K) \\ & \quad = \nu_0 + (B' - B'') K + (B' - B'') K^2 \\ P & - 1 \quad \nu = \nu_0 + F'(K - 1) - F''(K) \\ & \quad = \nu_0 - (B' + B'') K + (B' - B'') K^2 \\ O & - 2 \quad \nu = \nu_0 + F'(K - 2) - F''(K) \\ & \quad = \nu_0 + 2 B' - (3 B' + B'') K + (B' - B'') K^2 \\ N & - 3 \quad \nu = \nu_0 + F'(K - 3) - F''(K) \\ & \quad = \nu_0 + 6 B' - (5 B' + B'') K + (B' - B'') K^2 \end{array}$$

Wenn $B' > B''$ ist (Violettabschattierung), können in der benutzten Näherung nur die Zweige mit $\Delta K \leq 0$ Kanten bilden. Aus obigen Formeln erhält man K_h , die Quantenzahl, bei welcher die Kantenbildung erfolgt und ebenso $\nu_h - \nu_0$, die Differenz zwischen Nulllinie und Kante.

ΔK	O	-1	-2	-3
„Form“	Q	P	O	N
K_h	O	$\frac{B' + B''}{2(B' - B'')}$	$\frac{3 B' + B''}{2(B' - B'')}$	$\frac{5 B' + B''}{2(B' - B'')}$
$\nu_h - \nu_0$	O	$\frac{-(B' + B'')^2}{4(B' - B'')}$	$2 B' - \frac{(3 B' + B'')^2}{4(B' - B'')}$	$6 B' - \frac{(5 B' + B'')^2}{4(B' - B'')}$

Die Formeln lassen erkennen, dass die Grössen K_h und $|\nu_h - \nu_0|$ mit wachsendem ΔK abnehmen, d. h. z. B. für N -Zweige grösser sind als für O, P, Q -Zweige. Bei Spinentkopplung ($a \rightarrow b$) hängen sie ferner noch von der Spineinstellung (Wert von Σ) ab. Ist diese Entkopplung klein, so kann, wie MULLIKEN¹⁰) gezeigt hat, B' durch B'_{eff} ersetzt werden, wobei gilt

$$B'_{\text{eff}} = B' \left(1 + \frac{2 \Sigma B'}{\Delta A} + \dots \right)$$

In Fig. 9 sind schematisch die Zweige eingezeichnet, die unter den gemachten Voraussetzungen ($B' > B''$) Kanten bilden. Zweige mit $\Delta K < -3$ sind weggelassen, da ihre Kanten erst bei grossen K lägen. Hohe Rotationsniveaus sind schwach besetzt, und zudem verursacht die mit K wachsende Spinumkopplung ($a \rightarrow b$) eine Schwächung der Satellitenzweige, deren Kanten somit leicht der Beobachtung entgehen können.

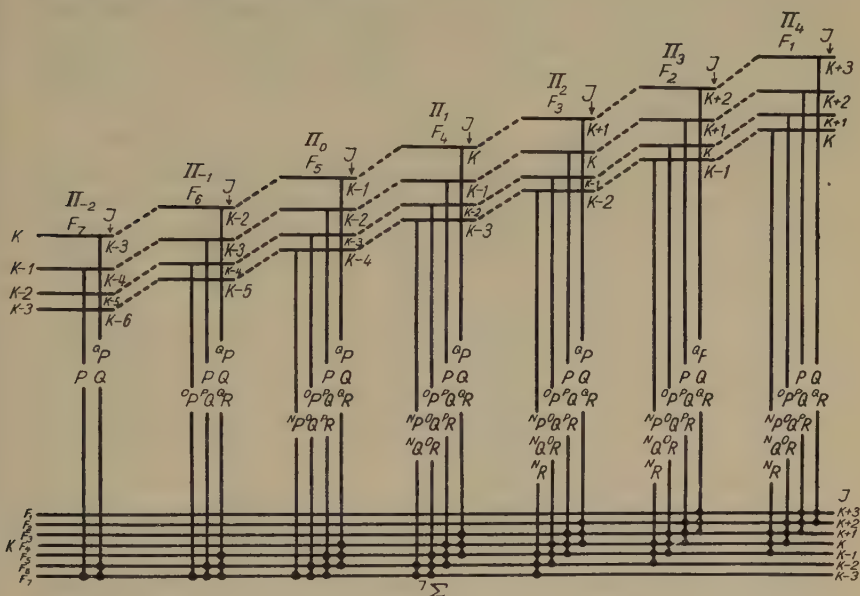


Fig. 9.

Schema eines ${}^7\Pi(a) - {}^7\Sigma$ Übergangs für Kanten bildende Zweige im Falle $B' > B''$
 ----- verbindet Terme mit gleichem K -Wert.

Die Komponenten der Septett-Terme sind mit F_1 bis F_7 bezeichnet und zwar so, dass zu der am tiefsten liegenden Komponente F_7 der Wert $J = K - 3$, zu der Komponente grösster Energie F_1 der Wert $J = K + 3$ gehört. Diese Zuordnung hat zur Folge, dass, wie aus Fig. 9 zu entnehmen ist, für die beiden langwelligsten Banden des Multipletts keine N -Zweige und ausserdem für die langwelligste kein O -Zweig auftritt. Die energetische Reihenfolge der Multiplettkomponenten des Σ -Termes kann bei unaufgelöster Rotationsstruktur aus den Aufnahmen nicht entnommen werden. Es fallen die 3 Zweige, deren Symbole in Fig. 9 untereinander geschrieben sind, sehr nahe zusammen und geben nur zu einer einzigen beobachtbaren Kante Anlass.

§ 10. Im Multiplett der $MnBr$ -(0,0)-Banden (Fig. 7) tritt die in § 9 beschriebene Struktur des ${}^7\Pi - {}^7\Sigma$ -Übergangs am deutlichsten in Erscheinung. Sämtliche 24 beobachteten 0,0-Kanten können den nach Fig. 9 zu erwartenden kantenbildenden Zweigen zugeordnet werden, wie dies im oberen Teil der Fig. 7 eingezeichnet ist. Für die (1,1)-Banden ist die entsprechende Zuordnung im unteren Teil der Figur vorgenommen. Die letzte Kolonne der Tabelle 4 enthält die Symbole der Bandenzweige, wovon wegen der nicht beobachteten Aufspaltung des Σ -Termes bis 3 zusammenfallen. Die Indizes entsprechen der Numerierung der Termkomponenten F im angeregten und im Grundzustand.

Tabelle 7.
MnBr. Differenzenschema der (0,0)-Kanten (cm^{-1}).

ΔK	${}^7\Pi_{-2} \longleftrightarrow {}^7\Pi_{-1} \longleftrightarrow {}^7\Pi_0 \longleftrightarrow {}^7\Pi_1 \longleftrightarrow {}^7\Pi_2 \longleftrightarrow {}^7\Pi_3 \longleftrightarrow {}^7\Pi_4$
Q	54,7 56,1 58,5 60,5 62,7 64,5
\uparrow	7,6 6,8 5,2 4,5 4,2 4,9 5,0
P	55,5 57,7 59,2 60,8 62,0 64,4
\uparrow	11,2 10,8 9,8 9,2 8,4 7,9
O	58,1 60,2 61,4 62,8 64,9
\uparrow	13,6 13,0 12,7 11,8
N	60,8 61,7 63,7

Die Abstände zwischen den Kanten der Zweige gleicher „Form“ sind fettgedruckt in den Horizontalreihen der Tabelle 7 zusammengestellt. Die aus den Q -Kanten gebildeten Zahlen sind die Multiplettaufspaltungen des ${}^7\Pi$ -Terms, für den die Kopplungskonstante $A = 60 \text{ cm}^{-1}$ wird. Die Abweichung von der Äquidistanz ist gering und im Sinne einer Zunahme der Aufspaltung mit wachsender Energie, weshalb die im Falle normaler Π -Terme übliche Bezeichnung gewählt ist. Tabelle 7 enthält ferner kursiv gedruckt in den Vertikalreihen die Abstände zwischen den Kanten *einer* Multiplettkomponente und zeigt das Zusammenrücken der zu einer Komponente gehörenden Kanten mit zunehmendem Ω , bzw. Σ . Dies entspricht der in § 9 erwähnten theoretischen Erwartung, laut welcher im Falle der Spinentkopplung infolge des Anwachsens von B'_{eff} mit Σ die Differenz $B' - B''$ grösser und als Folge davon $|\nu_h - \nu_0|$ kleiner wird.

In gleicher Weise werden die beobachteten Kanten der Gruppe $\Delta v = 0$ des $MnCl$ den nach Fig. 9 zu erwartenden kantenbildenden Zweigen zugeordnet, was aus Fig. 6 und Tabelle 3 (letzte Kolonne) hervorgeht. Die Abstände $|\nu_h - \nu_0|$ sind beim $MnCl$, wie dies für

das leichtere Molekül zu erwarten ist, grösser als beim MnBr und die Aufspaltung des Π -Termes ist kleiner, was zur gegenseitigen Überdeckung der Bandenfolgen führt. Die fettgedruckten Zahlen in den Horizontalreihen der Tabelle 8 geben die Abstände zwischen den (0,0)-Kanten der Zweige gleicher „Form“ wieder. Der Wert der Kopplungskonstante $A = 44 \text{ cm}^{-1}$ folgt aus den Differenzen zwischen den Frequenzen der Q -Kanten, die auch hier eine leichte Zunahme in Richtung wachsender Werte von Ω resp. Σ zeigen. Hingegen wird eine Abnahme der Abstände zwischen den P -, den O - und den N -Zweigen festgestellt, die von der Spinkopplung herrührt, welche sich in einem mit Ω abnehmendem Wert von $|\nu_h - \nu_0|$ äussert. Noch deutlicher geht diese Umkopplung aus den Vertikalreihen der in Tabelle 8 kursiv gedruckten Zahlen hervor, welche das Zusammenrücken der zur gleichen Multipllettkomponente gehörenden Kanten mit zunehmendem Ω erkennen lassen.

Tabelle 8.

MnCl. Differenzenschema der (0,0)-Kanten (cm^{-1}).

ΔK	${}^2\Pi_{-2} \longleftrightarrow {}^2\Pi_{-1} \longleftrightarrow {}^2\Pi_0 \longleftrightarrow {}^2\Pi_1 \longleftrightarrow {}^2\Pi_2 \longleftrightarrow {}^2\Pi_3 \longleftrightarrow {}^2\Pi_4$
Q	42,7 43,7 43,0 44,2 44,6 44,8
\uparrow	16,7 12,8 10,9 8,8 8,1 7,5 6,8
P	46,6 45,6 45,1 44,9 45,2 45,5
\uparrow	20,6 18,0 15,5 13,3 11,8 10,7
O	48,2 47,6 47,1 46,7 46,6
\uparrow	21,2 18,9 17,6
N	49,4 48,0

2 von den 33 ausgemessenen Kanten der Gruppe $\Delta v = 0$ können nicht in unser System eingeordnet werden, während die Multipllettanalyse MÜLLERS 8 beobachtete (0,0)-Kanten nicht erfasst und sich auf Kanten stützt, die auf den Emissionsaufnahmen durch Linien vorgetäuscht waren.

Die beim MnCl und MnBr beobachtete Regelmässigkeit in der Kantenbildung innerhalb einer Gruppe beruht wesentlich auf dem Umstand, dass sich für die Werte K_h die Umkopplung, selbst in den N -Zweigen, noch nicht stark auswirkt. Im Spektrum des MnF ist dies keineswegs mehr der Fall, da es sich um ein relativ leichtes Molekül handelt und zudem die Kanten, wie in § 5 gezeigt wurde, erst bei hohen K gebildet werden. Dadurch wird erklärt, dass im MnF -Multipllett weniger Kanten beobachtet sind als beim MnCl und MnBr . Wie aus der Tabelle 9 entnommen werden kann, tritt in jeder Gruppe eine Reihe intensiver Kanten auf, die in Analogie

zu den schwereren Molekülen MnCl und MnBr als Reihe der P -Kanten aufgefasst werden kann und deren Abstände in Richtung kurzer Wellen zunehmen. In Fig. 5, welche die Gruppe $\Delta v = 0$ darstellt, sind diese P -Kanten markiert. Hieraus sieht man, dass die Kopplungskonstante A im ${}^7\Pi$ -Term von MnF die Grössenordnung 25 cm^{-1} haben muss.

Tabelle 9.

Frequenzen der P -Kanten des MnF (cm^{-1}).

v', v''	1,3	0,1	0,0	1,0	2,0
P_7	27274,8	27813,4	28427,7	29092,8	29749,2
	20,9	19,6	19,1	19,4	17,5
P_6	27295,7	(27833,0)	28446,8	29112,2	29766,7
	21,6	22,2	21,5	22,1	19,5
P_5	27317,3	27855,2	28468,3	29134,3	29786,2
	21,6	25,6	24,7	24,6	21,6
P_4	27338,9	27880,8	28493,0	29158,9	29807,8
	20,6	28,2	22,9		
P_3	27359,5	27909,0	28515,9		
	20,7	30,2	27,4		
P_2	27380,2	(27939,0)	28543,3		
	21,4		30,7		
P_1	27401,6		28573,0		

Eingeklammerte Werte beziehen sich auf unsicher beobachtete Kanten (in Tabelle 1 nicht enthalten).

Während im Spektrum des Fluorids die spektrale Breite des Multipletts ($6A \sim 150 \text{ cm}^{-1}$) noch klein ist gegen die Grobstruktur der Schwingung ($\omega \sim 600 \text{ cm}^{-1}$), wird schon für das Bromid $6A \sim 360 \text{ cm}^{-1}$ merklich grösser als die Schwingungsfrequenz von 300 cm^{-1} . Für das Jodid ist ein weiteres Anwachsen der „Feinstruktur“ zu erwarten, so dass sogar die Abstände der Multiplett-komponenten die Grössenordnung der Vibrationsfrequenz erreichen können. Damit wird aber der Grad der Komplexität erheblich verstärkt, insbesondere, wenn auch noch mit einer Aufspaltung der Kanten infolge des komplexen ${}^7\Sigma$ -Terms gerechnet werden muss. Tatsächlich hat es sich trotz grosser Bemühungen als hoffnungslos erwiesen, aus den Kanten des in § 8 dieser Arbeit beschriebenen MnJ -Spektrums eine Gesetzmässigkeit der Multiplettstruktur herauszufinden. Ohne vollständige Rotationsanalyse lassen sich keine exakten Angaben über die Kanten der Bandenzweige machen, so dass auch keine theoretischen Beziehungen zur Multiplettanalyse

in den Emissionsspektren von MnF, MnCl und MnBr auftretenden Systeme γ , welche in Lage und Struktur erstaunlich übereinstimmen und offensichtlich die Grundfrequenzen dieser Moleküle enthalten, von Quintett-Termen ausgehen und als Interkombinationssysteme wesentlich geringere Absorptionsstärken aufweisen. Der Abstand im Betrage von etwa 6000 cm^{-1} zwischen dem $^7\Pi$ -Term und $^5\Pi$ -Term der Moleküle — in Fig. 10 mit gestrichelten Pfeilen eingezeichnet — findet sich mehrfach im Termschema des Mn-Atoms wieder als Abstände der Terme benachbarter Multiplizität. Auch die Größenordnung der Kopplungskonstanten A der $^7\Pi$ -Terme der Moleküle stimmt überein mit der entsprechenden Grösse desjenigen 6P -Termes des Atoms, welcher nahezu dieselbe Anregungsenergie besitzt.

Die besondere Stabilität der mit 5 Elektronen halb abgeschlossenen $3d^5$ (6S) Schale des Mangans, auf die LAPORTE¹¹⁾ hingewiesen hat, ist zweifellos die Ursache dafür, dass auch in den Verbindungen dieses Atoms Elektronenkonfiguration und Termwerte so weitgehend erhalten bleiben, wie es in Fig. 10 zum Ausdruck kommt. In diesem Sinne nehmen deshalb vielleicht die MnX-Moleküle, für die allein bisher Genaueres über komplexe Molekülspektren bekannt ist, eine Sonderstellung ein.

Herrn Prof. Dr. E. MIESCHER, unter dessen Leitung diese Arbeit entstanden ist, danke ich für seine stets fördernde Hilfe. Herrn Prof. Dr. M. FIERZ bin ich für wertvolle Hinweise zu Dank verpflichtet.

Dem Aluminium Fonds Neuhausen ist für finanzielle Hilfe bei der Beschaffung der spektroskopischen Apparate zu danken.

Basel, Physikalische Anstalt der Universität.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ J. M. EDER und E. VALENTA, Atlas typischer Spektren, Tafeln VII, 1; VIII, 7 (1911).
- ²⁾ P. MESNAGE, Ann. d. physique **12**, 5 (1939).
- ³⁾ G. D. ROCHESTER und E. OLSSON, Z. S. f. Physik **114** 495 (1939).
- ⁴⁾ W. MÜLLER, Helv. Phys. Acta **16** 1 (1943).
- ⁵⁾ T. E. NEVIN, Proc. Roy. Irish Acad. A. **48**, 1 (1942); **50**, 123 (1945).
- ⁶⁾ Vorläufige Mitteilung s. J. BACHER und E. MIESCHER, Helv. Phys. Acta **20**, 245 (1947).
- ⁷⁾ R. W. B. PEARSE und A. G. GAYDON, Proc. Phys. Soc. London **50**, 201 (1938).
- ⁸⁾ K. WIELAND und A. HERCZOG, Helv. Chim. Acta **29**, 1702 (1946).
- ⁹⁾ W. JEVONS, Rep. on Band Spectra, p. 129.
- ¹⁰⁾ R. S. MULLIKEN, Rev. of Mod. Phys. **3**, 110 (1931).
- ¹¹⁾ O. LAPORTE, Hdb. d. Astrophysik, Bd. III, 2. Hälfte, 3. Teil, p. 692 und 712.

Über die Eignung von Ammoniumphosphatkristallen als Ultraschallgeneratoren

von Hans Bömmel.

(15. VII. 1948.)

In den letzten Jahren wurden zahlreiche Untersuchungen über die piezoelektrischen und elastischen Eigenschaften von KH_2PO_4 und $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ -Kristallen sowie über deren Verwendung als elektrische Filter an Stelle von Quarz veröffentlicht¹⁾. Diese Kristalle haben gegenüber Quarz den Vorteil, dass man sie selbst züchten und in relativ grossen Dimensionen und beliebigen Mengen herstellen kann.

Es war daher von Interesse, auch die Eignung von Platten oder Stäben aus diesen Kristallen als Ultraschallgeneratoren zu untersuchen, da die erwähnten Vorteile hier besonders ins Gewicht fallen würden, z. B. wegen der hohen Kosten, die mit der Anschaffung von Quarzplatten grosser Dimensionen verbunden sind. Im Folgenden werden daher einige orientierende Versuche beschrieben, welche bezweckten, die Eignung von $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ -Kristallen als einigermassen intensive Ultraschallquellen zu untersuchen. Bisher sind dem Verfasser nur wenige Angaben aus der Literatur bekannt²⁾ in denen die Verwendung solcher Kristalle als schwacher Ultraschallimpulsgeneratoren erwähnt wird.

Für diese Versuche stand zunächst ein kleiner Hochfrequenz-generator zur Verfügung, der eine maximale Ausgangsspannung von 155—160 V lieferte und einen Frequenzbereich von ca. 0,8 bis 7,5 MHz besass.

Als Ultraschallquelle diente eine rechteckige $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ -Platte von $15,1 \cdot 15,3 \text{ mm}^2$ Querschnitt und 1,71 mm Dicke³⁾, die nach Angabe des Herstellers so geschnitten war, dass ihre Flächennor-

¹⁾ Betr. der sehr umfangreichen Literatur, siehe z. B.: W. G. CADY, Piezoelectricity, McGRAW — HILL BOOK Co. Inc., New York and London 1946.

²⁾ W. P. MASON, Proc. A.S.M.E. (Mai 1947); W. P. MASON, W. O. BAKER, H. J. McSKIMIN, J. H. HEISS, Phys. Rev. **73**, 1074 (1948). Nach Beendigung dieser Arbeit erfuhr der Verfasser anlässlich einer Diskussion mit Herrn Dr. W. MERZ vom physikalischen Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich, dass dieser seiner Zeit nichtpublizierte Untersuchungen ausgeführt hatte, die ähnliche Resultate ergaben.

³⁾ Der Verfasser möchte an dieser Stelle der Firma Brown-Boveri, Baden, für die freundliche Überlassung der Kristalle bestens danken.

male mit den drei Kristallachsen gleiche Winkel bildete (d. h. ein sogenannter L-Schnitt). Bekanntlich ist bei einem solchen Schnitt der longitudinale Effekt, d. h. die Amplitude der Dickenschwingung, am grössten.

Auf diese Platte wurden vermittelst Kathodenzerstäubung Silberschichten als Elektroden aufgebracht.

Als Halterung diente für den ersten der unten beschriebenen Versuche ein Messingrahmen, dessen Öffnungsquerschnitt ca. $14 \cdot 14 \text{ mm}^2$ betrug, und gegen dessen Rand der Kristall durch eine kleine Bronzefeder gedrückt wurde, wobei Rahmen und Feder als Spannungszuführungen dienten. Bei den übrigen Versuchen wurde eine Pinzette aus zwei kleinen voneinander isolierten Bronzefedern als Halterung verwendet. Mit dieser Kristallplatte wurden nun folgende Versuche ausgeführt:

1. Zunächst wurden diejenigen Frequenzen festgestellt, bei denen eine merkliche Ultraschallemission erfolgte. Als Indikator hierfür

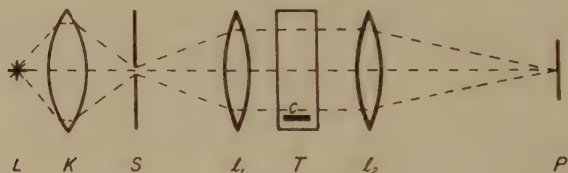


Fig. 1.

diente das Auftreten von Beugungsbildern, indem das Schallfeld in der üblichen Weise als Beugungsgitter für Licht verwendet wurde. Die Anordnung zeigt Fig. 1. Als Lichtquelle L diente eine Glühlampe mit geradem Drahtwendel, der durch den Kondensor K auf den Spalt S abgebildet wurde. Das von diesem ausgehende Licht wurde mit der Linse l_1 ($f = 50 \text{ cm}$, $\varnothing = 5 \text{ cm}$) parallel gemacht und durchsetzte den Ultraschalltrog T . Mit der Linse l_2 ($f = 100 \text{ cm}$, $\varnothing = 9,5 \text{ cm}$), die sich dicht hinter T befand, wurde der Spalt auf den Schirm P abgebildet. Gegenüber dem Kristall C befand sich in T eine schallabsorbierende Schicht von Glaswatte, um stehende Wellen möglichst zu vermeiden. Als Flüssigkeit wurde Petroleum verwendet.

Die Frequenzmessung erfolgte durch Vergleich der Frequenz des verwendeten HF -Generators mit derjenigen eines geeichten Messsenders, indem im Lautsprecher eines kleinen Empfängers auf das Verschwinden des Schwebungstones eingestellt wurde. Es wurde jeweils diejenige Frequenz bestimmt, bei der die Anzahl der sichtbaren Beugungsbilder resp. deren Intensität am grössten war.

Tabelle 1 zeigt das Ergebnis dieser Messung. Die Zahl der sichtbaren Beugungsspektren gibt dabei ein grobes Mass für die Schallintensität.

Tabelle 1.

Frequenz kHz	Anzahl der maximal sichtbaren Beugungsspektren	Relative Intensität $I_{966} = 1$
966	6	1,00
983	5	0,90
1248	1	0,20
1282	1	0,20
1319	1	0,25
1354	1	0,20
1348	1	0,20
1432	3	0,45
1618	1	0,30
1818	1	0,15
2910	2	0,30
3245	4	0,75
4385	1	0,25
4530	3	0,60
4820	1	0,35
5820	3	0,50
6770	2	0,35
7120	2	0,35

Zur genaueren Bestimmung der relativen Schallintensitäten an den verschiedenen Resonanzstellen wurde jeweils die Intensitätsabnahme des Spektrums nullter Ordnung bei Einschalten des Schallfeldes gemessen. Nach der Theorie der Beugung des Lichtes an Ultraschallwellen ist diese Intensitätsänderung solange der Schallintensität proportional, als keine höheren als die zweiten Beugungsordnungen auftreten, d. h. bei hinreichend geringer Schallintensität und Schallfeldtiefe. Deshalb wurde die *HF*-Spannung am Kristall jeweils soweit vermindert, dass die obige Bedingung erfüllt war, und nachträglich die gemessene Intensitätsänderung der nullten Ordnung auf eine willkürlich gewählte Normalspannung umgerechnet, wobei vorausgesetzt wurde, dass die Schallintensität dem Quadrat der angelegten *HF*-Spannung proportional sei.

Die Intensitätsmessung erfolgte vermittelt einer Sperrschichtzelle, vor der sich eine Spaltblende geeigneter Breite befand, welche nur das Spektrum nullter Ordnung hindurchliess.

2. Um sich ein Bild über die Grösse der Dämpfung des unter den erwähnten Bedingungen schwingenden Kristalls machen zu können, wurde die Breite der Resonanzkurven bei 966 und 3245 kHz gemessen. Die Anordnung hierfür war die gleiche wie die oben beschriebene. Fig. 2 zeigt die bei 966 kHz erhaltene Kurve. Da bei derart geschnittenen Kristallplatten immer gleichzeitig Kompressions- und Scherungsschwingungen erregt werden, sowie wegen der Kopplung zwischen den verschiedenen Schwingungen, weisen solche Platten bekanntlich ein sehr kompliziertes Frequenzspektrum

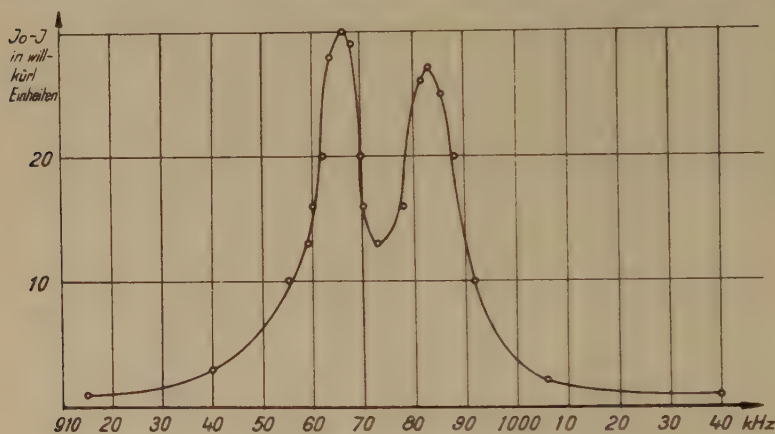


Fig. 2.

auf. Auf diese Tatsache dürfte das beobachtete Doppelmaximum der in Fig. 2 gezeigten Resonanzkurve zurückzuführen sein.

Bei 3245 kHz ergab sich eine normale Resonanzkurve von ca. 60 kHz Halbwertsbreite.

3. Da, wie erwähnt, die Kristallplatte eine sehr komplizierte Schwingungsform besitzen und daher natürlich auch ein inhomogenes Schallfeld erzeugen muss, wurde mit einer Schlierenanordnung die Struktur des Schallfeldes untersucht. Zu diesem Zweck wurde die Anordnung der Fig. 1 in der Weise abgeändert, dass der Spalt S durch eine Lochblende ersetzt und die Linse l_2 in ca. 180 cm Abstand vom Trog gebracht wurde. Von den in der Brennebene von l_2 entstehenden Beugungsbildern wurde die nullte Ordnung durch ein kleines Scheibchen ausgeblendet, und somit das Schallfeld nur durch das in die höheren Ordnungen gebeugte Licht abgebildet.

Wie zu erwarten, zeigte sich in den meisten Fällen eine sehr komplizierte Struktur des Schallfeldes, vgl. Fig. 3, 4, 5 und 6, doch

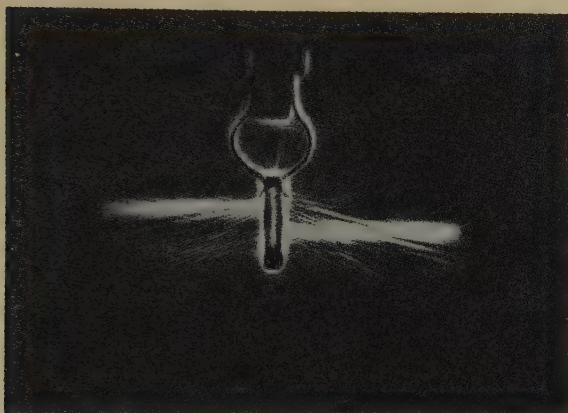


Fig. 3.
Schlierenbild bei 3245 kHz.

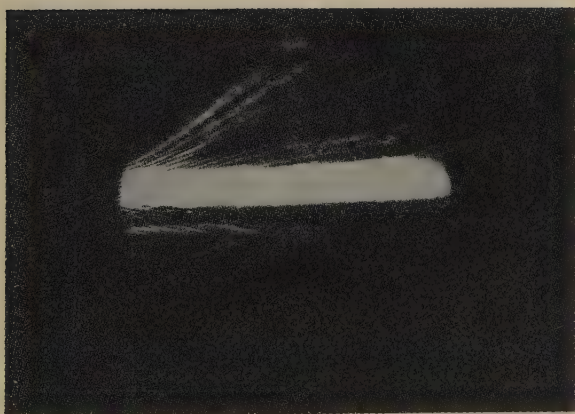


Fig. 4.
Schlierenbild bei 3240 kHz.

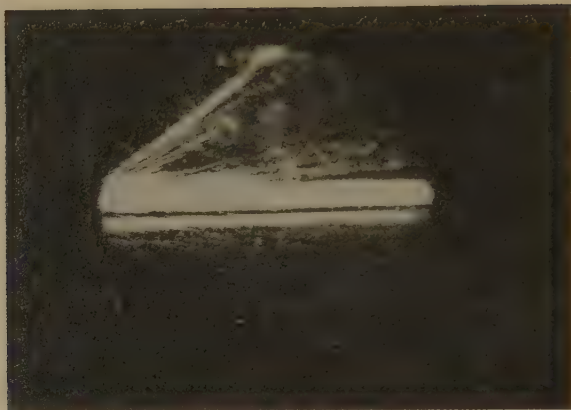


Fig. 5.

Schlierenbild bei 3255 kHz.

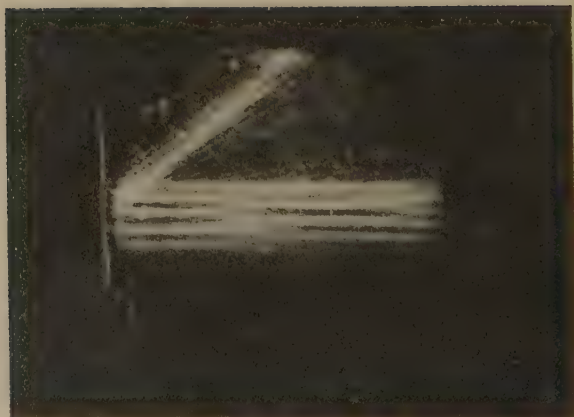


Fig. 6.

Schlierenbild bei 4845 kHz.

gibt es, wie z. B. Fig. 7 zeigt, auch Frequenzen, bei denen eine relativ „homogene“ Abstrahlung erfolgt. Diese komplizierte Struktur hängt natürlich von der Frequenz ab und ändert sich meist schon sehr stark bei kleinen Variationen derselben.

4. Um einen *Anhaltspunkt* über die emittierte Schallenergie zu erhalten, wurde die pro Zeiteinheit erzeugte Wärmemenge in einem Kalorimeter gemessen. Dieses bestand aus einem mit Korkdeckel versehenen kleinen Dewargefäß, in welches der Kristall und ein mit $\frac{1}{10}^{\circ}\text{C}$ -Teilung versehenes Thermometer eingeführt wurden. Als Kalorimeterflüssigkeit wurde wieder Petroleum verwendet.



Fig. 7.

Schlierenbild bei 4810 kHz.

Bei einer Flüssigkeitsmenge von 100 g und einer angelegten HF-Spannung von 155 V wurde bei der Frequenz von 966 kHz innerhalb von 30 Minuten eine Temperaturerhöhung von $0,85^{\circ}\text{C}$ beobachtet, wobei die Temperatur linear mit der Zeit zunahm. Nach Abschalten der HF-Spannung nahm die Temperatur in der gleichen Zeit nicht merklich ab, so dass die Wärmeverluste vernachlässigt werden konnten. Da es sich bei dieser Messung aus den unten erwähnten Gründen nur um eine grössenordnungsmässige Bestimmung handeln konnte, wurde auch die Wärmekapazität des Kalorimetergefäßes vernachlässigt.

Ein Versuch bei dem die Frequenz des HF-Generators um etwa $\pm 60\text{ kHz}$ gegen die obige Resonanzfrequenz des Kristalls verstimmt worden war, ergab nach 30 Minuten keine merkliche Temperaturerhöhung.

Nimmt man die spezifische Wärme von Petroleum zu 0,51 cal/g Grad an, so berechnet sich aus den obenstehenden Daten die pro sec erzeugte Wärmemenge zu 0,024 cal/sec, was einer Leistung von 0,1 Watt entspricht.

Bei dem beschriebenen Versuch wurde natürlich die durch die dielektrischen Verluste und die innere Dämpfung des Kristalls verursachte Erwärmung mitgemessen. Die kurze zur Verfügung stehende Zeit und der durch die Nachkriegsverhältnisse bedingte Mangel an speziellen Hilfsmitteln erlaubten leider keine Bestimmung des hierdurch verursachten Fehlers. Aus dem negativen Resultat des Versuches bei verstimmtem HF-Generator und aus der Tatsache, dass die infolge der Erwärmung des Kristalls im Petroleum beobachtete Schlierenbildung nur minimal war, ergibt sich aber, dass die Erwärmung des Kristalls nur gering sein dürfte.

5. Abschliessend wurde ein Versuch zur Ermittlung der maximalen Belastbarkeit des Kristalls ausgeführt. Der Kristall wurde in horizontaler Lage in ein Petroleumbad getaucht und an einen stärkeren HF-Generator über eine variable Kapazität angeschlossen. Durch Verändern dieser Kapazität wurde die am Kristall liegende Spannung geregelt, wobei die Frequenz konstant auf 966 kHz gehalten wurde. Das Schwingen des Kristalls konnte an der Kräuselung der Flüssigkeitsoberfläche erkannt werden. Oberhalb etwa 300 V HF-Spannung war diese sehr deutlich sichtbar und verstärkte sich mit zunehmender Spannung bis zu relativ starkem Sprudeln. Bei 770 V erfolgte ein Durchschlag am Rande des Kristalls, wobei dieser in zwei Stücke zersprang. Es dürfte sich dabei um die Erreichung der Grenze der Durchschlagsfestigkeit, nicht aber um die Grenze der mechanischen Belastbarkeit gehandelt haben.

Die bei 770 V erreichte Schalleistung würde sich aus den in 4. angegebenen Daten, unter der Annahme, dass die emittierte Schallenergie proportional dem Quadrat der Spannung ist, zu ca. 2,5 Watt ergeben.

Die vorliegende Arbeit wurde im Istituto Nazionale di Elettroacustica in Rom ausgeführt. Ihre Ausführung wurde mir durch einen, zwischen dem Direktor dieses Institutes, Herrn Prof. Dr. A. GIACOMINI und Herrn Prof. Dr. EDGAR MEYER, vom physikalischen Institut der Universität Zürich, vereinbarten Assistentenaustausch ermöglicht, wofür beiden an dieser Stelle herzlichst gedankt sei. Ganz besonders möchte ich Herrn Prof. Giacomini für die überaus freundliche Aufnahme an seinem Institut, seine vielen Anregungen und sein Interesse an der Arbeit danken.

Das Absorptionsspektrum von zweiatomarem Schwefel im Schumanngebiet

von René Maeder.

(7. VII. 1948.)

Inhalt: Das zwischen 1900 und 1600 Å gelegene S_2 -Spektrum wird in überhitztem Schwefeldampf mittels eines 1 m-Vakuumgitterspektrographen aufgenommen. Das Kontinuum wird durch eine Lyman-Entladung erzeugt. Die Banden können in teilweiser Abänderung einer früheren Analyse lückenlos in zwei Elektronensysteme eingeordnet werden, die beide vom Grundzustand des S_2 -Moleküls ausgehen. Bei den angeregten Zuständen handelt es sich vermutlich um $^3\Pi_u$ -Terme, die bei Dissoziation zu zwei SI Atomen in den Zuständen 3P und $^3P'$ führen. Erstmals an Schwefel wird ein durch das Molekül $S^{32}S^{34}$ verursachter Isotopieeffekt bemerkt.

I. Einleitung.

§ 1. In mehreren Arbeiten ist die Analogie zwischen den Spektren der Moleküle O_2 , S_2 , Se_2 und Te_2 der sechsten Gruppe des periodischen Systems hervorgehoben worden. Alle vier Moleküle zeigen im Sichtbaren und nahen Ultraviolett ein intensives, ausgedehntes Bandensystem (in der Literatur mit Hauptsystem bezeichnet), dessen Schwerpunkt sich mit zunehmendem Molekulargewicht nach längeren Wellen verlagert unter gleichzeitiger Abnahme der Kernfrequenzen. Aus der tiefstmöglichen Elektronenkonfiguration der Moleküle resultieren die Terme $^3\Sigma_g^-$, $^1\Delta_g$ und $^1\Sigma_g^{+*}$; sie führen in der Dissoziation zu zwei normalen 3P -Atomen. Die Rotationsanalyse der Hauptsysteme ergab so auch bei wenigstens zweien der Moleküle einen $^3\Sigma_g^-$ Grundzustand: LOCHTE-HOLTEGREVEN und DIEKE¹⁾ fanden bei O_2 , OLSSON²⁾ bei S_2 einen $^3\Sigma_u^- - ^3\Sigma_g^-$ Übergang. Weniger eindeutig sind die Terme bei Se_2 und Te_2 bestimmt. ROSEN³⁾ vermutet bei sämtlichen genannten Molekülen einen analogen $^3\Sigma_g^-$ -Grundzustand. Bei Se_2 sprechen Messungen des Paramagnetismus⁴⁾ zugunsten einer solchen Annahme. Über die Dissoziationsprodukte des angeregten Terms herrschen bereits bei S_2 Zweifel infolge der Unsicherheit, mit der die Bestimmung der Dissoziationswärmen behaftet ist. OLSSON²⁾ nimmt Dissoziation in ein

*) Über die Bezeichnung der Terme s. z. B.: G. HERZBERG, Molekülspektren und Molekülstruktur. Dresden und Leipzig 1939, Seite 161.

3P und ein 1S Atom an, während andere⁵⁾ eine solche in 3P und 1D wie bei O_2 und Se_2 als wahrscheinlicher betrachten. Eine endgültige Entscheidung kann nicht getroffen werden, solange nicht Typus und Dissoziationsenergie wenigstens eines weiteren kombinierenden Terms bekannt ist. Alle vier Moleküle scheinen nun analoge hochangeregte Zustände zu besitzen, die Anlass zu besonders intensiver Absorption geben und im Hinblick auf die vielen Lücken in unserer Kenntnis der betreffenden Moleküle von Interesse sind.

Bei O_2 wurden die kurzwelligen Systeme von PRICE und COLLINS⁷⁾ analysiert. Ein Teil der zwischen 1250 und 650 Å gelegenen Banden konnte in Rydberg-Serien eingeordnet werden, die zu verschiedenen Ionisationsgrenzen des O_2 -Moleküls führen. Die Verfasser betonen, dass ihnen eine restlose Deutung der zahlreichen komplizierten Banden nicht möglich war.

Die entsprechenden Banden von S_2 zwischen 1900 und 1650 Å wurden von WIELAND, WEHRLI und MIESCHER⁸⁾ untersucht und in zwei Systeme mit nachfolgenden Kantenformeln eingeordnet:

Langwelliges System (B): $\nu = 55621 + 823 v' - 725 v'' + 3 v''^2$.

Kurzwelliges System (C): $\nu = 58557 + 460 v' - 725 v'' + 3 v''^2$.

Während System B die gemessenen Banden oberhalb 1720 Å umfasst, kann durch die zweite Gleichung nur ein Teil der kürzerwelligen Kanten dargestellt werden. Die Analyse von System C zeigt ausserdem eine grobe Durchbrechung der empirischen Regel von MECKE-BIRGE. Obwohl die Kanten violett abschattiert sind, ist die Kernfrequenz des angeregten Zustandes erheblich kleiner als die des tieferen (Grundzustand von S_2). Es wurde deshalb auch auf den provisorischen Charakter der Deutung verwiesen.

Die kurzwelligen Systeme von Se_2 zwischen 1950 und 1750 Å und von Te_2 zwischen 2500 und 1950 Å wurden von CHOONG⁹⁾ gefunden. Die von ihm gegebene Einordnung der Banden erfolgte gleichfalls unter Verletzung der erwähnten Regel von MECKE-BIRGE. CHOONG glaubte, dass alle Moleküle S_2 , Se_2 , Te_2 der VI. Gruppe dieselbe Besonderheit zeigten. MIGEOTTE¹⁰⁾ wies später darauf hin, dass sich die von CHOONG gemessenen Se_2 -Banden auch ohne Durchbrechung der betr. Regel deuten lassen. Der gleiche Verfasser¹¹⁾ nahm des weiteren die kurzwelligen Banden von Te_2 in mittlerer Dispersion neu auf und ordnete sie in mehrere sich normal verhaltende Systeme ein. Die aus Gründen der Analogie zu O_2 versuchte Bildung von Rydberg-Serien glückte ihm erst nach geeigneter Abänderung seiner empirischen Numerierung der

Schwingungsniveaus. Im ganzen ist es offenbar, dass all diese Systeme eine recht komplexe Struktur besitzen und sich einer vollständigen Analyse erhebliche Schwierigkeiten in den Weg stellen. Eine genaue Untersuchung des im Schumann-Gebiet liegenden S_2 -Spektrums war bei dieser Sachlage von Interesse und bildet Gegenstand der vorliegenden Arbeit.

II. Experimenteller Teil.

§ 2. *Versuchsordnung.* Die Versuchsanordnung zur Aufnahme der S_2 -Absorption ist schematisch in Fig. 1 dargestellt. Die Lichtquelle Q wurde durch eine Flusspatlinse L_1 im Absorptionsgefäß

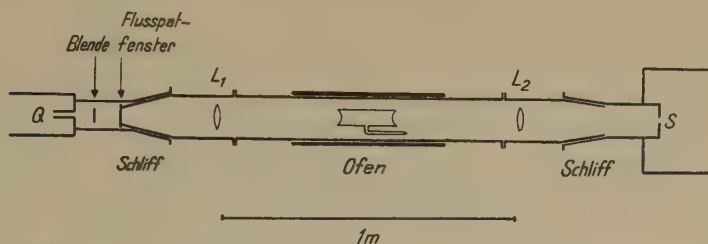


Fig. 1.

Versuchsanordnung zur Aufnahme der S_2 -Absorption.

und mittels einer zweiten Linse L_2 auf dem Spalt S abgebildet. Brennweiten und Durchmesser der Linsen waren so gewählt, dass sie volle Ausleuchtung des Gitters sicherten. Das Absorptionsgefäß befand sich in einem Ofen, dessen Temperatur mit Hilfe eines Nickel-Nickelchrom-Thermoelementes gemessen wurde. Der Gitterraum von rund 70 l Inhalt konnte innerhalb 30 Minuten durch eine Pfeiffer Duplex-Pumpe auf einen Druck von 10^{-3} mm Hg evakuiert werden. Ein Pirani-Manometer ermöglichte dauernde Kontrolle des Restdruckes.

§ 3. *Methodik.* Zur Untersuchung des S_2 -Spektrums wurden Absorptionsgefäße von 5 cm Länge mit dünnen eingezogenen Fenstern aus Quarzglas mit Schwefeldampf von verschiedenem Druck beschickt und abgeschmolzen. Aufnahmen des überhitzten Dampfes zeigen dann mit steigender Temperatur eine Abnahme der von den Molekülen S_6 und S_8 herrührenden kontinuierlichen Absorption und Hervortreten eines intensiven, im Schumanngebiet gelegenen Bandenspektrums, das dem S_2 -Molekül angehört.

Eine Neuuntersuchung des Spektrums mit dem im Institut zur Verfügung stehenden 1 m-Vakuumgitterspektrographen (Eagle'sche

Aufstellung, Dispersion ca. 8 Å/mm) war nur unter bester Ausnutzung des gegebenen Auflösungsvermögens (theoretischer Wert etwa 60000) erfolgversprechend, wobei die Wahl der photographischen Schicht eine ausschlaggebende Rolle spielte. Die besten Resultate wurden mit Ilford Q I-Platten erzielt. Ihre Empfindlichkeit ist zwar geringer als die anderer versuchter Typen (Schumann-Platten von Hilger, Agfa, Ilford-Typen Q II und Q III, ferner Eastman spectroscopic plates Type 103-O, u.-v.sensitized), dafür arbeiten sie sehr kontrastreich und weisen dabei feines Korn auf. Ihre geringe Neigung zur Schleierbildung bietet ausserdem manche Vorteile bei der Verarbeitung. Mit KBr versetzter Glycinentwickler gewährleistete ein Auflösungsvermögen von wenigstens 10 μ Strichabstand. Die mit den sensibilisierten Platten erreichten Werte waren erheblich schlechter.

Zur Verkürzung der Belichtungsdauer wurde das Gitter aus Spiegelmetall nach sorgfältiger Reinigung mit verdünnter Ammoniaklösung in einer Vakuumkammer aluminisiert. 500 mg Rein-aluminium in 35 cm Abstand von drei im Dreieck angeordneten Wolframspiralen verdampft ergaben eine ca. 1000 Å dicke Schicht, die, wie eine nachfolgende Prüfung bewies, das Auflösungsvermögen des Gitters in keiner Weise beeinträchtigte. Der Verkürzungsfaktor nach Aluminisierung betrug etwa 100. Von Focke¹²⁾ wurde zuerst auf solche beträchtliche Unterschiede im Schumanngebiet hingewiesen, die wohl dem geringen Reflexionsvermögen des längere Zeit der Laboratoriumsluft ausgesetzten Spiegelmetalls zuzuschreiben sind.

§ 4. *Die Lichtquelle.* Der kurzwelligste Teil ($\lambda < 1680$ Å) des S_2 -Spektrums fällt in das Gebiet der vom H_2 -Molekül emittierten Lyman-Banden. Das Wasserstoffentladungsrohr war demzufolge als Lichtquelle wenig geeignet und wurde durch eine Lyman-Lampe ersetzt, welche beim Durchgang einer hochkondensierten Entladung durch eine enge Kapillare ein Kontinuum emittiert. Fig. 2 gibt im Querschnitt diese zur Erzeugung des Kontinuums konstruierte Lichtquelle. Die 2 cm lange Quarzkapillare besitzt einen äusseren Durchmesser von 8 mm und eine innere Öffnung von ca. 1 mm. Sie liegt, mit Glaswolle eingebettet, in einem Keramikrohr (Pyrostea der Firma Isola, Breitenbach), das seinerseits genau in ein Rohr aus Pyrexglas von 18 mm Innendurchmesser eingepasst ist. Das öfters notwendige Auswechseln der Kapillare erfolgt einfach durch Herausnehmen des die eine Elektrode tragenden Pyrex-Schliffes und des Einsatzes aus Pyrostea. Eine Kühlung dieser aus einem 3 mm dicken Wolframstab bestehenden Elektrode erwies

sich als unnötig. Die vordere durchbohrte und wassergekühlte Eisenelektrode ist in radial angeordnete Lamellen aufgeteilt und so ausgebildet, dass sie bei bester Wirksamkeit gegen das Beschlagen des Flusspatfensters möglichst wenig durch das bei der Zersetzung der Kapillare gebildete metallische Silizium verengt wird. Ihre Form ist bei WORLEY¹³⁾ beschrieben. Eine Reinigung des Fensters war auch nach mehreren tausend Entladungen nicht erforderlich.

Der elektrische Teil besteht im wesentlichen aus einer Kapazität von 2,5 μF , die mittels Transformator und Gleichrichterröhren auf

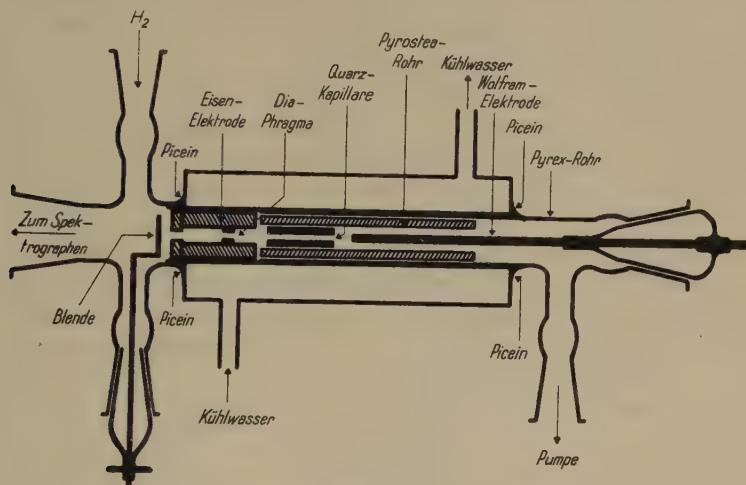


Fig. 2.
Querschnitt durch die Lichtquelle.

ca. 11 kV aufgeladen werden kann. Zur zeitlichen Regulierung der Entladungsfolge dient eine Funkenstrecke, die durch eine rotierende Elektrode periodisch geschlossen wird. Füllgas für den Entladungsraum ist Wasserstoff, der in kräftigem Strom beständig durch das Rohr gepumpt wird. Mit flüssiger Luft gekühlte Aktivkohle sorgt für Reinigung des technischen Gases vor Eintritt in die Lichtquelle. Die dauernde Spülung des Entladungsrohres bewährt sich in hohem Masse, erfüllt sie doch mehrere Funktionen wie das Wegführen der Zersetzungsprodukte unmittelbar nach der Entladung, Verhindern eines Beschlagens des Flusspatfensters mit Siliziumstaub, Entfernen irgendwelcher von Fett oder Picein herrührender organischer Dämpfe aus dem Entladungsraum. Der günstigste Gasdruck liegt bei ca. 0,5 mm Hg. Der Gasstrom ist dann gerade noch stark genug um bei einer Entladungsfolge von zwei Sekunden die Zersetzungs-

produkte abzuführen. Bei einem Lichtweg von rund 3 m und einer Öffnung des Spektrographenspaltes von 0,01 mm sind 200 Entladungen (Belichtungsdauer ungefähr sieben Minuten) für kräftige Schwärzung der Q I-Platten ausreichend. Mit einer einzigen Kapillare können je nach Beanspruchung 8 bis 10 Aufnahmen gemacht werden. Das Auswechseln geschieht dann ohne Gefährdung der Justierung mit wenigen Handgriffen.

Das Kontinuum ist im untersuchten Bereich zwischen 2500 und 1300 Å fast völlig frei von Emissionslinien, dagegen können mehrere vom Grundzustand des Si I ausgehende Linien in Absorption beobachtet werden. Ihre Intensität kann durch Verstärkung des Gasstromes oder Verlangsamten der Funkenfolge verringert werden, hierauf wurde jedoch verzichtet, da sie mangels anderer Bezugslinien im Absorptionsspektrum des S_2 als Referenzlinien willkommen waren. Ihre Wellenlängen wurden den genauen Messungen von KIESS¹⁴⁾ entnommen. Bei kleinen Stromdichten treten zahlreiche Emissionslinien auf. Sie rühren sowohl von den Elektroden wie von den Zersetzungsprodukten her. Um die zur Vermeidung eines Zersplitterns der Kapillare unerlässliche langsame Steigerung der Stromdichte bei Beginn der Aufnahmen zu ermöglichen, ist deshalb zwischen Kapillare und Flusspatfenster eine mittels eines Schlifves drehbare Blende angebracht, die erst bei voller Belastung aus dem Strahlengang genommen wird.

III. Ergebnisse.

§ 5. Fig. 3 gibt einen Überblick über die Absorptionsspektren, wie sie mit den bei 0,5 und 10 mm Sättigungsdruck (Sättigungstemperatur 165° C resp. 245° C) abgeschmolzenen Gefäßen erhalten wurden. Die Aufnahmen erfolgten bei einer Ofentemperatur von 630° C. Wie in einer ersten Publikation¹⁵⁾ mitgeteilt wurde, können sämtliche gemessene Banden in zwei Elektronensysteme eingeordnet werden. Das langwellige System wird im folgenden mit *C*, das kurzwellige mit *D* bezeichnet werden*).

§ 6. *System C*. System *C* erstreckt sich über das Gebiet von 1870 bis 1650 Å. Sämtliche Bandenköpfe sind violett abschattiert und besitzen wenigstens vier Kanten (in Tab. 1 mit *a*, *b*, *c* und *d* bezeichnet), zwei schwächere, langwellige und zwei intensive, kürzer-

*) Die beiden Systeme wurden früher⁸⁾ durch die Buchstaben *B* resp. *C* gekennzeichnet. Die jetzige Benennung ist der in den Tabellen von SPONER¹⁶⁾ benützten angepasst.

Tabelle 1.

Kanten der S_2 -Banden zwischen 1970 und 1650 Å.

ν cm ⁻¹	I	System C K $\nu'-\nu''$	System D K $\nu'-\nu''$	$\Delta \nu$ ber. - gem.	Bem.	ν cm ⁻¹	I	System C K $\nu'-\nu''$	System D K $\nu'-\nu''$	$\Delta \nu$ ber. - gem.	Bem.
53478,9	0	a 0-3				58176,6	2	c 4-1		+ 0,1	
486,8	0	b 0-3				58234,7	0		b_3 3-4	- 0,9	
509,8	1	c 0-3		- 0,2		58255,9	1	c 5-2		0,0	
53629,4	0	c 1-4		+ 0,5		58275,6	0		c_1 0-1		
54186,2	1	a 0-2				290,9	1		c_3 0-1	+ 0,5	
194,4	1	b 0-2				58360,0	0		c_3 1-2	+ 3	Ko
217,3	3	c 0-2		+ 0,2		58516,7	00		c_1 2-3	2-3	s
236	2	d 0-2			d	433,7	0		c_3 2-3	- 0,6	
54332,9	1	c 1-3		- 0,7		58485,3	00		c_1 3-4		s
54898,8	2	a 0-1				501,4	00		c_3 3-4	- 0,9	
908,2	2	b 0-1				58526,8	4		a_1 0-0		
931,2	4	c 0-1		0,0		541,5	6		a_2 0-0		
954	4	d 0-1			d	549,7	10		a_3 0-0	0,0	
55039,4	1	c 1-2		+ 0,7		58609,4	1		a_2 1-1		
55617,0	6	a 0-0				58609,4	1		a_2 1-1		
627,7	6	b 0-0				617,0	3		a_3 1-1	+ 0,2	
650,5	9	c 0-0		0,0		58660,7	0		a_1 2-2		
673	9	d 0-0			d	682,7	1		a_3 2-2	- 0,3	
56425,7	0	a_i 1-0			K_i	58703,0	4		b_1 0-0		
437,4	7	a 1-0				722,1	4		b_2 0-0		
449,7	7	b 1-0				741,5	8		b_3 0-0	0,0	
473,2	9	c 1-0		0,0		58767,7	1		b_1 1-1		
500	9	d 1-0			d	788,3	1		b_2 1-1		
56569,4	2	c 2-1		- 0,4		806,6	3		b_3 1-1	+ 1,8	Ko
57115	00		a_3 0-2	+ 3	s	58854,6	0	a 4-0			
57227,1	0	a_i 2-0			K_i	58871	00		b_3 2-2	+ 2,0	s
241,0	1	b_i 2-0			K_i	58894	4	c 4-0		+ 2	Ko
250,5	6	a 2-0				58970,0	2	c 5-1		- 0,6	
264,3	8	b 2-0				58991,1	5		c_1 0-0		
288,0	8	c 2-0		+ 0,3		59003,1	5		c_2 0-0		
57376,1	3	c 3-1		+ 0,5		010,8	10		c_3 0-0	0,0	
57570	00		c_3 0-2	+ 5	s	59041,6	1	c 6-2		- 0,5	
57813,2	0		a_1 0-1			59069,0	2		c_2 1-1		
823,7	0		a_2 0-1			075,6	4		c_3 1-1	+ 1,5	Ko
831,0	1		a_3 0-1	0,0		59122	0		c_1 2-2		Ko
57884,8	0		a_1 1-2			59309,5	0		a_1 1-0		
896,5	0		a_2 1-2			327,5	3		a_2 1-0		
903,9	0		a_3 1-2	+ 0,3		335,9	4		a_3 1-0	0,0	
57957,1	0		a_1 2-3			59388,1	1		a_2 2-1		
968,0	0		a_2 2-3			395,6	2		a_3 2-1	- 0,2	
974,2	0		a_3 2-3	+ 0,9		59425,8	0		a_1 3-2		
57987,2	0		b_1 0-1			444,4	0		a_2 3-2		
58003,8	0		b_2 0-1			453,4	1		a_3 3-2	- 0,7	
023,5	1		b_3 0-1	- 0,9		59483,8	1		b_1 1-0		
58037,6	1	b_i 3-0			K_i	507,2	2		b_2 1-0		
056,0	4	a 3-0				528,1	4		b_3 1-0	- 0,8	
072,9	4	b 3-0				59541,5	0		b_1 2-1		
096,0	5	c 3-0		0,0		565,3	0		b_2 2-1		
120	2	d 3-0			d	585,7	2		b_3 2-1	- 0,5	

Tabelle 1 (Fortsetzung).

ν cm ⁻¹	I	System C		System D		$\Delta \nu$ ber. - gem.	Bem.
		K	$\nu'-\nu''$	K	$\nu'-\nu''$		
59598	00			b_1	3-2		s
620,7	0			b_2	3-2		
642,7	1			b_3	3-2	+ 0,1	
59687,7	1	c	5-0			+ 0,4	
59754,3	1	c	6-1			+ 0,2	
59773,9	0			c_1	1-0		
788	2			c_2	1-0		Ko
796,3	6			c_3	1-0	+ 0,2	
59833	0			c_1	2-1		
849	6			c_3	2-1	+ 6	Ko
59903,6	0			c_2	3-2		
910,4	1			c_3	3-2	+ 0,5	
60082,4	0			a_1	2-0		
105,2	1			a_2	2-0		
114,4	2			a_3	2-0	- 0,3	
60156,7	0			a_2	3-1		
165,4	1			a_3	3-1	+ 0,2	
60206,1	0			a_2	4-2		
214,5	0			a_3	4-2	+ 0,3	

ν cm ⁻¹	I	System C		System D		$\Delta \nu$ ber. - gem.	Bem.
		K	$\nu'-\nu''$	K	$\nu'-\nu''$		
60252	00			a_2	5-3		s
262	00			a_3	5-3	+ 3	s
60284,2	0			b_2	2-0		
305,1	2			b_3	2-0	0,0	
60334,0	00			b_2	3-1		s
355,5	0			b_3	3-1	+ 0,9	
60382,8	00			b_2	4-2		s
404,5	00			b_3	4-2	+ 0,1	
60474,1	1	c	6-0			- 0,2	
60549	00			c_1	2-0		s
565,7	0			c_2	2-0		
574,9	2			c_3	2-0	- 0,7	
60597	00			c_1	3-1		s
616,0	0			c_2	3-1		
624,8	1			c_3	3-1	- 0,3	
60650	00			c_1	4-2		s
664	00			c_2	4-2		s
672,6	0			c_3	4-2	- 0,1	
60718,3	0			c_3	5-3	+ 0,1	

Es bedeuten: d = diffus, s = sehr schwach, Ko = Koinzidenz mit Si -Linie, K_i = Isotopenkante.

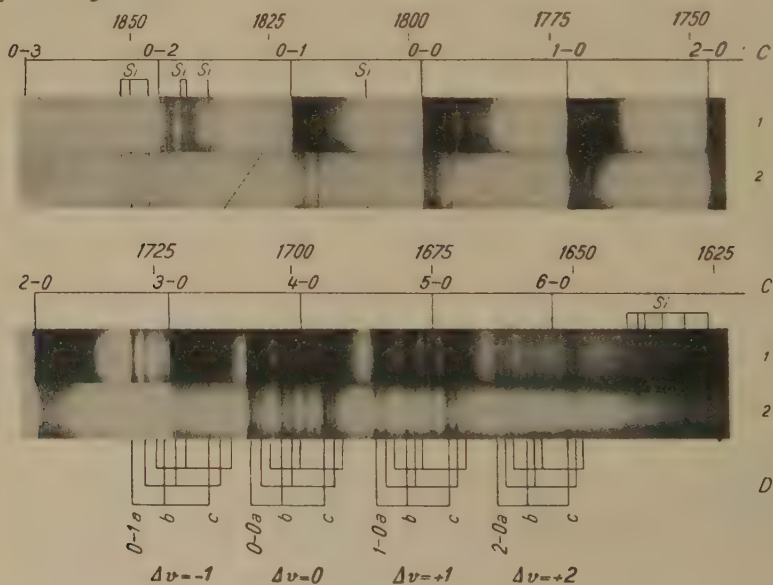


Fig. 3.

S_2 -Absorption zwischen 1875 und 1650 Å. Ofentemperatur = 630° C.

1 Sättigungsdruck = 10 mm

Sättigungstemperatur = 245° C.

2 Sättigungsdruck = 0,5 mm

Sättigungstemperatur = 165° C.

wellige, von denen die eine sehr schmal, die zweite etwas unscharf ist. Im kurzwelligen Teil lassen diffuse sowie rot abgeschattigte Kanten auf die Anwesenheit weiterer z. T. umkehrender oder abbrechender Bandenzweige schliessen. Die offenbar recht komplizierte Rotationsstruktur ist am deutlichsten in der bei 1798 Å gelegenen Bande zu erkennen, bei der es sich, wie Intensitätsverteilung und Frequenzdifferenzen zeigen, um die O-O-Bande des Systems handelt. Die Wellenzahlen der intensivsten, fast linienartigen Kanten c ergeben die Formel:

$$\nu = 55598,2 + 830,2 (v' + \frac{1}{2}) - 3,75 (v' + \frac{1}{2})^2 \\ - 725,1 (v'' + \frac{1}{2}) + 2,85 (v'' + \frac{1}{2})^2.$$

Zur Darstellung anderer als der c -Kanten müssen die Schwingungskonstanten leicht abgeändert werden. Tab. 2 zeigt das Kanten-

Tabelle 2.
Kantenschema der c -Kanten von System C.

$v' \backslash v''$	0	1	2	3	4
0	55650,5 822,7	719,3 54931,2 713,9	54217,3 822,1	707,5 53509,8 823,1	—
1	56473,2 814,8	—	55039,4	54332,9	53629,4
2	57288,0 808,0	718,6 56529,4 806,7	—	—	—
3	58096,0 798	719,9 57376,1 800,5	—	—	—
4	58894 794	717 58176,6 793	—	—	—
5	59687,7 786,4	718 58970 784	714 58255,9 785,7	—	—
6	60474,1	719,8 59754,3	712,7 59041,6	—	—

schema. Das System wird durch die Bandenzüge $v' = 0$ und $v'' = 0$ gebildet. Die Folgen $v' = 1$ und $v'' = 1$ sind bereits sehr schwach. Die gemessenen Daten können der Tabelle 1 entnommen werden. Die Abweichungen gegenüber den berechneten Werten liegen für stärkere scharfe Kanten ausser im Falle von Koinzidenzen innerhalb der Messgenauigkeit von $\pm 0,5 \text{ cm}^{-1}$.

§ 7. *Isotopieeffekt in System C.* In den Banden 1-0, 2-0 und 3-0 erscheinen auf der langwelligen Seite weitere Kanten, die jedoch erst bei höherem Druck ($p_s > 3 \text{ mm}$) in merklicher Intensität hervortreten. Lage und Aussehen lassen vermuten, dass es sich dabei

um Kanten des isotopen Moleküls $S^{32}S^{34}$ handelt. Das Häufigkeitsverhältnis der Schwefelisotopen $S^{32}:S^{34}$ beträgt 22,6:1¹⁷⁾, das der Moleküle $S^{32}:S^{32}S^{34}$ demnach 11,3:1, was etwa dem beobachteten Intensitätsverhältnis der Isotopenkanten entspricht. Der Faktor $\varrho = \sqrt{\frac{\mu}{\mu_i}}$ (μ = reduzierte Masse) ergibt sich zu 0,98518. Berechnet man damit nach der Formel für den Isotopieeffekt der Schwingung

$$\begin{aligned} \nu_v^i - \nu_v &= (\varrho - 1) [\omega'_e (v' + \tfrac{1}{2}) + \omega'' (v'' + \tfrac{1}{2})] \\ &\quad - (\varrho^2 - 1) [\omega'_e x'_e (v' + \tfrac{1}{2}) - \omega'' x''_e (v'' + \tfrac{1}{2})] \end{aligned}$$

die Aufspaltungen, so erhält man die in Tabelle 3 (Spalte 4) den

Tabelle 3.

Beobachtete Kanten des isotopen Moleküls $S^{32}S^{34}$.

Bande	ν cm ⁻¹	Kante	$\nu - \nu_i$ ber.	$\nu - \nu_i$ gem.	$\Delta \nu$ ber.-gem.
1-0	56425,7 437,4	a_i a	12,8	11,7	1,1
2-0	57227,1 250,5	a_i a	24,5	23,4	1,1
2-0	57241,0 264,3	b_i b	24,5	23,3	1,2
3-0	58037,6 072,9	b_i b	36,3	35,3	1,0

gemessenen Differenzen gegenübergestellten Werte. Die etwas ausserhalb der Messgenauigkeit liegenden Abweichungen von durchschnittlich 1,1 cm⁻¹ scheinen systematischer Natur zu sein. Sie können vielleicht zum Teil einem Isotopieeffekt der Rotation zugeschrieben werden.

Von Interesse ist, festzustellen, warum das isotope Molekül $S^{32}S^{34}$ in den zahlreichen Arbeiten über das Hauptsystem nicht nachgewiesen wurde. Die Banden dieses Systems sind rot abschattiert, die Kanten des schwereren Moleküls sollten somit, falls $v'' > v'$, auf die kurzwellige Seite ausserhalb der Banden von S_2^{32} zu liegen kommen. Im fraglichen Gebiet sind nun die Bandenköpfe zum Teil durch lange Rotationsfolgen und kontinuierliche Strahlung überlagert. Die kurzwellig von den Hauptkanten gelegenen schwächeren „A-Banden“¹⁸⁾ mögen weiterhin etwa vorhandene Isotopenkanten verdecken. Das hier untersuchte System ist dank seiner einfacheren Schwingungsstruktur und seiner wenigstens zwanzigmal stärkeren Absorption für den Nachweis solcher Kanten wesentlich geeigneter.

§ 8. *System D.* Das kurzwellige System *D* liegt zwischen 1750 und 1650 Å. Seine Schwingungsstruktur ist komplizierter als die des Systems *C*. Auffallend sind drei sich wiederholende Gruppen von Banden (in Fig. 3 mit *a*, *b* und *c* bezeichnet). Jede Gruppe weist drei starke Kanten auf, deren kurzwelligste die intensivste ist. Auch hier zeigen die Bandenköpfe Violettabschattierung, die Rotationsstruktur ist dagegen enger als bei System *C* und nur an wenigen Stellen in grosser Entfernung von den Kanten aufgelöst. Innerhalb der Banden sind wieder schwächere, zum Teil rot abgeschattierte, zum Teil diffuse Kanten erkennbar. Bei der Bestimmung der Schwin-

Tabelle 4.
Kantenschema von System *D* (Kanten *a*₃, *b*₃, *c*₃).

$v' \backslash v''$	0	1	2	3	4
0	58549,7 718,7 57831,0 (716) (57115) 58741,5 718,0 58023,5 59010,8 719,9 58290,9 (721) (57570) 786,2 786,0 786,6 783,1 785,5 784,7			—	—
1	59335,9 718,9 58617,0 714,1 57903,9 59528,1 721,5 58806,6 59796,3 720,7 59075,6 715,6 58360 778,5 778,6 777,0 779,1 778,6 (773)			—	—
2	60114,4 718,8 59395,6 712,9 58682,7 708,5 57974,2 60305,1 719,4 59585,7 714,7 58871,0 60574,9 (726) (59849) 769,8 770,7 769,8 771,7 (776)			—	—
3	— 60165,4 712,0 59453,4 — 60355,5 712,8 59642,7 — 60624,8 714,4 59910,4 761,1 761,8 762,2			—	—
4	— — 60214,5 — — 60404,5 — — 60672,6			—	—
5	— — — 60262 — — — — — 60718,3			—	—

gungsfrequenzen ergeben sich für alle drei Gruppen nahezu identische Werte, wodurch die Einordnung in ein einziges Kantenschema ermöglicht wird (Tabelle 4). Die empirischen Formeln lauten für die

$$\begin{aligned} a_3\text{-Kanten: } \nu &= 58515,1 + 794,2 \left(v' + \frac{1}{2}\right) - 4,00 \left(v' + \frac{1}{2}\right)^2 \\ &\quad - 724,4 \left(v'' + \frac{1}{2}\right) + 2,85 \left(v'' + \frac{1}{2}\right)^2, \\ b_3\text{-Kanten: } \nu &= 58707,2 + 793,8 \left(v' + \frac{1}{2}\right) - 4,00 \left(v' + \frac{1}{2}\right)^2 \\ &\quad - 724,6 \left(v'' + \frac{1}{2}\right) + 2,85 \left(v'' + \frac{1}{2}\right)^2, \\ c_3\text{-Kanten: } \nu &= 58576,8 + 793,7 \left(v' + \frac{1}{2}\right) - 4,00 \left(v' + \frac{1}{2}\right)^2 \\ &\quad - 725,1 \left(v'' + \frac{1}{2}\right) + 2,85 \left(v'' + \frac{1}{2}\right)^2. \end{aligned}$$

Für andere Kanten ändern diese Werte um kleine Beträge. Die gemessenen Wellenzahlen sind in Tabelle 1 gegeben. Das System wird durch die Sequenzen $\Delta v = \pm 2$, $\Delta v = \pm 1$ und $\Delta v = 0$ gebildet (Fig. 3). Seine Intensität nimmt zu beiden Seiten der Sequenz $\Delta v = 0$ rasch ab. Die Abstände zwischen den Gruppen betragen 192 cm^{-1} resp. 270 cm^{-1} , die Gesamtaufspaltung 462 cm^{-1} . Die Anwesenheit von Isotopenkanten ist nicht sichergestellt, da die schwächeren, langwelligen Satelliten der Hauptkanten ihre Ausmessung erschweren. Die Intensität der Banden $\Delta v = \pm 2$ ist bereits so gering, dass hier der Nachweis schwacher Kanten nicht mehr gelingt.

Die beschriebene Deutung von System *D* weicht von der früher⁸⁾ gegebenen ab. Wie aus der Kantenformel ersichtlich, entsprechen die Schwingungsfrequenzen durchaus einem normalen Verhalten des Systems. Auch die kurzwelligen S_2 -Banden können somit ohne Durchbrechung der eingangs erwähnten Abschattierungsregel eingeordnet werden.

Eine Ausbildung von Rydberg-Serien, wie sie bei den hochangeregten Termen von O_2 beobachtet wird, kann beim zweiatomaren Schwefel im untersuchten Gebiet nicht festgestellt werden.

IV. Diskussion.

§ 9. *Termart.* Wie in der Einleitung erwähnt, ist der Grundzustand des S_2 -Moleküls ein ${}^3\Sigma_g^-$ -Term mit der Konfiguration

$$KKLL (\sigma_g 3 s)^2 (\sigma_u 3 s)^2 \sigma_g 3 p)^2 (\pi_u 3 p)^4 (\pi_g 3 p)^2.$$

Nach OLSSON²⁾ betragen die Kernfrequenz und die Anharmonizität $\omega_e'' = 725,8 \text{ cm}^{-1}$, $\omega_e'' x_e'' = 2,85 \text{ cm}^{-1}$. Die Schwingungskonstanten der unteren Niveaus von System *C* und *D* (c_3 -Kanten) sind einander gleich und stimmen bis auf Bruchteile eines cm^{-1} mit diesen Werten

überein, so dass kein Zweifel sein kann, dass auch die beiden kurzwelligen Absorptionssysteme vom Grundzustand des S_2 -Moleküls ausgehen.

Es stellt sich die Frage, welche Konfigurationen zu stabilen angeregten Termen führen und für die intensive kurzwellige Absorption herangezogen werden können. Wegweisend bei der Beantwortung wird die von HUND, HERZBERG, MULLIKEN und LENHARD-Jones entwickelte Theorie der bindenden und lockernden Elektronen sein. Vorerst soll versucht werden, aus der Struktur der beiden Systeme eine Aussage über die Termart der angeregten Zustände zu erhalten.

Eine Einschränkung der möglichen Typen geben zunächst die Auswahlregeln. Sie lauten für mittelschwere Moleküle, bei denen die Kopplung zwischen Spin S , Bahndrehimpuls L der Elektronen und Kernrotation für nicht zu hochangeregte Elektronen den von HUND beschriebenen Fällen a und b entspricht*): $\Delta A = 0, \pm 1$ und $\Delta S = 0$ (Erhaltung der Multiplizität). Ergänzt durch die für symmetrische Moleküle allgemein gültige Bedingung, dass gerade Terme nur mit ungeraden kombinieren, ergeben sie die Terme ${}^3\Sigma_u^-$ und ${}^3\Pi_u$, welche mit dem Grundzustand kombinieren können. Die Möglichkeit einer Interkombination ($\Delta S \neq 0$) oder Durchbrechung der für elektrische Dipolstrahlung geltenden Auswahlregeln wird angesichts der hohen Absorptionsintensität beider Systeme nicht erwogen.

Die Termstruktur bei idealer Kopplung und in Übergangsfällen hat MULLIKEN¹⁹⁾ ausführlich beschrieben: Fall a zeichnet sich durch die äquidistante Multiplettaufspaltung aus. Die Energie der Komponenten kann durch die Gleichung

$$T^e = T_0^e + A \Lambda \Sigma \quad (A = \text{Kopplungskonstante})$$

ausgedrückt werden. Abweichungen nach Fall b , wie sie besonders bei höherer Rotation auftreten, wenn der Spin von der Molekülachse entkoppelt wird, äussern sich u. a. durch Zusammenlaufen sich entsprechender Zweige der verschiedenen Komponenten, so dass die Aufspaltung der Kanten kleiner wird als diejenige der

*) Im Fall a sind Bahndrehimpuls und Spin an die Kernverbindungsline gekoppelt unter Ausbildung der Komponenten Λ und Σ . Die Vektorsumme $\Omega = |\Lambda + \Sigma|$ bildet zusammen mit dem Drehimpulsvektor der Rotation den Gesamtdrehimpuls J .

Im Fall b ist der Spin nicht oder nur äusserst schwach an die Molekülachse gekoppelt. Der Spin und die Resultierende aus Λ und der Rotation bilden hier den Gesamtdrehimpuls.

Nulllinien. Bei einer Abweichung gegen Fall *c* (grosses *A*, starke Kopplung zwischen *L* und *S*) geht die Äquidistanz der Aufspaltung verloren. Ausserdem bewirken Unterschiede in den Potentialkurven für die einzelnen Multipllettkomponenten eine zunehmende Ungleichheit sowohl der Schwingungs- wie der Rotationskonstanten.

Die komplizierte Feinstruktur der Banden von System *C* erschwert eine Aussage über die Natur des angeregten Terms. Infolge der geringen Aufspaltung ist die Multipllettstruktur nicht ausgeprägt. Die Abstände der drei kurzwelligen Kanten sind ungefähr gleich (ca. 23 cm^{-1}) und grösser als die im Hauptsystem gemessenen. (Einzelne Schwingungsniveaus des Hauptsystems zeigen grosse Aufspaltungen, die jedoch durch Störungen verursacht werden.) Möglicherweise handelt es sich, wie die zum Teil linienartige Form andeutet, um die Kanten der Zweige Q_1 , Q_2 und Q_3 , während die *P*-Zweigkanten nicht aufgelöst sind. Es würde dies der beschriebenen Abweichung der Kopplung nach Fall *b* entsprechen. *Q*-Zweige wären bei einem $\Sigma - \Sigma$ -Übergang auszuschliessen, nur die drei Hauptzweige P_1 , P_2 , P_3 oder R_1 , R_2 , R_3 können in diesem Falle Kanten bilden. Kanten der Satellitenzweige ${}^PQ_{12}$, ${}^PQ_{22}$ oder ${}^RQ_{21}$, ${}^RQ_{32}$ werden selten beobachtet, da ihre Intensität mit zunehmender Rotation rasch absinkt. Es spricht denn auch die in den Banden beobachtete Zahl von wenigstens vier starken Kanten gegen einen $\Sigma - \Sigma$ -Übergang. So ist der angeregte Zustand von System *C* vermutlich ein ${}^3\Pi_u$ -Term. Einen sicheren Entscheid könnte nur die Rotationsanalyse erbringen, für die jedoch die Dispersion des zur Verfügung stehenden Spektrographen nicht ausreicht.

Viel eindeutiger ist die Zuordnung bei System *D*. Hier lässt die grosse Multipllettaufspaltung kaum eine andere Deutung des Überganges als ${}^3\Pi_u - {}^3\Sigma_g^-$ zu. Die ungleichen Abstände der Komponenten zeigen eine Abweichung der Kopplung des ${}^3\Pi_u$ -Terms von Fall *a* an. Die Art dieser Abweichung und die Term aufspaltung sind im nächsten Abschnitt diskutiert.

§ 10. *Dissoziationsprodukte und Elektronenkonfiguration.* Die Dissoziationsenergie D'' von S_2 ist noch nicht mit Sicherheit bekannt. Über die Dissoziationsprodukte des angeregten Terms des Hauptsystems ist man deshalb im Unklaren und auf Analogieschlüsse angewiesen. GAYDON⁵⁾ hat die verschiedenen möglichen D'' -Werte ausführlich diskutiert. Unter Annahme einer Dissoziation in ${}^3P + {}^1D$, wie bei O_2 und Se_2 erhält man aus der linearen Extrapolation der Schwingungsniveaus bis zur Konvergenzgrenze und durch verschiedene Interpretation der Prädissoziationsstellen die Werte $D'' = 4,4$, $D'' = 3,6$ und $D'' = 3,3\text{ eV}$.

Unter diesen Umständen lässt sich für die oberen Zustände der Systeme *C* und *D* die Anregungsenergie E_A der Atome aus dem Kreisprozess

$$\nu_{00} + D' = D'' + E_A$$

nur innerhalb gewisser Grenzen festlegen. Eine weitere Unsicherheit wird durch die Bestimmung von D' eingeführt. Da nur wenige Schwingungsniveaus der angeregten Terme bekannt sind und die Konstanten der Vibration aus Kantenmessungen ermittelt wurden, kann die Berechnung nach der Gleichung von BIRGE-SPONER:

$$D' = \frac{\omega_0'^2}{4 \omega_0' x_0'}$$

nur als rohe Näherung angesehen werden. In den Fällen, für die die Schwingungsterme bekannt sind, wird meist beobachtet, dass deren Differenzen rascher als linear abnehmen, wobei die lineare Extrapolation für D zu grosse Werte liefert. Bei hochangeregten Termen ist jedoch besondere Vorsicht geboten, da hier der Einfluss einer Ionenbindung den Verlauf der Konvergenz ändern kann, so dass das Ergebnis der Extrapolation auch in umgekehrter Richtung fehlerhaft sein mag. Obige Gleichung ergibt für System *C*: $D' = 5,6$ eV und für System *D*: $D' = 4,8$ eV.

Mit diesen Beträgen würde sich die Anregungsenergie der Dissoziationsprodukte bei System *C* zu $8,1 \text{ eV} < E_A < 9,2 \text{ eV}$ und bei System *D* zu $7,7 \text{ eV} < E_A < 8,8 \text{ eV}$ berechnen. Das Ergebnis führt zu einer Überschneidung der Potentialkurven. Ob diese tatsächlich stattfindet, ist bei der sehr ungenauen Bestimmung der D' -Werte nicht zu entscheiden. Bei der oben gegebenen Deutung als rassen-gleiche Terme wäre sie nur bei einer erheblichen Abweichung der Kopplung des einen Terms von Fall *a* oder *b* möglich. Eine solche ist bei grösserem Kernabstand denkbar und wenigstens bei System *D* durch die ungleiche Multiplettaufspaltung angezeigt. Doch ist es keineswegs ausgeschlossen, dass beide Terme in der Dissoziation zu denselben Atomzuständen führen. Eine eindeutige Festlegung der Dissoziationsprodukte ist nicht möglich, da innerhalb der für E_A ermittelten Grenzen mehrere in Frage kommende Atomterme liegen. Es bestehen jedoch Anhaltspunkte, die auf den bei $8,9$ eV gelegenen $3s \ 3p^5 \ ^3P$ -Term als Zustand des einen angeregten dissoziierenden Atoms hinweisen.

Die beiden Schwefelterme $3s^2 \ 3p^4 \ ^3P$ (Grundzustand) und $3s \ 3p^5 \ ^3P$ zeigen im Vergleich zu den übrigen eine beträchtliche

Multiplettaufspaltung von 575 cm^{-1} resp. 547 cm^{-1} . Die Kopplungskonstante A ist demnach in beiden Fällen gross. Treten zwei schwere Atome, deren jedes eine starke Kopplung zwischen L (= Resultierende der Bahndrehimpulse der einzelnen Elektronen) und S (= Resultierende der Spins) besitzt, zu einem Molekül zusammen, so wird in locker gebundenen Elektronenzuständen eine Kopplungsart erwartet, die der j, j -Kopplung im Atom ähnlich ist und bei der nur noch Ω als Quantenzahl erhalten bleibt. MULLIKEN¹⁹⁾ bezeichnet sie als „far nuclei case c“. Eine Tendenz des mittelschweren Moleküls S_2 nach dieser Form der Kopplung höher angeregter Elektronen würde die grosse Energiedifferenz der Multiplettkomponenten und die Abweichung von der Äquidistanz der Aufspaltung in System D erklären. Die tiefste Elektronenkonfiguration des aus $3s^2 3p^4 \text{ } ^3P + 3s 3p^5 \text{ } ^3P$ gebildeten Moleküls lautet

$$(\sigma_g 3s)^2 (\sigma_u 3s)^1 (\sigma_g 3p)^2 (\pi_u 3p)^4 (\pi_g 3p)^3$$

und ergibt einen $^1\Pi_u$ - und einen verkehrten $^3\Pi_u$ -Term. Durch Auffüllen der höher gelegenen $\sigma_u 3p$ -Schale aus $(\pi_g 3p)^3$ ergeben sich weitere (normale) $^3\Pi_u$ -Terme. Die Konfiguration entspricht der Anregung eines der beiden inneren, als stark lockernd bekannten $\sigma_u 3s$ -Elektronen.

Auf die Möglichkeit, die kurzwelligen S_2 -Spektren der Anregung eines der lockernden $\sigma_u 3s$ -Elektronen zuzuschreiben, hat schon RATHENAU²⁰⁾ hingewiesen. Er fand anlässlich einer Untersuchung an festem Schwefel, dass das Absorptionsspektrum von S_2 demjenigen des S_8 -Moleküls gleicht. Ausser einer dem Hauptsystem entsprechenden kontinuierlichen Absorption mit einer langwelligen Grenze bei 3500 Å fand er eine sehr viel stärkere, kürzerwellige, die zuerst im Gebiet um 1700 Å erscheint. Er vermutete dabei, dass im doppelt gebundenen S_2 -Molekül und im S_8 -Molekül der gleiche Elektronensprung für die Absorption bei 3500 Å verantwortlich ist. Das Erscheinen auch der kurzwelligen Absorption im S_8 -Spektrum versuchte er dadurch zu erklären, dass er sie einem tiefer aus dem Atomrumpf kommenden Elektron zuschrieb.

Wie RATHENAU hervorhob, könnte neben der (damals nur bei System C bekannten) Bindungsverfestigung auch die grössere Intensität der kurzwelligen Absorption durch die Elektronenanregung $\sigma_u 3s \rightarrow \pi_g 3p$ verständlich gemacht werden. Der Übergang $(\pi_u 3p)^4 (\pi_g 3p)^2 \rightarrow (\pi_u 3p)^3 (\pi_g 3p)^3$ des Hauptsystems entspricht im Atom einem verbotenen $p \rightarrow p$ Sprung, derjenige der kurzwelligen Systeme bei der genannten Deutung einem erlaubten $s \rightarrow p$ Sprung.

V. Zusammenfassung.

§ 11. Die Analyse der kurzwelligen System von S_2 zeigt, dass dessen hochangeregte Terme ihrem Verhalten nach wenig Ähnlichkeit mit den entsprechenden des O_2 -Moleküls aufweisen. Während sich diese schon weitgehend wie Atomterme verhalten und zu Rydberg-Folgen zusammentreten, zeigen jene im untersuchten Gebiet keine Neigung zur Bildung solcher Serien, geben dagegen Anlass zu Absorptionsspektren mit wohlausgeprägter Schwingungsstruktur. Wie MULLIKEN²¹⁾ hervorgehoben hat, hängt die Analogie in einer Reihe homologer Moleküle davon ab, wie weit sie sich auf dem Weg vom vereinigten Atom zu den getrennten Atomen befinden. Die Unterschiede im Verhalten sollten mit zunehmendem Molekulargewicht geringer werden, da sich die Moleküle dann mehr und mehr den getrennten Atomen nähern. Unter diesem Gesichtspunkt ist man zur Annahme geneigt, dass die kurzwellige S_2 -Absorption mehr Ähnlichkeit mit derjenigen von Se_2 und vielleicht auch Te_2 besitzt. Leider ist ein Vergleich mit diesen bisher nur in geringer Dispersion bekannten Spektren nicht möglich. Immerhin ist nach den Ergebnissen bei zweiatomarem Schwefel ein serienartiger Charakter der entsprechenden Te_2 -Terme, wie ihn MIGEOTTE¹¹⁾ vermutet hat, nicht anzunehmen. Möglicherweise zeigen dagegen alle Moleküle solche Serien in einem noch kürzerwelligen, nicht untersuchten Gebiet.

Herrn Prof. Dr. E. MIESCHER, auf dessen Anregung die vorliegende Arbeit entstanden ist, möchte ich an dieser Stelle für sein dauerndes Interesse herzlich danken.

Physikalische Anstalt der Universität Basel.

Literaturverzeichnis.

- 1) W. LOCHTE-HOLTEGREVEN und G. H. DIEKE, Ann. Phys. **3**, 937 (1929).
- 2) E. OLSSON, Diss. Stockholm 1939.
- 3) B. ROSEN, Physica **6**, 205 (1939).
- 4) S. S. BHATNAGAR, H. LESSEHEIM und M. L. KHANNA, Nature **140**, 152 (1937).
- 5) A. G. GAYDON, Dissociation Energies and Spectra of Diatomic Molecules, London 1947, S. 194.
- 6) G. HERZBERG, Molekülspektren und Molekülstruktur, Dresden und Leipzig 1939.
- 7) W. C. PRICE und G. B. COLLINS, Phys. Rev. **48**, 714 (1935).
- 8) K. WIELAND, M. WEHRLI und E. MIESCHER, Helv. Phys. Acta **7**, 843 (1934).
- 9) CHOONG Shin-Piaw, Diss., Paris 1939 und Ann. de physique **10**, 1938.

- ¹⁰⁾ R. MIGEOTTE, Bull. Soc. roy. d. sciences Liège, **12**, 658 (1941).
 - ¹¹⁾ R. MIGEOTTE, Mém. Soc. roy. sci. de Liège, 4e série, tome V, 1942.
 - ¹²⁾ A. B. FOCKE, Journ. Opt. Soc. Am. **26**, 235 (1936).
 - ¹³⁾ R. E. WORLEY, Rev. Sci. Instr. **13**, 67 (1942).
 - ¹⁴⁾ K. C. KIESS, Journ. Research, Nat. Bur. Stand. **21**, 185 (1938).
 - ¹⁵⁾ R. MAEDER und E. MIESCHER, Nature **161**, 393 (1948).
 - ¹⁶⁾ H. SPONER, Molekülspektren und ihre Anwendung auf chem. Probleme, Bd. I., Berlin 1935, S. 18.
 - ¹⁷⁾ G. T. SEABORG, Rev. Mod. Phys. **16**, 1 (1944).
 - ¹⁸⁾ A. CHRISTY und S. M. NAUDÉ, Phys. Rev. **37**, 903 (1931).
 - ¹⁹⁾ R. S. MULLIKEN, Rev. Mod. Phys. **3**, 116 (1931).
 - ²⁰⁾ G. RATHENAU, Physica **3**, 42 (1936).
 - ²¹⁾ R. S. MULLIKEN, Rev. Mod. Phys. **4**, 18 (1932).
 - ²²⁾ J. E. RUEDY, Phys. Rev. **44**, 757 (1933).
-

Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft

in St. Gallen, am 5. September 1948

(anlässlich der 128. Jahresversammlung
der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft.)

Präsident: Prof. Dr. E. MIESCHER (Basel)

Vize-Präsident: Prof. Dr. H. MUGELI (Neuchâtel)

Sekretär: Prof. Dr. G. BUSCH (Zürich).

Geschäftlicher Teil.

Als ordentliche Mitglieder der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft wurden aufgenommen:

HH. Prof. Dr. F. BORGNIS (Zürich); C. EDER (Bern); CH. GLINZ (Bern); Prof. Dr. V. VRKLJAN (Zagreb).

Die S. P. G. zählt zur Zeit 340 Mitglieder.

Der Ort der Frühjahrstagung ist noch unbestimmt.

Wissenschaftlicher Teil.

Über eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten

Von H. GREINACHER, Bern.

Taucht man zwei Kondensatorplatten um ein wenig in eine (isolierende) Flüssigkeit ein und legt eine Spannung an, so steigt die Flüssigkeit bis zu einer gewissen Höhe empor. Diese Steighöhe h hängt von der Dielektrizitätskonstanten ϵ und der Dichte ρ der Flüssigkeit, ferner von der Stärke des elektrischen Feldes \mathfrak{E} ab. Man kann zeigen, dass exakt die Beziehung besteht:

$$\text{Druckerhöhung } \Delta p = \frac{\epsilon - 1}{8\pi} \mathfrak{E}^2. \quad (1)$$

Hiernach lässt sich ε bestimmen, wenn man misst

$$1. \Delta p = h \rho g \text{ d. h. } h \text{ und } \rho,$$

$$2. \mathfrak{E} = \frac{V}{a} \text{ d. h. Spannung } V \text{ und Plattenabstand } a.$$

h lässt sich mittels Mikroskop und Okularskala durch Einstellen auf den kapillaren Flüssigkeitsmeniskus bestimmen. Ferner kann, da \mathfrak{E}^2 massgebend ist, zur Messung sowohl Gleich- als Wechselspannung verwendet werden. Letzteres ermöglicht die Anwendung der Methode auch bei Flüssigkeiten mit Leitfähigkeit, wie Wasser und Alkohol. Die Beziehung (1) wurde eingehend geprüft und auf die Messung der DK einer Reihe von Flüssigkeiten angewendet. Die Versuchsanordnung wird noch weiterhin vereinfacht, wenn man die beiden Kondensatorplättchen durch zwei Metallstäbe ersetzt. In diesem Falle lassen sich dann allerdings nur Vergleichsmessungen unter Bezugnahme auf irgend eine Flüssigkeit mit bekanntem ε ausführen. Die Anordnung ermöglicht aber Messungen an sehr geringen Flüssigkeitsmengen. Die hohe DK des Wassers lässt sich schon durch das Aufsteigen zwischen zwei Drähten bei Anlegen der Netzspannung beobachten.

Die ausführliche Arbeit ist erschienen in *Helv. Phys. Acta* XXI, S. 261, 1948.

Über ein neues statisches Voltmeter

Von H. GREINACHER, Bern.

Aus der in der vorhergehenden Mitteilung genannten Beziehung (1) kann statt der Dielektrizitätskonstanten auch das Feld \mathfrak{E} und damit die elektrische Spannung V absolut berechnet werden. Die dort verwendete Anordnung lässt sich also ohne weiteres auch zur Messung von Gleich- und Wechselspannung verwenden. Nach diesem Prinzip wurde ein Voltmeter zur Messung von Spannungen bis 3000 V hergestellt. Es besteht aus einem Glastrog von ca. $2 \times 2 \times 2$ cm, der etwas Öl enthält, in welches zwei kleine Metallplättchen (Abstand ca. 1 mm) eintauchen. Ein Mikroskop mit Okularskala ist auf den Flüssigkeitsmeniskus eingestellt. Da die Steighöhe $h \sim V^2$, genügt zur Eichung eine einzige Messung. Der Messbereich des Instrumentes lässt sich innert weiter Grenzen variieren 1. durch Änderung des Plattenabstandes, 2. durch Verwendung von Flüssigkeiten mit verschiedener DK, 3. durch Auswechslung der

Mikroskopvergrößerung. Durch passende Modifikation der Elektrodenform kann auch lineare Beziehung zwischen h und V angestrebt werden.

Die ausführliche Mitteilung erschien in Helv. Phys. Acta XXI, S. 273, 1948.

Sur des bobinages à grande densité de courant

par ALBERT PERRIER, Lausanne.

La construction d'électro-aimants de laboratoires pour champs permanents intenses est pratiquement normalisée en ce qui touche le *circuit magnétique* et les types de pièces polaires appropriés à chaque destination, mais il n'en est pas généralement ainsi des bobines génératrices de *force magnétomotrice*. Les conditions particulières à chaque construction, comme aussi celles de l'exploitation, conduisent à des solutions variées.

La présente communication expose une réalisation spéciale dont les résultats se sont montrés particulièrement satisfaisants, ce qui ressort de la comparaison avec des constructions antérieures.

Le problème est connu. Dans un espace déterminé (section méridienne de la bobine, \varnothing de noyau, etc., imposés) loger le maximum possible d'ampères-tours.

On peut partir, à titre de repère, de la solution optimum: *un seul tour* de métal compact, autrement dit tous les tours en parallèle, de plus quelques vides pour la circulation d'un liquide réfrigérant; de la sorte, on atteindrait un facteur de remplissage (coefficient de foisonnement) voisin de 100%, et l'énergie dépensée serait minimum. Une telle solution est absolument inaccessible déjà en raison des intensités démesurées qui seraient nécessaires.

Toutes les solutions pratiques reviennent alors à tirer le meilleur parti possible du plus fort ampérage disponible ou applicable; il faut alors choisir le nombre de tours le plus favorable, c'est-à-dire leur répartition sur la section méridienne.

Une construction maintenant très répandue est celle du bobinage complètement tubulaire; il permet une grande intensité et a comme avantage le plus marqué une accession très rapide au régime permanent. C'est toutefois une construction coûteuse, difficile à réaliser dans un laboratoire, et pour laquelle, au surplus, il était fort difficile ces dernières années de trouver le matériel nécessaire. D'ailleurs, elle n'offre de sérieux avantages précisément que pour de grosses intensités.

La construction ici décrite est *mixte*; elle est en partie tubulaire et en partie à conducteur compact. Chaque bobine (\varnothing 200 et 430 mm.; longueur 146 mm.) comprend *quatre galettes triples*, chacune étant constituée d'une galette *de tube* à section extérieure carrée sur chacune des faces de laquelle est appliquée une galette de ruban de cuivre compact isolé¹⁾. Chacun de ces triplets est ainsi refroidi *pour lui-même* par la circulation d'eau dans la tubulure et d'une manière parfaitement homogène; on peut être sûr ainsi de l'*uniformité de la température*, ce qui en soi déjà est un grand avantage puisque tout point de température élevée est un point faible vis-à-vis de surtensions. L'isolement des tubes, comme des rubans, est constitué par un *guipage de fibre de verre* imprégné d'un agglutinant pouvant supporter sans détérioration 200°.

Voici quelques données numériques, en particulier les résultats d'essais exécutés immédiatement après construction: Conducteur compact: 2×305 tours de ruban, section métal 25,5 mm²; conducteur tubulaire: 2×60 tours, section totale 28,5 mm². Pour $I = 150$ A, nombre d'ampères-tours: 109 000, température de régime du conducteur compact: 108°, densité moyenne de courant, rapportée à l'ensemble de la section méridienne, 270 A/cm²: P environ 16 kW; \varnothing noyau 200 mm.

Eu égard à la nature de l'isolant, on pourrait donc sans inconvénient élever l'intensité jusque vers 200 A et plus, par quoi on atteindrait au moins 145 000 At et 360 A/cm². — A titre comparatif, on rappelle quelques chiffres relatifs à des constructions tubulaires de l'industrie:

1. \varnothing noyau: 145 mm; densité moyenne de courant: 152 A/cm².

Selon indication du fournisseur, l'appareil peut être surchargé, mais probablement pas en régime permanent, à 175 000 At, c'est-à-dire à 211 A/cm².

2. \varnothing noyau, 175 mm; Ampères-tours horaires: 200 000; A/cm²: 195.

Le facteur de remplissage de la construction décrite dépassait sensiblement 50%, nombre notablement plus élevé que celui des autres constructions.

Ces résultats qui surclassent ainsi de plus de 60—70% ceux de bonnes constructions tubulaires, apparaissent quelque peu paradoxaux. Ils sont cependant explicables: d'abord à raison d'un facteur de remplissage notablement meilleur, puisque tout le bo-

¹⁾ L'image d'un bobinage en «sandwich» marquerait assez bien en raccourci son caractère particulier.

binage tubulaire ne représente guère que le $\frac{1}{6}$ du bobinage total; et ensuite, parce que la température autorisée dans les tubes de n'importe quel système est évidemment limitée à celle de l'ébullition de l'eau, tandis que le conducteur compact peut être porté jusque vers 200° , et en conséquence admettre une densité moyenne de courant notablement plus forte.

On indique encore le principe d'enroulements qui vont être appliqués à la transformation d'anciennes bobines en vue de les améliorer considérablement. Ce sont des bobinages *non en galettes*, mais en couches successives à la manière usuelle; ils sont d'un moins bon rendement, mais d'une réalisation beaucoup plus aisée.

On trouve facilement dans le commerce des tubes de cuivre rectangulaires à paroi mince. Dès lors:

1. On réalisera un bobinage composé alternativement de *deux couches* d'un conducteur compact, rectangulaire ou carré, alternant avec *une couche tubulaire* à circulation d'eau. On s'allège beaucoup la tâche en renonçant à envoyer le courant électrique dans le tube. Le facteur de remplissage sera ici nécessairement plus faible, car on ne peut bobiner du ruban avec sa petite dimension parallèle à l'axe, et ainsi le nombre nécessaire des couches tubulaires est augmenté.

2. Si l'on dispose de flasques à circulation d'eau on pourra bobiner de nouveau par paire de couches compactes séparées les unes des autres périodiquement par *une lame cylindrique* de cuivre en contact par ses deux bords avec les flasques. Le rôle de ces cylindres de cuivre est alors exclusivement de favoriser le transport des calories de l'intérieur vers l'extérieur. Leur effet est singulièrement d'abaisser notablement le maximum de température qui s'établit dans la région centrale du bobinage.

Einfache Kristalldioden-Schaltungen für Präzisions-Messzwecke

von H. KÖNIG und A. PERLSTAIN.

(Eidg. Amt für Mass und Gewicht.)

Die Stabilität und die gute Gleichrichterwirkung der modernen Germanium-Kristalldioden gestattet, den Anwendungsbereich einer Reihe von elektrischen Präzisions-Messverfahren zu erweitern und ihre Handhabung zu vereinfachen. Durch Kombination bekannter Ideen gelangt man leicht zu neuartigen Schaltungen.

Es wurden untersucht:

Frequenz-Messschaltungen,
 Spannungsmittelwert-Messschaltungen,
 Scheitelwert-Messschaltungen,
 Kapazitätsmessbrücken,
 Nullinstrument mit Fremderregung,
 Schaltung zur Aufnahme der Kurvenform,
 Vektormesser,
 Phasenmesser,
 Oberwellen-Messanordnung.

Das Anzeigeeinstrument ist in den meisten Fällen ein Gleichstrom-Galvanometer in Kompensationsschaltung.

Die Arbeit wird voraussichtlich in extenso im Bulletin des Schweiz. Elektrotechnischen Vereins erscheinen.

Molekülspektren mit Ionencharakter

von K. WIELAND, Zürich.

Wir wissen heute, dass alle Ionenverbindungen — mit Ausnahme von CsF — bei genügend starker Erhitzung schliesslich in elektrisch neutrale Zerfallsprodukte und nicht etwa in Ionen zerfallen. Der Grund hierfür ist einfach der, dass — mit Ausnahme von CsF — der Zustand der getrennten Atome (z. B. $\text{Na} + \text{Cl}$) energetisch jeweils tiefer liegt als derjenige der getrennten Ionen ($\text{Na}^+ + \text{Cl}^-$). Daher muss die flache, wenig stabile Potentialkurve (Atomkurve) des Atommoleküls (NaCl) die stark muldenförmige, sehr stabile Potentialkurve (Ionenkurve) des den Grundzustand bildenden Ionenmoleküls (Na^+Cl^-) schneiden¹). Ein optischer Übergang zwischen einer tiefliegenden stabilen Ionenkurve und einer höher liegenden, wesentlich unstabilen Atomkurve, welcher vor allem in Absorption beobachtet werden kann, gibt zu vorwiegend kontinuierlichen Spektren Anlass. Dies ist typisch für alle Ionenmoleküle (mit *Ionencharakter im Grundzustand*).

Anders liegt der Fall bei nicht oder schwach polaren Molekülen wie z. B. Cl_2 , HCl etc., bei denen der Grundzustand (z. B. HCl) viel tiefer liegt als der — im allgemeinen nicht bekannte, aber zweifellos stabile — Ionenzustand (H^+Cl^-). Es erhebt sich die Frage, warum bisher noch nie ein optischer Übergang von einem stabilen Grundzustand eines Atommoleküls nach dem höher gelegenen Ionenzustand beobachtet worden ist. Auf Grund unserer heutigen Vorstellungen über die gegenseitige Beeinflussung von Potential-

kurven¹⁾ ist es wahrscheinlich, dass hochliegende Ionenkurven tiefer liegende Atomkurven unter Umständen stark beeinflussen, wobei in der Regel, unter Vermeidung eines Schnittpunktes, der Atomzustand durch den höher liegenden Ionenzustand nach unten gedrückt und dabei stabilisiert wird. Dadurch erhält der Atomzustand mehr oder weniger Ionencharakter, während gleichzeitig der Ionenzustand an Ionencharakter verliert. Aus diesem Grunde wird man statt einer hochliegenden Ionenkurve viel eher eine oder auch mehrere etwas tiefer liegende Atomkurven mit Ionencharakter erwarten, die in der Grenze zu neutralen (zum Teil elektronisch angeregten) Atomen führen. Derartige Atomkurven mit ausgesprochen starkem Ionencharakter werden gegenüber normalen Atomkurven (mit wenig Ionencharakter) nach grossen Kernabständen verlagert sein und ausserdem, infolge ihrer zusätzlichen Stabilität, eine tiefe Potentialmulde (grosse Dissoziationsenergie) aufweisen. Die ungewöhnliche Lage und Form solcher Atomkurven mit Ionencharakter hat zur Folge, dass Übergänge nach solchen Kurven zu Bandenspektren von ungewohntem Aussehen führen.

Wir konnten nun bei einer Reihe von zweiatomigen Molekülen oder Radikalen (H_2 ²⁾, J_2 ³⁾, CdX , ZnX , HgX ⁴⁾, wo X für Cl, Br, J steht) in Emission Bandenspektren von beinahe kontinuierlichem Aussehen feststellen, die auf Grund einer Vibrationsanalyse (soweit sie sich durchführen liess) als Übergänge von einem oberen Zustand mit ausgesprochenem Ionencharakter nach einem tiefer liegenden normalen Zustand, meistens dem Grundzustand des betreffenden Moleküls, gedeutet werden müssen. Hier haben wir es also mit Molekülspektren mit *Ionencharakter im oberen Zustand* zu tun. Eine nähere Beschreibung dieser Spektren wird an anderer Stelle⁵⁾ gegeben werden.

Ansprechwahrscheinlichkeit von Geiger-Müller-Zählrohren für Röntgen-Strahlen

von H. SAURER, ETH. Zürich.

(Erscheint demnächst in den H.P.A.)

¹⁾ G. HERZBERG, Molekülspektren zweiatomiger Moleküle, Th. Steinkopff Verlag, Dresden und Leipzig, 1939, pag. 274 u. ff.

²⁾ E. E. WITMER, Phys. Rev. **28**, 1223 (1926).

³⁾ J. WASER und K. WIELAND, Nature **160**, 643 (1947).

⁴⁾ K. WIELAND, Helv. Phys. Acta **14**, 420 (1941).

⁵⁾ Volume Commémoratif VICTOR HENRI, Maison Desoer, Liège (1948).

Gesetzmässigkeiten bei der temperaturbedingten Änderung eines kontinuierlichen Absorptionsspektrums

von A. Herczog und K. Wieland.

(6. IX. 1948.)

Summary. The continuous absorption curves of HgJ_2 -vapour ($\lambda\lambda$ 3800—2500 ÅE) were quantitatively measured from 150° to 1100° C. All the absorption curves obtained at the different temperatures intersected in a small region about a definite point. It was further seen that the wavelength displacement of the extinction coefficient is an almost linear function of the temperature. The same regularities were also shown by several other substances (CdJ_2 , Br_2 and Cl_2). The explanation for these phenomena was better elucidated with the aid of Cl_2 -extinction values calculated by GIBSON, RICE and BAYLISS. The linear relationship between wavelength displacement and temperature is of practical value because it enables one to evaluate graphically the absorption curve of a substance beyond the temperature region in which measurements were taken.

Die vorliegende experimentelle Studie bezweckt, die Temperaturabhängigkeit des Extinktionskoeffizienten bei einem anorganischen Dampf, der ein einfaches *kontinuierliches* Absorptionsspektrum besitzt, in einem möglichst grossen Temperaturintervall zu ermitteln. Von den wenigen ähnlichen Untersuchungen anderer Autoren¹⁾ verdienen vor allem die von GIBSON und BAYLISS²⁾ an Chlor (Cl_2) durchgeführten Absorptionsmessungen, die sich über ein grosses Temperaturintervall (18—765° C) erstrecken und auf die wir noch zurückkommen werden, besonderes Interesse.

Die Kenntnis der Temperaturabhängigkeit einer Absorptionskurve gestattet, durch Messung der Extinktionswerte die Konzentration einer Molekülart bei irgendeiner vorgegebenen Temperatur, etwa in einem thermischen Gleichgewicht, zu ermitteln. Wir haben in einer früheren Arbeit über die thermische Dissoziation von Cadmiumjodid³⁾ versucht, den im Gleichgewicht vorhandenen Anteil an dreiatomigem CdJ_2 -Dampf im Temperaturbereich 900 bis 1200° C auf absorptionsspektrographischem Wege zu ermitteln. Dabei mussten wir die nicht bekannte, temperaturbedingte Änderung des Extinktionskoeffizienten dieses Moleküls mit Hilfe eines graphischen Näherungsverfahrens berücksichtigen.

Um nähere Aufklärung über eine damals beobachtete Regelmässigkeit der temperaturbedingten Verschiebung des Absorptionsspektrums von CdJ_2 zu erhalten, soll in der vorliegenden Arbeit

die Temperaturabhängigkeit eines kontinuierlichen Absorptionsspektrums bei einer ähnlichen Substanz untersucht werden, deren Dissoziationsverhältnisse aus thermischen Daten hinreichend genau bekannt sind. Dies trifft für Quecksilberjodid (HgJ_2)-Dampf zu, dessen thermisches Gleichgewicht auf Grund der Druckmessungen von BRAUNE und KNOKE⁴⁾ bis zu 1200°C als zuverlässig bekannt vorausgesetzt werden darf. Das Ergebnis der Messungen dieser Autoren spricht für einen einfachen thermischen Zerfall gemäss Gleichung (I) $(\text{HgJ}_2) \rightleftharpoons (\text{Hg}) + (\text{J}_2)$, wobei (J_2) in bekannter Weise zum Teil in Jodatome dissoziiert. Eine thermodynamische Berechnung dieses Gas-Gleichgewichtes⁵⁾ steht mit den Resultaten von BRAUNE und KNOKE in voller Übereinstimmung und zeigt darüber hinaus, dass die im allgemeinen nicht zu vernachlässigende Dissoziation in Radikale gemäss Gleichung (II) $(\text{HgJ}_2) \rightleftharpoons (\text{HgJ}) + \frac{1}{2} (\text{J}_2)$ hier nicht ins Gewicht fällt.

Absorptionsmessungen.

Das Absorptionsspektrum von HgJ_2 -Dampf ist von BUTKOW⁶⁾, WIELAND⁷⁾ und WEHRLI⁸⁾ qualitativ gemessen worden. Von den vier von WIELAND gefundenen *kontinuierlichen* Absorptionsgebieten haben wir für unsere quantitativen Messungen das langwelligste, mit Intensitätsmaximum bei $\lambda 2660 \text{ AE}$, gewählt.

Für die Messung des Absorptionsspektrums von HgJ_2 -Dampf bei verschiedenen Temperaturen wurden 10 cm lange, mit planen Fenstern versehene Quarzrohre benützt. Die Heizung der Absorptionsrohre erfolgte mit einer für ähnliche Zwecke früher verwendeten Apparatur³⁾. Die Absorptionskurven wurden mit der Pool-Halban'schen Sektormethode⁹⁾ aufgenommen, wobei die mittels Sektoren geschwächten Vergleichsaufnahmen durch ein leeres, völlig gleichartiges Quarzrohr hindurch erfolgten.

Das Spektrum des *gesättigten* Dampfes wurde im Temperaturbereich $160\text{--}250^\circ \text{C}$ (entsprechend einem Sättigungsdruck von $0,3\text{--}20 \text{ mm}$) gemessen. Um das Beschlagen der Fenster des Absorptionsrohres zu vermeiden, war das Rohr mit einem Ansatzröhrchen versehen, an dessen Ende eine um $20\text{--}30^\circ \text{C}$ tiefere Temperatur herrschte als beim Absorptionsrohr selbst. Dementsprechend beziehen sich die in Fig. 1 für die Absorptionskurve des gesättigten Dampfes angegebenen Temperaturen auf die bei dem Absorptionsrohr gemessenen, etwas höheren Temperaturen.

Für die Untersuchung des *überhitzten* Dampfes (oberhalb 300°C) wurden die Absorptionsrohre von bekanntem Volumen mit abgewogenen Mengen von HgJ_2 gefüllt. Während im Temperaturbereich $300\text{--}500^\circ \text{C}$ die thermische Dissoziation von HgJ_2 -Dampf

noch unmerklich ist, muss die Konzentration des HgJ_2 -Dampfes bei höheren Temperaturen, oberhalb etwa 500°C , unter Berücksichtigung der von BRAUNE und KNOKE angegebenen Dissoziationskonstanten ermittelt werden.

Voraussetzung für eine einwandfreie Auswertung des Absorptionsspektrums ist, dass die im thermischen Gleichgewicht vorhandenen Dissoziationsprodukte das Absorptionsspektrum von HgJ_2 -Dampf in dem von uns benützten Spektralbereich (λ 3800–2500 Å) nicht stören. Das bedeutet ganz allgemein Beschränkung auf verhältnismässig kleine Mengen an HgJ_2 , um nicht durch das Absorptionsspektrum des Joddampfes gestört zu werden. Letzteres macht sich vor allem im Temperaturbereich 700 – 900°C bemerkbar, während es bei höheren Temperaturen, infolge der zunehmenden Dissoziation der Jodmoleküle in die Atome, wieder zurückgeht. Ausserdem lässt sich die Jodmenge im dissoziierten HgJ_2 -Dampf durch Zugabe von Quecksilber in grossem Überschuss zurückdrängen, wovon wir ebenfalls Gebrauch gemacht haben. Was die bei der thermischen Dissoziation in kleinen Mengen entstehenden HgJ -Radikale anbelangt, so können die von ihnen herrührenden Absorptionsbanden (λ 3100–3000 Å) erst oberhalb etwa 1050°C nachgewiesen werden. Es bereitet keine besondere Schwierigkeit, die eingefüllte Menge an Quecksilberjodid so zu wählen, dass in dem von uns gemessenen Spektralgebiet die Banden des HgJ -Radikals das Absorptionsspektrum des HgJ_2 -Dampfes nicht stören.

Die Ergebnisse unserer Absorptionsmessungen sind in Fig. 1 graphisch dargestellt, wo ϵ der dekadische molare Extinktionskoeffizient in der bekannten Lambert-Beer'schen Gleichung $\log J_0/J = \epsilon cd$ bedeutet. Die näheren Bedingungen, unter denen die einzelnen Kurven erhalten worden sind, finden sich in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

Temperatur in $^\circ \text{C}$	Konzentration an HgJ_2 in 10^{-4} gr Mol/Liter*)	Zusatz von Hg in 10^{-4} gr Mol/Liter*)
160–250° (gesättigter Dampf)	0,12 bis 5,9	—
300°	1,82; 8,96; 14,8	—
500°	1,82; 8,96; 14,8	—
700°	1,82	—
(kurzwelliger Teil)		
700°	1,82	79,3
(langwelliger Teil)		
900°	5,87; 8,96	—
1100°	8,96; 14,80	—

Die zahlreichen Absorptionsmessungen, die FROMHERZ und MITARBEITER¹⁰⁾ an Lösungen von HgJ_2 ausgeführt haben, zeigen, dass

*) 10^{-4} g Mol/Liter entspricht bei 0°C einem Druck von 1,70 mm Hg.

das Spektrum der wässrigen Lösungen sich von demjenigen des Dampfes nur wenig unterscheidet. Der unpolare Charakter des linearen Moleküls $J-Hg-J$ macht das auch verständlich. Dementsprechend dürfte die Absorptionskurve der wässrigen Lösung nach FROMHERZ, die wir in Fig. 1 mitaufgenommen haben, nicht wesentlich verschieden sein von derjenigen des Dampfes bei Zimmertemperatur, die experimentell nicht messbar ist.

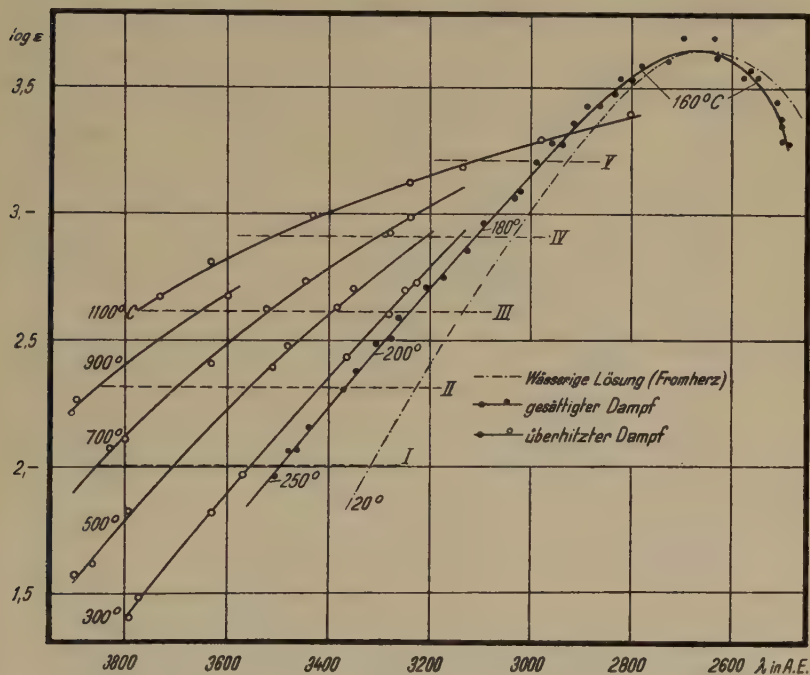


Fig. 1.

Absorptionskurven von HgJ_2 bei verschiedenen Temperaturen.

Diskussion der Ergebnisse.

Wie man aus Fig. 1 erkennt, werden die Absorptionskurven von HgJ_2 -Dampf mit zunehmender Temperatur immer flacher, wie dies auf Grund des Maxwell-Boltzmann'schen Verteilungsgesetzes in Verbindung mit dem Franck-Condon-Prinzip erwartet werden muss. Auffallend ist, dass sich alle Kurven angenähert in einem Punkt (bei $\lambda = 2930$ Å) schneiden, und dass die temperaturbedingte Wellenlängenverschiebung eines bestimmten Extinktionswertes ϵ weitgehend linear mit der Temperatur verläuft, wie Fig. 2

für die aus Fig. 1 entnommenen Extinktionswerte $\varepsilon = 2,0$ (I), 2,3 (II), 2,6 (III), 2,9 (IV) und 3,2 (V) erkennen lässt.

Die beiden Gesetzmässigkeiten (gemeinsamer Schnittpunkt und lineare Wellenlängenverschiebung) lassen sich auch bei den von BAYLISS und Mitarbeitern genau gemessenen Absorptionskurven von Br_2 ¹¹⁾ und, besonders schön, von Cl_2 ²⁾ feststellen. In Fig. 3 sind die Absorptionskurven von Cl_2 und, daraus abgeleitet (mit Beschränkung auf den langwelligen Spektralbereich), in Fig. 4

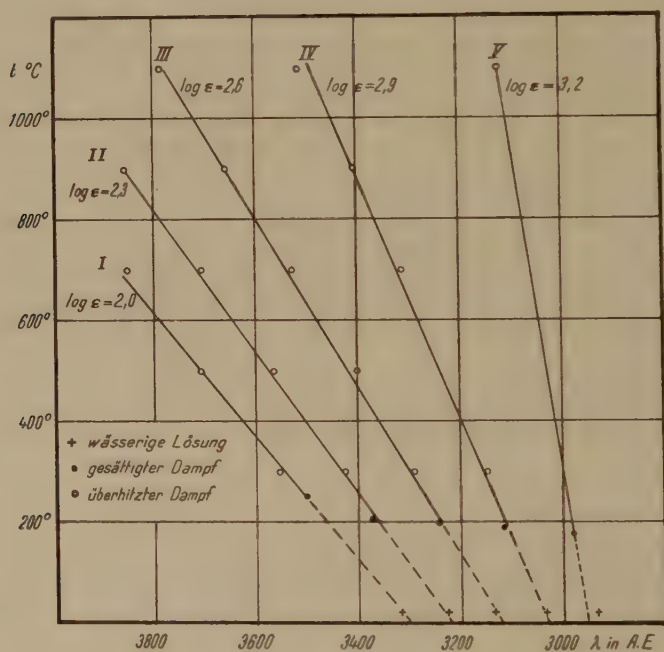


Fig. 2.

Temperaturbedingte Wellenlängenverschiebung der Extinktionswerte von HgJ_2 .

die Wellenlängenverschiebungen einiger Extinktionswerte mit der Temperatur dargestellt.

GIBSON, RICE und BAYLISS¹²⁾ haben die temperaturbedingte Veränderung der Absorptionskurve von Cl_2 auch wellenmechanisch berechnet und dabei eine sehr gute Übereinstimmung mit ihren gemessenen Absorptionswerten erhalten. Zur Aufdeckung der Ursache für unsere beiden Näherungsgesetze eignen sich offenbar die von G., R. und B. berechneten, von experimentellen Messfehlern freien Absorptionskurven von Cl_2 besonders gut.

In der Schreibweise dieser Autoren ist der Extinktionskoeffizient ε_λ für eine bestimmte Wellenlänge λ gegeben durch

$$\varepsilon_\lambda = \frac{\varepsilon_0 + x \varepsilon_1 + x^2 \varepsilon_2 + \dots}{1 + x + x^2 + \dots}$$

wo $x = e^{-\hbar c \omega_0 / kT}$ der Boltzmann'sche Faktor und $\varepsilon_0, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots$ die Extinktionskoeffizienten bedeuten, die den Übergängen von den

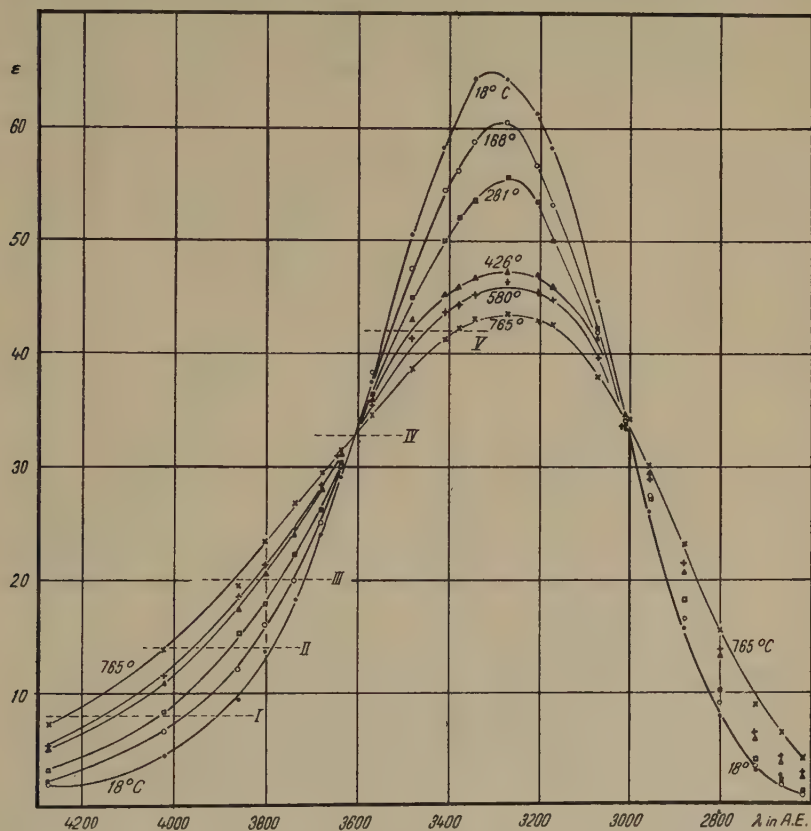


Fig. 3.

Absorptionskurven von Cl_2 bei verschiedenen Temperaturen.
(Nach GIBSON und BAYLISS.)

einzelnen Schwingungsstufen $\omega = 0, 1 \omega_0, 2 \omega_0, \dots$ des Grundzustandes nach dem oberen (nicht gequantelten) Elektronenzustand entsprechen. Alle diese temperaturunabhängigen Einzel-Extinktionswerte ε_i tragen nach Massgabe des Maxwell-Boltzmann'schen Verteilungsgesetzes zu dem temperaturabhängigen Gesamt-

wert ε_λ bei. Die mühsame wellenmechanische Berechnung der Einzelwerte ε_i haben G., R. und B. für ε_0 bis ε_3 ausgeführt. Die Nichtberücksichtigung der höheren ε_i -Werte bedeutet eine Vernachlässigung von nur 5% aller vorhandenen Moleküle. Unter Benützung der von G., R. und B. berechneten ε_i -Werte haben wir die Absorptionskurve von Cl_2 für sämtliche gemessenen Temperaturen berechnet*), und zwar einmal unter Berücksichtigung

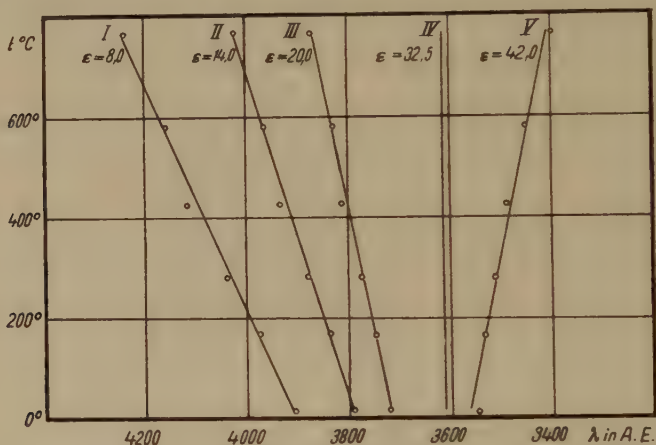


Fig. 4.

Temperaturbedingte Wellenlängenverschiebung der Extinktionswerte von Cl_2 .

nur von ε_0 und ε_1 , gemäss der Formel $\varepsilon_\lambda = \frac{\varepsilon_0 + x\varepsilon_1}{1+x}$, das andere Mal unter Berücksichtigung aller vier Werte ε_0 bis ε_3 . Im ersten Fall (Fig. 5a) müssen sich natürlich alle Kurven mindestens in einem Punkt mathematisch exakt schneiden, aus demselben Grunde, aus welchem die Absorptionskurven zweier miteinander im Gleichgewicht stehenden Substanzen sich im isobestischen Punkt schneiden. Im zweiten Fall (Fig. 5b), der den wirklichen Verhältnissen bereits recht nahe kommt und tatsächlich auch mit den experimentellen Kurven weitgehende Übereinstimmung zeigt, tritt eine Verschmierung des Schnittpunktes ein. Diese Verschmierung ist aber im vorliegenden Falle nicht sehr gross, kaum grösser als die Streuung der Messpunkte. Allgemein wird, ceteris paribus, die temperaturbedingte Änderung einer Absorptionskurve um so kleiner und

*) Die Autoren geben nur ε_0 und ε_1 explizit an (ihre Fig. 3). Die Werte für ε_2 und ε_3 haben wir aus den in ihrer Fig. 2 dargestellten Übergangswahrscheinlichkeiten ermittelt, wobei Herr A. Trösch uns mit seiner Beratung wirkungsvoll unterstützt hat.

der Schnittpunkt um so schärfer sein, je grösser die Schwingungsquanten ω der betreffenden Substanz sind. Es ist daher überraschend, dass selbst bei einem schweren dreiatomigen Molekül wie HgJ_2 mit *kleinen* Schwingungsquanten der gemeinsame Schnittpunkt der Absorptionskurven noch deutlich in Erscheinung tritt.

Was die empirisch gefundene zweite Gesetzmässigkeit, die Proportionalität der temperaturbedingten Wellenlängenverschiebung eines Extinktionswertes ϵ mit der Temperatur anbelangt, so zeigt sich zu unserer Überraschung, dass sie bei Berücksichtigung von nur zwei Schwingungsquanten (exakter Schnittpunkt) schlechter

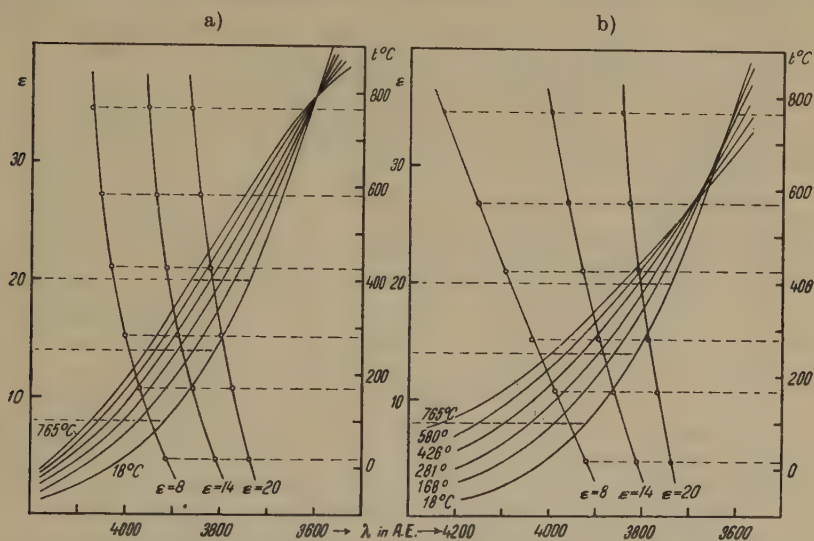


Fig. 5.

Temperaturbedingte Wellenlängenverschiebung der theoretisch berechneten Extinktionswerte von Cl_2 .

erfüllt ist als bei Berücksichtigung von vier Schwingungsquanten. Ein Vergleich der Figg. 5a und 5b lässt erkennen, dass im ersten Fall (exakter Schnittpunkt, Fig. 5a) für die einzelnen ϵ -Werte sich merklich gekrümmte λ - T -Kurven ergeben, während im zweiten Fall (Fig. 5b), welcher der Wirklichkeit sehr nahe kommt, die lineare Beziehung bedeutend besser erfüllt ist. Noch besser ist sie bei den experimentell gemessenen Daten (Fig. 4) erfüllt. Wenn auch diese zweite Gesetzmässigkeit wenig durchsichtig erscheint und vielleicht als zufällig angesehen werden muss, so ist doch ihre angenäherte Gültigkeit, die wir immerhin an vier Fällen (HgJ_2 , CdJ_2 , Cl_2 und Br_2) recht befriedigend haben feststellen können, von praktischer Bedeutung.

Denn diese lineare Beziehung gestattet, die temperaturbedingte Wellenlängenverschiebung eines Extinktionswertes auch ausserhalb des gemessenen Temperaturbereiches graphisch zu ermitteln. Ein Beispiel dafür zeigt Figur 2. In dieser Figur entsprechen die gestrichelt gezeichneten Geraden einer Extrapolation von etwa 200° C auf Zimmertemperatur, bei der in Dampfphase keine Messungen mehr möglich sind. Die durch diese Extrapolation erhaltenen Extinktionskoeffizienten stimmen mit den an wässrigen Lösungen gewonnenen Messwerten von FROMHERZ¹⁰⁾ (in Fig. 2 als + eingetragen) sehr gut überein. Es ergibt sich so nachträglich eine Bestätigung dafür, dass die Absorptionskurve der wässrigen Lösung von HgJ₂ mit derjenigen des Dampfes von gleicher Temperatur tatsächlich weitgehend übereinstimmt.

Wie weit diese hier gefundenen Gesetzmässigkeiten allgemein, z. B. auch bei komplizierteren Molekülen, zutreffen, wird sich noch erweisen müssen.

Dem Aluminium-Fonds Neuhausen, aus dessen Mittel ein grosser Teil der hier benötigten Apparate bestritten werden konnte, möchten wir unseren besten Dank aussprechen.

Physikalisch-Chemisches Institut der Universität Zürich.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ Ausführliche Literaturzusammenstellung bei: G. KORTÜM und G. FRIEDHEIM, Z. f. Naturforschung **2a**, 20 (1947).
 - ²⁾ G. E. GIBSON und N. S. BAYLISS, Phys. Rev. **44**, 189 (1933).
 - ³⁾ K. WIELAND und A. HERCZOG, Helv. Chim. Acta **29**, 1702 (1946).
 - ⁴⁾ H. BRAUNE und S. KNOKE, Z. physikal. Chem. **152**, 409 (1931).
 - ⁵⁾ K. WIELAND, Nature **156**, 504 (1945).
 - ⁶⁾ K. BUTKOW, Z. f. Physik **71**, 678 (1931).
 - ⁷⁾ K. WIELAND, ebenda **76**, 801 (1932).
 - ⁸⁾ M. WEHRLI, Helv. Phys. Acta **11**, 339 (1938).
 - ⁹⁾ H. v. HALBAN, G. KORTÜM und B. SZIGETI, Z. El. Ch. **42**, 628 (1936).
 - ¹⁰⁾ H. FROMHERZ und K. H. LIH, Z. physikal. Ch. **167**, 109 (1933).
 - ¹¹⁾ A. P. ACTON, R. G. AICKIN und N. S. BAYLISS, J. chem. Physics **4**, 474 (1936).
 - ¹²⁾ G. E. GIBSON, O. K. RICE und N. S. BAYLISS, Phys. Rev. **44**, 193 (1933).
-

Über die Dipolmomente der Dinitrotoluole und die Quantenmechanische Erklärung der Reaktionsfähigkeit ihrer Methylgruppen

von **Victor Hardung**, Freiburg.

(25. IX. 1948.)

Einleitung und theoretische Betrachtungen.

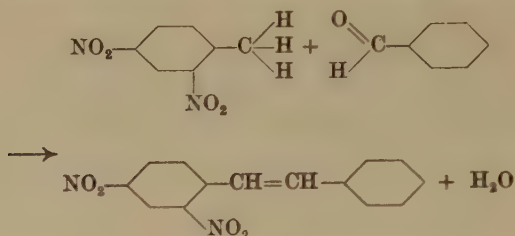
Das Problem der Ladungsverteilung organischer Moleküle hat in den letzten Jahren durch quantenmechanische Betrachtungen eine wesentliche Klärung erfahren.

Immerhin beschränkten sich die bisherigen Ergebnisse angefangen von der grundlegenden Arbeit von HEITLER und LONDON auf die einfachsten Fälle. Erst durch die Arbeiten von SLATER, PAULING, WHELAND, EYRING, SWARTHOLM und andere ist eine quantenmechanische Behandlung komplizierter organischer Moleküle möglich geworden.

Von A. und B. PULLMAN und von R. DAUDEL¹⁾ wurden eine Reihe von Arbeiten über die Ladungsverteilung organischer Moleküle auf quantenmechanischer Grundlage ausgeführt, die im wesentlichen auf einer geschickten Abzählung der Austausch- und Coulombkräfte beruhen, wobei Kräfte zwischen nichtbenachbarten Atomen vernachlässigt werden. Auf Grund der statistischen Gewichte der einzelnen mesomeren Formeln lässt sich durch Überlagerung die Ladungsverteilung im Molekül angeben und in Form eines Molekulardiagramms darstellen. Mit Hilfe einer sehr stark vereinfachten Näherungsmethode versuchten die genannten Forscher auch den Einfluss eines Substituenten auf die Ladungsverteilung im Benzolkern zu ermitteln. Es hat sich dabei auch gezeigt, dass man durch das Studium der Ladungsverteilung allein schon ganze Klassen von chemischen Reaktionen verstehen und unter Umständen voraussagen kann.

Wie sich die Ladungsverteilung im einzelnen auswirkt, soll an einer bestimmten Gruppe von Benzolderivaten theoretisch und experimentell durch Dipolmessungen aufgeklärt werden.

Beispielsweise entsteht beim Erhitzen von bestimmten Nitro- oder Dinitrotoluolen mit Benzaldehyd in Gegenwart eines Katalysators das entsprechende Stilben z. B. nach folgender Gleichung:



Eine ähnliche Reaktion erfolgt beim Behandeln eines geeigneten Nitrotoluols mit Para-Nitroso-Dimethylanilin, es entsteht in der Hauptsache ein Anil (Azomethin, sog. SCHIFF'sche Base). Es sei nachdrücklich darauf hingewiesen, dass die meisten Untersucher dieser Reaktionen die Auflockerung zunächst nur eines der drei H-Atome der Methylgruppe und die intermediäre Bildung eines alkoholartigen Zwischenproduktes annehmen.

LOUIS CHARDONNENS²⁾ und sein Arbeitskreis³⁾ haben die oben genannten Reaktionen der Methylgruppe in einer Reihe von Arbeiten untersucht. Sie fanden in einer vergleichenden Untersuchung der 6 möglichen Dinitrotoluole, dass die Ausbeuten an Stilben, bzw. Anil je nach der Stellung der Nitrogruppen im Molekül sehr unterschiedliche sind. Auch bei andersartigen Substitutionsreaktionen wurde eine ähnliche Abhängigkeit der Reaktionsfähigkeit von der Stellung der aktivierenden bzw. desaktivierenden Substituenten beobachtet.

Das engere Ziel der vorliegenden Arbeit war, den physikalischen Grund des unterschiedlichen Verhaltens der sechs Dinitrotoluole aufzuklären, und zwar sowohl theoretisch durch eine ausführlichere Berechnung des Einflusses der Methylgruppe auf die Ladungsverteilung nach der PULLMAN'schen Methode als auch durch Dipolmessungen der verschiedenen Dinitrotoluole, um einen Einfluss der Stellung der beiden Nitrogruppen auf die Ladungsverteilung festzustellen.

Eine Lösung dieser Fragestellung lässt auch den Grund eines ähnlichen Verhaltens bei analogen Substitutionsreaktionen erkennen, weil die Ergebnisse und die theoretischen Überlegungen mutatis mutandis auch auf diese angewendet werden können. Als Beispiele seien etwa das 2,4-Dinitro-1-chlorbenzol genannt, wo sich das Chlor infolge der besonderen Stellung der Nitrogruppen leicht durch NH_2 ersetzen lässt, oder etwa die Dinitrophenole, deren

biologische Wirksamkeit am grössten sein soll, wenn die Nitrogruppen eine analoge Stellung aufweisen*).

Um die Ladungsverteilung nach der Pullman'schen Methode zu berechnen, muss man, wie oben gesagt, die statistischen Gewichte S der zugrundegelegten mesomeren Formeln bestimmen. Diese lassen sich aus einem System homogen linearer Gleichungen $\sum S_i Q_{ik} = 0$ berechnen, dessen Determinante $|Q_{ik}|$ verschwinden muss. Die Koeffizienten Q_{ik} sind einfache lineare Funktionen einer gewissen Grösse x deren mögliche Werte sich als Wurzeln der Bedingungs-gleichung $|Q_{ik}| = 0$ (Säkulargleichung) ergeben.

Als Grundlage für die Rechnungen habe ich nun angenommen, dass der Zustand des Toluolmoleküls im wesentlichen durch die

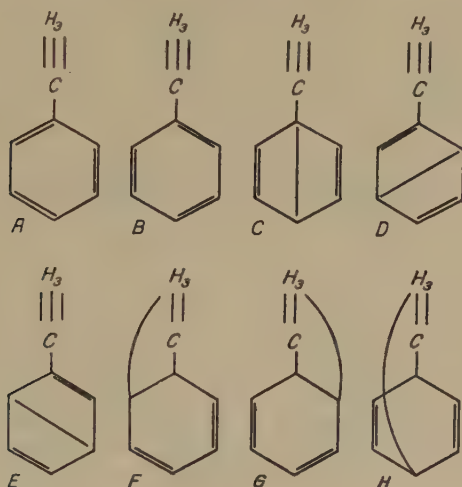


Fig. 1.

Resonanz zwischen den in Fig. 1 gezeichneten unangeregten und einfach angeregten mesomeren Formeln (formules inexcitées et formules monoexcitées) zustandekommt. Da von den in Fig. 1 gezeichneten 8 mesomeren Formeln sowohl A und B, als auch D und E, bzw. F und G je physikalisch gleichwertig sind, reduziert sich die Säkulargleichung auf eine Gleichung fünften Grades. Sie lautet:

$$x^5 - 4,8333 \dots x^4 - 6,666 \dots x^3 + 51,0 x^2 - 51,0 x + 7,5 = 0 \quad (1)$$

Sie ergibt im Gegensatz zur entsprechenden Gleichung des Benzol-moleküls

$$x^5 - 6 x^4 + 40 x^2 - 48 x = 0 \quad (2)$$

*) Nach einer privaten Mitteilung von Dr. P. HEINRICH.

5 brauchbare, nicht zusammenfallende Wurzeln für die Grösse x . Entsprechend diesen 5 Wurzeln x_i der Säkulargleichung erhält man 5 verschiedene Anregungszustände, deren Energie W_i bis auf eine Konstante C (Coulombterm) durch die Formel

$$W_i = \alpha \cdot x_i + C \quad (3)$$

α ist ein Austauschintegral, dessen Wert aus der thermochemisch gemessenen Resonanzenergie des Benzols zu rund $-1,5$ Elektronenvolt bestimmt wurde. Die möglichen Energiewerte sind der Grösse nach geordnet

$$\begin{aligned} W_0 &= C + 3,30904 \cdot \alpha \\ W_1 &= C - 0,17788 \cdot \alpha \\ W_2 &= C - 1,16470 \cdot \alpha \\ W_3 &= C - 2,61316 \cdot \alpha \\ W_4 &= C - 4,18653 \cdot \alpha^* \end{aligned}$$

Jedem dieser Energiewerte entspricht eine Reihe von 5 statistischen Gewichtungsfaktoren S_i für die 5 wesentlich verschiedenen mesomeren Formen, also

$$S_1 = S_A = S_B; \quad S_2 = S_C; \quad S_3 = S_D = S_E; \quad S_4 = S_F = S_G; \quad S_5 = S_H$$

deren normierte Werte, bzw. ihre Quadrate in Tab. 1 zusammengestellt sind

	$x_1 = -3,309$	$x_2 = 0,1779$	$x_3 = 1,247$	$x_4 = 2,613$	$x_5 = 4,187$
S_1^2	0,3251	0,0600	0,0385	0,0015	0,2645
S_2^2	0,0592	0,0142	0,1612	0,1498	0,1935
S_3^2	0,0819	0,0304	0,2202	0,0922	0,1290
S_4^2	0,0588	0,0673	0,0520	0,1340	0,0041
S_5^2	0,0155	0,0706	0,2185	0,3945	0,0112

*) Es dürfte von Interesse sein, diese theoretischen Energiewerte mit spektroskopischen Daten zu vergleichen. Aus Absorptionsbanden des Benzols wurde folgende Kantenformel ermittelt

$$1/\lambda = 37494 + 921,4 n - 159 m - 2,0 m^2$$

rechnet man das erste Glied, das offenbar dem Elektronensprung mit der Energiedifferenz $W_1 - W_0$ entspricht, in Elektronenvolt um, so erhält man 4,6. Beim ähnlich gebauten Toluolspektrum liegt die entsprechende Bande ungefähr an derselben Stelle. Die Theorie liefert eine Energiedifferenz von $1,5 \cdot (0,18 + 3,31) = 5,2$ Elektronenvolt für Toluol und 3,9 Elektronenvolt für die analoge Differenz beim Benzol. Der spektroskopische Wert liegt demnach gerade in der Mitte. Eine mehr als grössenordnungsgemässe Übereinstimmung ist bei dieser immerhin stark schematisierten Theorie auch nicht zu erwarten. Über Bandenserien mit grösseren Elektronensprüngen, die zu den übrigen Energiestufen gehören könnten, ist mir bis jetzt nichts bekannt.

Aus diesen Gewichtungsfaktoren erhält man nach der von PULLMAN vorgeschlagenen Symbolik¹⁾ die erwähnten Molekular diagramme, die durch die Anzahl der Kreise, sowie durch Zahl und Dicke der Bindungsstriche die von den π -Elektronen herrührenden Ladungen d. h. ihrer statistischen Erwartungswerte in der Nähe der Atome bzw. zwischen denselben angeben sollen. Für die 5 Anregungszustände oder Wurzeln x_i der Säkulargleichung ergaben sich für Toluol die in Fig. 2 dargestellten Diagramme. Während Fig. 3a das

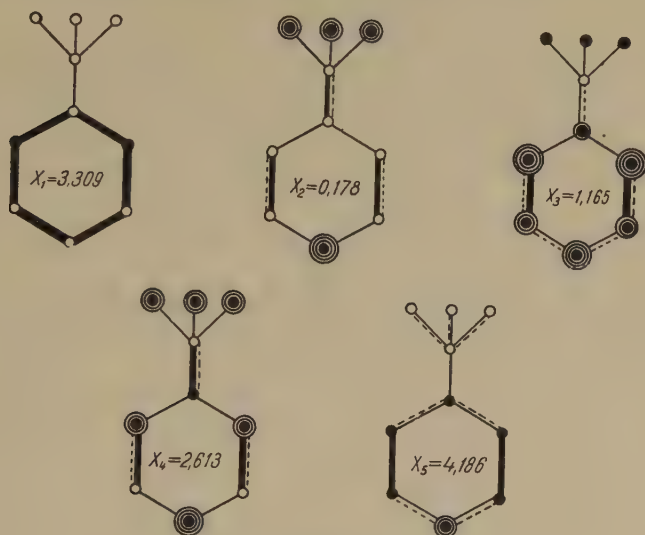


Fig. 2.

Ladungsverteilung der π -Elektronen im Toluol.

———— Ladung kleiner als 0,6.	○ Ladung kleiner als 0,1.
----- Ladung zwischen 0,6 und 0,8.	● Ladung zwischen 0,10 und 0,15.
———— Ladung zwischen 0,8 und 1,0.	⊙ Ladung zwischen 0,15 und 0,20.
----- Ladung grösser als 1,0.	⊗ Ladung zwischen 0,20 und 0,25.
===== Ladung von ca. 2.	⊕ Ladung grösser als 0,25.

entsprechende Diagramm für Benzol und Fig. 3b das Diagramm von Toluol nach der erwähnten Näherungsmethode wiedergibt. Bei der Näherungsmethode erhält man sowohl in den ortho- als auch in den paraständigen Atomen eine mässige Ladungserhöhung, während die ausführliche Rechnung für den Grundzustand eine Ladungserhöhung bei der Orthostellung in derselben Grössenordnung, in der ersten Anregungsstufe hingegen eine sehr starke La-

dung in para ergibt. Die höheren Anregungsstufen dürften wohl bei chemischen Reaktionen keine Rolle mehr spielen.

Nach der chemischen Erfahrung erfolgen beim Toluol und analogen Monoderivaten des Benzols mit einer elektronenabstossenden Gruppe weitere Substitutionen vorzugsweise in der Ortho- und

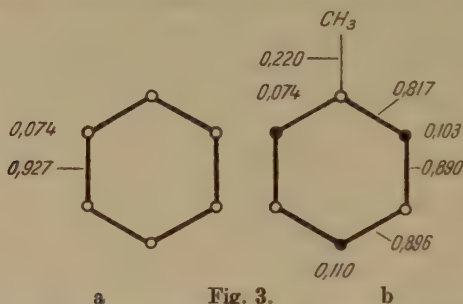
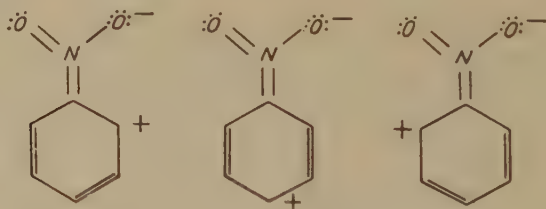


Fig. 3.

Parastellung, in Übereinstimmung mit den theoretischen Ergebnissen.

Umgekehrt liegen die Verhältnisse bei stark elektronegativen d. h. elektronenanziehenden Gruppen, wie NO_2 , wo man Resonanz zwischen Ionenformeln vom Typus



annehmen muss*). Auch hier macht sich die Ladungsänderung in der Ortho- und Parastellung, aber im umgekehrten d. h. positiven Sinne bemerkbar. Weitere Substitutionsreaktionen erfolgen dann vorzugsweise in der Metastellung**). Man bezeichnet deshalb Gruppen wie NO_2 , CHO , COOH als metadirigierende Gruppen, während die Methylgruppe und andere ortho-paradirigierend sind. Eine eingehende Diskussion dieser Effekte findet man bei LINUS

*) Eine quantitative Berechnung der Ladungsverteilung unter Zugrundelegung der Resonanz von Ionenformeln (Induktionseffekt) ist bis jetzt nicht versucht worden, dürfte aber meines Erachtens eine notwendige Ergänzung der DAUDEL-PULLMAN'schen Theorie darstellen.

**) Bei allen diesen Betrachtungen wird vorausgesetzt, dass es sich um sog. katinoide Substitutionsreaktionen handelt, d. h. um Reaktionen, die vorzugsweise an negativ geladenen Atomen erfolgen.

PAULING „The Nature of the Chemical Bond“, Cornell University Press 1945, Kap. 4.

Man kann sich nun vorstellen, dass z. B. die Bindung einer Methylgruppe durch Einführung eines weiteren stark elektronegativen Substituenten in Ortho- oder Parastellung gelockert wird, d. h. die Methylgruppe wird für Reaktionen vom eingangs beschriebenen Typus aktiviert, wobei sie nach den obenentwickelten Anschauungen selbst positiver werden sollte.

Experimenteller Teil.

A. Messmethode

Zur Messung der Dipolmomente bzw. der Dielektrizitätskonstanten wurde die bekannte Schwebungsmethode benutzt. Die Frequenz der beiden interferierenden Hochfrequenzkreise war von der Größenordnung 10^6 Hz. Die Schwebungen wurden durch eine

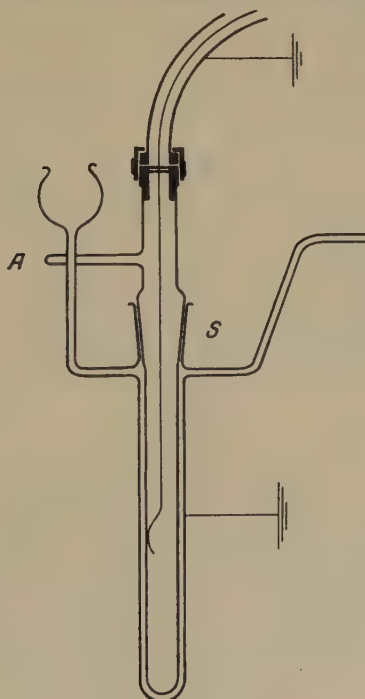


Fig. 4.

Mischhexode erzeugt, mit deren Anodenstrom der Lautsprecher gespeist wurde. Parallel zum Kondensator eines der Hochfrequenzkreise liegt der zur Aufnahme der Lösungen dienende Flüssigkeitskondensator, dessen Prinzip in Fig. 4 dargestellt ist. Durch zwei

dünnwandige Glasröhren wird ein Zylinderkondensator gebildet, in der Weise, dass das äussere Rohr aussen, das innere Rohr innen versilbert wird. Die äussere Versilberung ist zum Schutz mit Staniol beklebt und elektrisch geerdet. Das ganze taucht in einen Thermostaten. Der Anschluss an den Schwebungsgenerator geschieht mittels abgeschirmtem Mikrophonkabel und entsprechenden Kupplungen. Durch den drehbaren Schliff und den Anschlag *A* werden die beiden Rohre geometrisch genau gegeneinander fixiert. Diese Anordnung hat den Vorteil, dass sie sehr billig und leicht herzustellen ist. Überdies ist es sehr angenehm, dass die Mess-

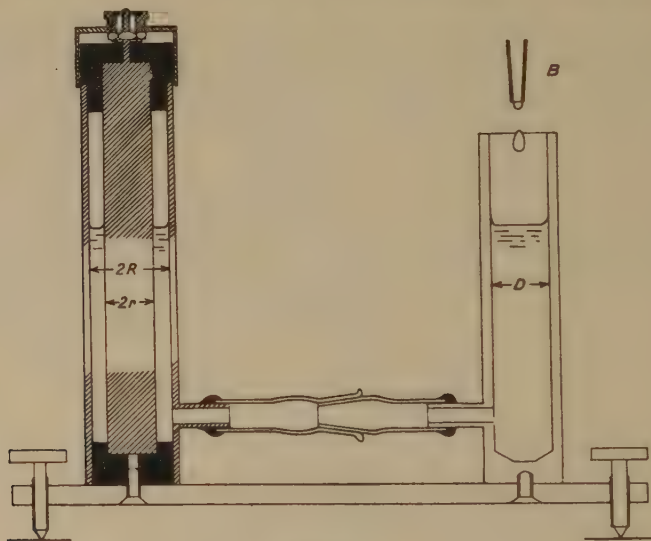


Fig. 5.

flüssigkeit nur mit glatten Glaswänden in Berührung kommt, wodurch ein sauberes Arbeiten sehr erleichtert wird. Einen gewissen Nachteil bildet die durch die Glaswandungen des Innen- und Aussenrohres eingeführte Zusatzkapazität, die zu der zu messenden in Serie liegt und überdies nicht ganz verlustfrei sein dürfte. Man muss daher den Kondensator mit mehreren Flüssigkeiten*) bekannter Dielektrizitätskonstanten eichen. Dieser Nachteil fiel zwar wenig ins Gewicht, da die Eichkurve in weiten Grenzen praktisch linear verlief.

Als Eichsubstanzen können beliebige, nichtleitende Flüssigkeiten verwendet werden, sofern man über ein Gerät zur Absolutmessung der Dielektrizitätskonstanten verfügt. Da schon geringe Verunrei-

*) Eine Eichmessung wäre auch ohne die erwähnte Störkapazität nötig.

nigungen merkliche Änderungen in der Dielektrizitätskonstanten hervorrufen können, ist es keinesfalls ratsam, sich auf fremde Messungen zu verlassen. Ich habe zu diesem Zweck einen Apparat konstruiert, dessen Prinzip aus Fig. 5 hervorgeht.

Die Einrichtung besteht im wesentlichen aus dem in der linken Hälfte der Figur im Schnitt gezeichneten Zylinder-Kondensator, der mit einem andern ebenfalls zylindrischen Gefäß in kommunizierender Verbindung steht. Nehmen wir an, der Kondensator sei bis zu einem gewissen Niveau mit einer Flüssigkeit von der Dielektrizitätskonstanten ϵ angefüllt. Erhöht man nun das Flüssigkeitsniveau um den Betrag Δh , indem man aus der Burette B eine bestimmte Flüssigkeitsmenge Δv cm³ in den Apparat einlaufen lässt, so erhöht sich die Kapazität des Zylinderkondensators um den Betrag

$$\Delta c = \frac{\Delta v (\epsilon - 1)}{2\pi (R^2 - r^2 + 1/4 \cdot D^2) \cdot \ln (R/D)}. \quad (4)$$

Aus den gemessenen Grössen Δc und Δv kann man dann ϵ bzw. $\epsilon - 1$ ausrechnen, wobei für die Kapazität des Zylinder-Kondensators die bekannte Formel $\Delta c = \frac{\Delta h}{2 \ln (R/D)}$ benutzt wurde. Diese Formel gilt zwar streng nur für unendlich lange Zylinder. Da man aber hier nur Kapazitätsdifferenzen misst und womöglich nur in den mittleren Partien des Kondensators, gilt die Gleichung (4) sehr genau.

Die Messung geht nun folgendermassen vor sich: man füllt zuerst den Apparat bis etwa zu einem Viertel seiner Höhe mit der Messflüssigkeit und stellt mit Hilfe der Stimmgabel auf einen bestimmten Schwebungston ein. Dann lässt man aus der Burette einige cm³ Flüssigkeit einlaufen, wobei sich der Ton ändert. Darauf verkleinert man die Kapazität des parallel geschalteten Messkondensators soweit, bis der ursprüngliche Ton wiederhergestellt ist. Dieses Vorgehen wiederholt man einige Male und trägt schliesslich die erhaltenen Einstellungen am Messkondensator gegen die Buretteablesungen in einem Diagramm auf, wobei man eine Gerade erhalten muss, wenn der Apparat keine Fehler aufweist. Dass dies in der Tat der Fall ist, zeigt das in Fig. 6 wiedergegebene Beispiel einer Messreihe.

Die Metallteile der Apparatur bestehen aus innen vergoldetem Messing und die Isolation aus Cibanit. Der Anschluss an den Schwebungsgenerator wird wieder durch ein Mikrophonkabel bewerkstelligt. Die Niveaueinstellung der Flüssigkeit mit der Burette ist bequem, billig und genügend genau, im Gegensatz zu andern Konstruktionen, die kostspielige Mikrometerschrauben und unbe-

queme Kathetometer-Einstellungen bedingen*). Als Messkondensator diente der Wulff'sche Zylinder-Kondensator von LEYBOLDT, der einen Messbereich von ca. 25 pF aufweist, und mit dem noch Kapazitätsänderungen von ca. 0,01 pF abgelesen werden können.

Zur Messung grösserer Kapazitätsänderungen mit dem eingangs beschriebenen Flüssigkeitskondensator wurde ein guter Sender-Drehkondensator mit einem genauen, im Institut mit der Teilmaschine hergestellten Teilkreis benutzt. Die Eichung desselben erfolgte stufenweise mit dem Leybold-Kondensator. Eine Nach-eichung durch das Eidg. Amt für Mass und Gewicht**) ergab eine wesentliche Übereinstimmung bis auf einen konstanten Faktor, der

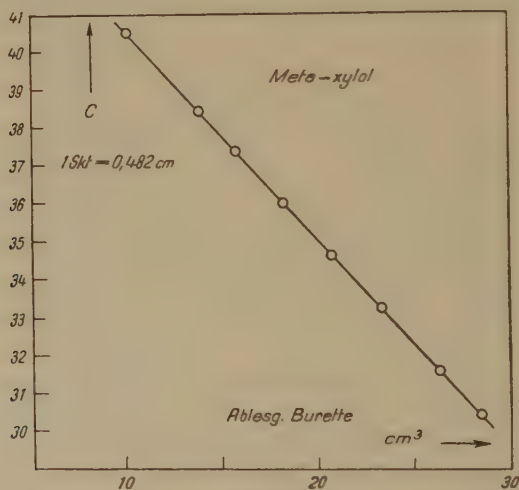


Fig. 6.

offenbar auf einer ungenauen Angabe der Konstanten des Leybold-Kondensators zurückzuführen war.

Zur Bestimmung der Dipolmomente wurde die bekannte Methode der verdünnten Lösungen von DEBYE benützt⁴⁾. Nach der Formel

$$\mu = 0,0127 \cdot \sqrt{(P-R) T} \cdot 10^{18}$$

muss sowohl die Molekularpolarisation P als auch die Molekular-

*) Man könnte evtl. daran denken, auch die Dielektrizitätskonstanten der zu untersuchenden Substanzen auf diese Weise zu messen. Dies kommt aber wegen der relativ grossen Flüssigkeitsmenge, die diese Apparatur benötigt, im allgemeinen nicht in Frage.

**) Herrn Prof. Dr. HANS KÖNIG möchte ich für sein freundliches Entgegenkommen an dieser Stelle bestens danken.

refraktion R bekannt sein, wenn man das Dipolmoment μ bestimmen will. Während man die erstere Grösse nur experimentell aus der Dielektrizitätskonstanten bestimmen kann, genügt für die letztere im allgemeinen die Addition der empirisch bekannten Atomrefraktionen, besonders in Fällen, wo die Dipolmomente isomerer Substanzen untereinander verglichen werden sollen. Für die vorliegenden Untersuchungen wurden die Atomrefraktionswerte (vgl. EUCKEN, Grundriss der physikalischen Chemie) nach der Dispersionsformel $R = A + B/\lambda^2$ auf unendlich lange Wellen extrapoliert. Dabei ist im allgemeinen zu berücksichtigen, dass R infolge der Ultrarotkorrektur unter Umständen bis zu 20% seines Wertes grösser sein kann⁵⁾. Da diese Ultrarotkorrektur im allgemeinen nicht bekannt ist, muss man sich damit begnügen, einen unteren und einen oberen Wert für das Dipolmoment anzugeben, je nachdem man diese Korrektur zu 20% annimmt oder überhaupt nicht berücksichtigt. Bei grösseren Momenten liegen diese Werte im allgemeinen nahe beieinander.

B. Vergleich mit fremden Messungen

Um eine Kontrolle für die Brauchbarkeit der Messmethode zu erhalten, lag es nahe, einige Messungen mit den drei isomeren Dinitrobenzols auszuführen, deren Dipolmomente von J. W. WILLIAMS⁶⁾ nach einer ähnlichen Methode bestimmt wurden, Tabelle 2 gibt die vom genannten Verfasser erhaltenen Resultate wieder.

Tabelle 2.

Messungen an Dinitrobenzol bei $T = 298^\circ$ abs. in Benzol.

	P	R	$P - R$	μ
o-Dinitrobenzol . .	800	35	765	$6,05 \cdot 10^{-18}$
p-Dinitrobenzol . .	338	35	303	$3,18 \cdot 10^{-18}$
m-Dinitrobenzol . .	37	32	3	$0,32 \cdot 10^{-18}$

Infolge der Symmetrie sollte das elektrische Moment von Para-Dinitrobenzol verschwinden. Da dies nicht der Fall ist, mag davon herrühren, dass WILLIAMS auf die unsichere Ultrarotkorrektur verzichtet. Aus seinen Messungen dürfte man daher den Wert $R = 37$ als wahrscheinlicher annehmen. Berechnet man die Molrefraktion auf die angegebene Weise, so erhält man für das Dinitrobenzol den Wert 39 ohne Ultrarotkorrektur. Die μ -Werte von WILLIAMS dürften demnach ein wenig zu gross sein. Nimmt man etwa den

Wert $R = 39$ + einer Ultrarotkorrektur von 10% also $R = 43$ als richtig an, so erhält man für Ortho-Dinitrotoluol

$$\mu = 0,0127 \cdot \sqrt{757 \cdot 298} \cdot 10^{-18} = 6,03 \cdot 10^{-18}$$

und für Meta-Dinitrotoluol

$$\mu = 0,0127 \cdot \sqrt{295 \cdot 298} \cdot 10^{-18} = 3,68 \cdot 10^{-18}$$

Bei Para-Dinitrobenzol dürfte man dann allerdings für R einen Maximalwert von nur 37 annehmen, um gerade das Moment 0 zu erhalten. Die Beispiele zeigen deutlich den im allgemeinen geringen Einfluss der Ultrarotkorrektur für grosse und mittlere Momente. Wie allgemein bekannt, sind kleinere Momente nach dieser Methode nicht sehr sicher zu bestimmen.

Bei den eigenen Messungen wurde für Ortho-Dinitrobenzol ein chromatographisch gereinigtes Präparat, und zwar sowohl in Benzol als auch in Tetrachlorkohlenstoff als Lösungsmittel untersucht. Die Resultate sind in Tabelle 3 zusammengestellt.

Tabelle 3.

Messungen an Ortho-Dinitrobenzol bei $T = 297^\circ$ abs.

Lösungsmittel	P	$\mu_{(R=39)}$	$\mu_{(R=47)}$
Benzol	650	$5,40 \cdot 10^{-18}$	$5,22 \cdot 10^{-18}$
Tetrachlorkohlenstoff, . .	740	$5,81 \cdot 10^{-18}$	$5,78 \cdot 10^{-18}$

Aus Messungen an einer grossen Zahl von Verbindungen sind sogenannte Gruppenmomente z. B. der Methyl- und der Nitrogruppe ermittelt worden. Unter Berücksichtigung der gegenseitigen Induktion der einzelnen Gruppen kann man die Dipolmomente genau berechnen, wenn der geometrische Aufbau des Moleküls einigermassen bekannt ist. Für Ortho-Dinitrobenzol wurde auf diese Weise der Wert $\mu_{th} = 5,84$ erhalten. Die Messungen in CCl_4 stimmen recht gut überein.

Für die Messungen am Meta-Dinitrobenzol stand mir ausser einem im chemischen Institut von Herrn Dr. P. HEINRICH hergestellten chromatographisch gereinigten Präparat noch ein Kahlbaum-Präparat zur Verfügung. Beide Substanzen wurden nur in benzolischer Lösung untersucht. Die Resultate sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

Der theoretische, auf die obenangedeutete Art berechnete Wert von $\mu_{th} = 3,83 \cdot 10^{-18}$ liegt ungefähr in der Mitte zwischen den experimentell erhaltenen Werten.

Zum Schluss soll noch eine Messung an einem von der Sprengstoffabrik Dottikon erhaltenen Präparat von Para-Dinitrobenzol erwähnt werden, die ein P von ca. 60 und ein μ von $0,79 \cdot 10^{-18}$ ergab, das wahrscheinlich zu gross ist. Immerhin ist es auffallend, dass auch WILLIAMS einen von O verschiedenen Wert erhält.

Tabelle 4.

Messungen an Meta-Dinitrobenzol in Benzol bei $T = 297,5^{\circ}$ abs.

Präparat	P	$\mu_{(R=39)}$	$\mu_{(R=47)}$
KAHLBAUM	408	$4,16 \cdot 10^{-18}$	$4,11 \cdot 10^{-18}$
HEINRICH	320	$3,67 \cdot 10^{-18}$	$3,62 \cdot 10^{-18}$

Aus diesen Gegenüberstellungen ersieht man, dass die Apparatur auf alle Fälle keine systematischen Fehler ergibt, da im Verhältnis zu den recht sicheren halbtheoretischen Werten μ_{th} sowohl Abweichungen nach oben als nach unten vorkommen.

Dass die Dipolmomente verschiedener Autoren, die mit verschiedenen Apparaten und Präparaten verschiedener Herkunft erhalten wurden, oft beträchtlich voneinander abweichen, ist bekannt. Die zurzeit gebräuchlichen Messeinrichtungen lassen übrigens den Umstand ausser acht, dass durch evtl. Leitfähigkeit der Messflüssigkeit Verstimmungen der Hochfrequenzgeneratoren auftreten können, was schon bei Spuren von Leitfähigkeit zu Fehlmessungen führen kann. Es ist deshalb ratsam, zum Vergleich nur Messungen heranzuziehen, die mit derselben Apparatur erhalten wurden, besonders, wenn aus kleinen Differenzen Schlüsse gezogen werden sollen.

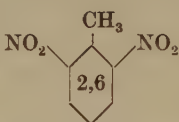
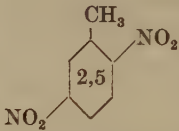
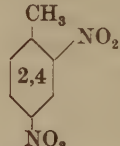
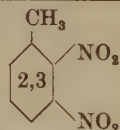
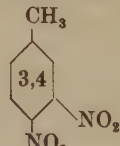
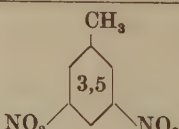
C. Die Messresultate und ihre Deutung.

Eine Übersicht über die erhaltenen Resultate gibt die Tabelle 5. In der ersten Spalte sind die 6 möglichen isomeren Formeln des Toluolmoleküls eingezeichnet, in der zweiten Spalte sind die Dipolmomente der entsprechenden Dinitrobenzole eingetragen. Es sind dies die Werte, die man aus der vektoriellen Addition der einzelnen Gruppenmomente unter Berücksichtigung der gegenseitigen Induktion der einzelnen Gruppen erhält^{*)}. In der dritten Spalte sind die auf dieselbe Weise berechneten Momente der Dinitrotoluole, und in der vierten Spalte die von mir experimentell gefundenen Werte der Dinitrotoluole eingetragen*). Der Buchstabe B oder T hinter der Zahl bedeutet, dass als Lösungsmittel

*) Dabei wurde als Ultrarotkorrektur durchgehend 10 Prozent, d. h. ein R -Wert von 43 angenommen.

Benzol bzw. Tetrachlorkohlenstoff benützt wurde. Die Dipolmomente der dritten Spalte wurden aus den berechneten Werten der zweiten Spalte einfach durch vektorielle Addition des kleinen, zu 0,35 angenommenen Gruppenmomenten der CH_3 -Gruppe erhalten. Sie stellen demnach die zu erwartenden Dipolmomente der Dinitrotoluole dar. Diese Werte stimmen nicht ganz mit den experimentellen Werten überein.

Tabelle 5.

	μ_{DNB}	$\mu_{\text{th.}}$	$\mu_{\text{exp.}}$		μ_{CH_3}
	3,83	3,48	2,95 2,74	B. T.	+0,9 +1,1
	0	0,35	0,94	B.	+0,9
	3,83	4,01	3,75 3,87	B. T.	-0,2 +0,1
	5,84	5,84	5,77	B.	0
	5,84	6,15	6,32 6,21	B. T.	+0,6 +0,5
	3,83	4,18	4,05	B.	+0,2

Man kann sich nun fragen: wie gross müsste in jedem Falle das Moment der Methylgruppe gewählt werden, damit eine Übereinstimmung mit den experimentellen Werten erreicht wird. Diese Gruppenmomente sind in der letzten Spalte eingetragen. Man er-

sieht daraus folgendes: beim 2,6-Dinitrotoluol, wo beide Nitrogruppen in der Orthostellung sind, erscheint das Gruppenmoment des Methyls stark im positiven Sinne vergrößert, was den auf Seite 449–451 angedeuteten Vorstellungen durchaus entspricht. Dasselbe ist auch noch beim 2,5-Dinitrotoluol der Fall, wo sich immerhin noch eine Nitrogruppe in Orthostellung befindet. Das erstgenannte Isomere zeigt auch eine gut ausgeprägte Reaktionsfähigkeit mit dem eingangs erwähnten Körper Benzaldehyd. Auch das 2,4-Dinitrotoluol zeigt noch eine merkliche Reaktionsfähigkeit im genannten Sinne. Sehr gut ist auch die Übereinstimmung mit der quantenmechanischen Auffassung im dritten Falle, da die Elektronenverschiebung auch nach der Parastellung hin besonders leicht erfolgt, besonders wenn man die eingangs erwähnte Resonanz zwischen Ionenformeln in Betracht zieht. Das in zwei verschiedenen Lösungsmitteln gemessene Dipolmoment hingegen zeigt im Vergleich zum Normalwert 0,35 eher eine verkleinerte Ladung der Methylgruppe an. Die Abweichung könnte von Deformationen des an und für sich unsymmetrischen Moleküls herrühren. Gute Übereinstimmung des Dipolmomentes mit der beobachteten Reaktionsfähigkeit, oder besser Reaktionsunfähigkeit zeigt der Fall des 2,3-Dinitrotoluols, wohingegen nach der quantenmechanischen Auffassung wegen der Orthostellung der einen Nitrogruppe wenigstens eine schwache Reaktion beobachtet werden sollte. Beim nächsten 3,4-Dinitrotoluol ist infolge der Parastellung einer der Nitrogruppen die Reaktionsfähigkeit wieder recht gross, und auch das Gruppenmoment des Methyls zeigt wieder eine deutliche Erhöhung. Beim 3,5-Dinitrobenzol endlich ist keine Reaktionsfähigkeit beobachtet worden und wegen der Metastellung auch keine zu erwarten; ebenso ist das Methylgruppenmoment wieder sehr klein.

Man sieht demnach, dass zwischen den von mir gemessenen Dipolmomenten, den von P. HEINRICH in seiner Dissertation³⁾ beobachteten Reaktionsausbeuten und den quantenmechanischen Anschauungen im grossen und ganzen Übereinstimmung besteht. Man muss dabei in Betracht ziehen, dass die beobachteten Differenzen in den Dipolmomenten nicht sehr weit von den Grenzen der Messgenauigkeit entfernt sind. Dies ist auch der Grund, weshalb zum Vergleich nicht die experimentellen Werte der Dinitrobenzole sondern die aus den Gruppenmomenten berechneten in sich homogenen Werte herangezogen wurden. Dabei geben das 2,5- und das 2,6-Dinitrotoluol die eindeutigsten Resultate, was auch verständlich ist; denn erstens sind hier infolge der Symmetrie Verzerrungen im räumlichen Molekülaufbau weniger wahrscheinlich und zweitens

wird hier der Effekt besonders gross, da sich in diesem Falle das Gruppenmoment des Methyls direkt algebraisch zu der Resultante aus den beiden Gruppenmomenten der Nitrogruppen addiert bzw. Subtrahiert. Im Falle des 2,3-Dinitrotoluols hingegen, wo das Gruppenmoment des Methyls senkrecht zu der Resultanten aus den zwei Nitrogruppen steht, hat eine relativ grosse Änderung des Methylgruppenmomentes keinen merklichen Einfluss auf das Gesamtmoment.

Zum Schlusse möchte ich nicht versäumen, meinem Freunde, Herrn Dr. P. HEINRICH, für die wertvollen Anregungen und Ratschläge bei der Herstellung der Präparate meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

LITERATUR

1) ALBERTE PULLMAN, Contribution à l'étude de la structure électronique des molécules organiques. Etude particulière des hydrocarbures cancérigènes, thèse Paris 1946, Masson & Cie., Paris 1946.

RAYMOND DAUDEL et ALBERTE PULLMAN, L'étude des molécules par la méthode de la mésomérie, journal de physique et le radium. Tome 7, pag. 49, 74 1946.

A. et B. PULLMAN, *Experientia*, 2, 364, 1946.

2) LOUIS CHARDONNENS, Sur l'aptitude réactionnelle du groupement méthylque chez certains composés aromatiques. Comptes rendus de la société fribourgeoise des Sciences naturelles. No. 2 1945/46.

3) P. HEINRICH, Sur l'aptitude réactionnelle du groupement méthylque dans quelques dérivés du toluène et de l'azobenzène. Thèse, Fribourg 1942.

4) P. DEBYE, *Polare Molekeln*, Hirzel, Leipzig 1929.

5) EUCKEN-WOLF, *Hand- und Jahrbuch der chemischen Physik*, Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1935, Bd. 6, S. 259 ff.

6) J. W. WILLIAMS, *Phys. Zs.*, 29, 174 1928.

7) EUCKEN-WOLF, Bd. 6, S. 375, Tabelle 24.

Allgemeine Eigenschaften der paraxialen elektronenoptischen Abbildung*)

von F. Borgnis.

(24. IX. 1948.)

Die allgemeinen Eigenschaften der paraxialen elektronenoptischen Abbildung in axialsymmetrischen Potentialfeldern werden aus der Differentialgleichung der achsennahen Bahnen hergeleitet. Neben dem bisher üblicherweise behandelten Fall, dass Objekt und (reelles) Bild ausserhalb des wirksamen Bereiches der Potentialfelder liegen, wird insbesondere der Fall betrachtet, dass die Abbildung ganz oder teilweise innerhalb des Feldes zustande kommt. Unter anderem ergibt sich dabei ein allgemeiner geometrischer Beweis des Satzes von Lagrange-Helmholtz für die Elektronenoptik.

1. Die paraxiale Bewegung von Elektronen (Ladung e , Masse m) im axialsymmetrischen elektrischen und magnetischen Potentialfeld (Zylinderkoordinaten r, φ, z) wird, wie bekannt, durch folgende Differentialgleichungen beschrieben¹⁾:

$$\frac{d}{dz} \left(\sqrt{\Phi} \frac{dr}{dz} \right) = P(z) \cdot r + \frac{e}{2m\sqrt{\Phi}} \frac{C^2}{r^3} \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \sqrt{\frac{e}{8m}} \frac{B}{\sqrt{\Phi}} + \sqrt{\frac{e}{2m\Phi}} \frac{C}{r^2} \quad (2)$$

mit

$$P(z) = -\frac{e}{8m} \frac{B^2}{\sqrt{\Phi}} - \frac{1}{4\sqrt{\Phi}} \frac{d^2 \Phi}{dz^2}. \quad (3)$$

Φ und B bedeuten das elektrische Potential bzw. die magnetische Induktion auf der z -Achse; die Gleichungen sind im praktischen Masssystem angeschrieben. Die Konstante C ist dabei durch die Bedingungen am Ausgangspunkt einer Bahn ($z = a, r(a) = r_a$) gegeben zu

$$C = \frac{m}{e} r_a^2 \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)_a - \frac{r_a^2}{2} B_a. \quad (4)$$

Für alle Bahnen, die von der Achse ausgehen bzw. die Achse schneiden, hat C den Wert Null ($r_a = 0$); für andere Bahnen verschwindet C , wenn am Ausgangspunkt kein magnetisches Feld B_a

*) Referiert in einem Kurzvortrag am 7.9.1948 am int. Fernsehkongress in Zürich.

¹⁾ Vgl. z. B. BRÜCHE-SCHERZER, Geometrische Elektronenoptik (1934), S. 116. V. K. ZWORYKIN u. a., Electron optics and the electron microscope (1946) S. 505.

vorhanden ist und die Anfangstangente der Bahn in einer die Zylinderachse enthaltenden Ebene liegt. Wir werden die folgenden Betrachtungen unter der Voraussetzung $C = 0$ durchführen und im Abschnitt 8 einige ergänzende Bemerkungen über den Fall $C \neq 0$ anfügen.

Wir richten, wie üblich, unser Interesse auf den Verlauf der Bahnkurven $r(z)$, wie sie durch (1) beschrieben werden. Unter Abänderung der Bezeichnungen schreiben wir (1) mit $C = 0$ in der Form

$$[n(z) \cdot r']' = P(z) \cdot r \quad (5)$$

wobei wir mit $\sqrt{\Phi} = n(z)$ in Analogie zur Lichoptik an einen längs der z -Achse variablen Brechungsindex n denken. Die Absicht ist, aus der Differentialgleichung (5) eine Anzahl allgemeiner Eigenschaften der elektronenoptischen Abbildung herzuleiten, insbesondere auch für den Fall, dass die Abbildung *innerhalb* des wirksamen Bereiches der Potentialfelder zustande kommt.

2. Die Bahngleichung (5) besitzt als lineare, homogene Differentialgleichung 2. Ordnung allgemeine Lösungen der Form

$$r(z) = c_1 f_1(z) + c_2 f_2(z). \quad (6)$$

f_1 und f_2 bedeuten zwei linear unabhängige Integrale von (5); die Integrationskonstanten c_1 und c_2 sind eindeutig bestimmt, wenn für einen Punkt in einer Ebene $z = a$ der Anfangswert r_a und die Anfangstangente r_a' vorgegeben werden und die Funktionaldeterminante

$$\Delta = \begin{vmatrix} f_1 & f_2 \\ f_1' & f_2' \end{vmatrix} \neq 0 \quad (7)$$

ist. Falls f_1 und f_2 oszillatorischen Charakter haben, so trennen sich Nullstellen von f_1 und f_2 gegenseitig. Nach (5) und (6) gilt für die partikulären Integrale

$$(n f_1')' = P \cdot f_1 \quad (8)$$

$$(n f_2')' = P \cdot f_2. \quad (9)$$

Multipliziert man (8) mit f_2 und (9) mit f_1 und subtrahiert, so folgt nach kurzer Umformung

$$[n(f_1 f_2' - f_2 f_1')] = 0$$

oder die allgemeine Beziehung

$$\Delta(z) = f_1(z) f_2'(z) - f_2(z) f_1'(z) = \frac{\text{const.}}{n(z)}. \quad (10)$$

Die Integrale f_1 und f_2 in (6) wählen wir nun in spezieller Weise:

Wir bezeichnen sie mit r_1 und r_2 und geben an einer Stelle $z = a$ folgende Anfangswerte und Anfangstangenten für sie vor:

$$\begin{aligned} z = a: r_1(a) &= 1 & r_2(a) &= 0 \\ r_1'(a) &= 0 & r_2'(a) &= 1. \end{aligned} \quad (11)$$

Damit lässt sich eine Lösung $r(z)$ nach (6) mit dem Anfangswert $r(a)$ und der Anfangstangente $r'(a)$ darstellen durch

$$\begin{aligned} r(z) &= r(a) r_1(z) + r'(a) r_2(z) \\ r'(z) &= r(a) r_1'(z) + r'(a) r_2'(z), \end{aligned} \quad (12)$$

wie man durch Einsetzen von (11) an der Stelle $z = a$ einsieht. Wir erinnern uns, dass wir mit (12) paraxiale Bahnen $r(z)$ beschreiben; $r(a)$ und $r'(a)$ sind daher kleine Grössen, während die Funktionen r_1 und r_2 keinen Beschränkungen dieser Art unterliegen.

3. Die Verhältnisse bei einer elektronenoptischen Abbildung bedingen einen oszillatorischen Charakter von r_1 und r_2 . Zumindest

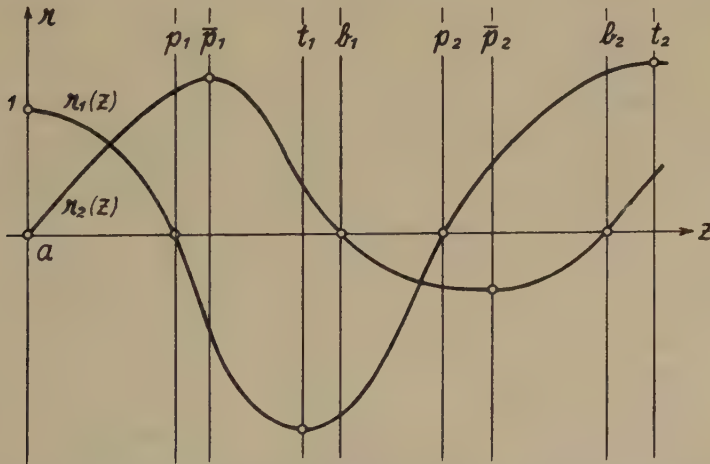


Fig. 1.

Qualitativer Verlauf der charakteristischen Funktionen $r_1(z)$ und $r_2(z)$ mit den Nullstellen p_k und b_k und den Extremalstellen t_k und \bar{p}_k .

soll r_2 ausser an der Stelle $z = a$ eine weitere Nullstelle an einer Stelle $z = b$ aufweisen; dort entsteht dann, wie wir sehen werden, ein (reelles) Bild von einem Objekt in der Ebene $z = a$. Fig. 1 zeigt den qualitativen Verlauf von r_1 und r_2 ¹⁾. Wie man sieht, lassen sich

¹⁾ Die Bewegungsrichtung der Elektronen wird in allen Abbildungen von links nach rechts angenommen.

einer Ebene $z = a$ jeweils Gruppen von 4 charakteristischen Ebenen zuordnen, die mit p , \bar{p} , t und b bezeichnet sind und aus folgenden Gleichungen hervorgehen:

$$\begin{aligned} r_1(p_k) &= 0 & r_2(b_k) &= 0 \\ r_1'(t_k) &= 0 & r_2'(\bar{p}_k) &= 0 \end{aligned} \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (13)$$

Wir wollen der Reihe nach die Abbildungsverhältnisse in diesen 4 Ebenen feststellen:

$$\text{I) } z = b_k; \quad r_2(b_k) = 0.$$

Aus (12) folgt:

$$r(b_k) = r(a) \cdot r_1(b_k), \quad (14)$$

d. h. die Werte $r(b_k)$ sind unabhängig von der Anfangstangente r_a' . Ein Strahlenbüschel durch einen Punkt $r_a = r(a)$ in der Ebene $z = a$ geht daher durch ein und denselben Punkt $r(b_k)$ (Fig. 2).

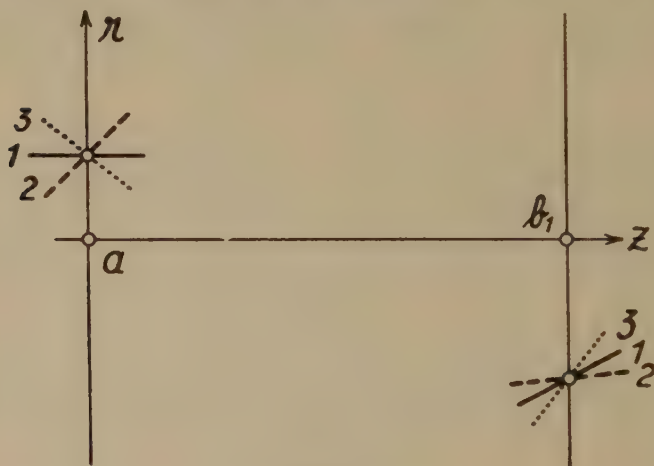


Fig. 2.

Reelles Bild in einer Ebene $z = b_k$ von einem Objekt in der Ebene $z = a$.

In einer Ebene $z = b_k$ entsteht ein reelles Bild eines in der Ebene $z = a$ gelegenen Objektes. Die *Lateralvergrößerung* V folgt aus (14) zu

$$V_k = \frac{r(b_k)}{r(a)} = r_1(b_k). \quad (15)$$

$$\text{II) } z = p_k; \quad r_1(p_k) = 0.$$

Aus (12) folgt:

$$r(p_k) = r'(a) \cdot r_2(p_k). \quad (16)$$

Der Wert $r(p_k)$ ist, unabhängig von r_a , eine Funktion von r'_a allein, d. h. alle parallelen Bahnen mit der Neigung r'_a durch die Ebene $z = a$ vereinigen sich im gleichen Punkt $r(p_k)$ der Ebene $z = p_k$ (Fig. 3). Eine Ebene $z = p_k$ lässt sich daher als eine der Ebene $z = a$ zugeordnete Brennebene auffassen.

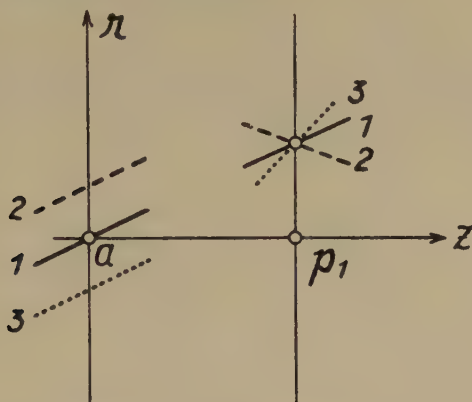


Fig. 3.

Parallele Bahnen durch die Ebene $z = a$ vereinigen sich in einer Ebene $z = p_k$.

Definiert man eine (vordere) *Brennweite* f nach GAUSS durch das Verhältnis der Ordinate $r(p_k)$ zum Neigungswinkel r'_a des parallelen Bündels, so erhält man mit (16)

$$f_k = \frac{r(p_k)}{r'(a)} = r_2(p_k). \quad (17)$$

$$\text{III) } z = \bar{p}_k; r_2'(\bar{p}_k) = 0.$$

Aus (12) folgt:

$$r'(\bar{p}_k) = r(a) \cdot r_1'(\bar{p}_k). \quad (18)$$

Der Wert $r'(\bar{p}_k)$ ist, unabhängig von r'_a , allein eine Funktion von r_a , d. h. parallele Bahnen durch die Ebene $z = \bar{p}_k$ kommen vom gleichen Punkt der Ebene $z = a$ her, die man daher als eine den Ebenen $z = \bar{p}_k$ zugeordnete Brennebene ansehen kann (Fig. 4). Eine (hintere) GAUSS'sche *Brennweite* \bar{f} lässt sich mit (18) definieren zu

$$\bar{f}_k = \frac{r(a)}{r'(\bar{p}_k)} = \frac{1}{r_1'(\bar{p}_k)}. \quad (19)$$

$$\text{IV) } z = t_k; r_1'(t_k) = 0.$$

Aus (12) folgt:

$$r'(t_k) = r'(a) \cdot r_2'(t_k). \quad (20)$$

Die mit einer Neigung r'_a die Ebene $z = a$ durchsetzenden Bahnen passieren die Ebenen $z = t_k$ unter der konstanten Neigung $r'(t_k)$ (Fig. 5). Zwischen den beiden Ebenen bei a und t_k besteht eine teleskopische Abbildung mit der *Angularvergrößerung* A :

$$A_k = \frac{r'(t_k)}{r'(a)} = r'_2(t_k). \quad (21)$$

Wie in Abschnitt 8 gezeigt wird, behalten die Abbildungsverhältnisse für den Fall I (reelles Bild) auch für $C \neq 0$ Gültigkeit; die Fälle II bis IV gelten nur für $C = 0$.

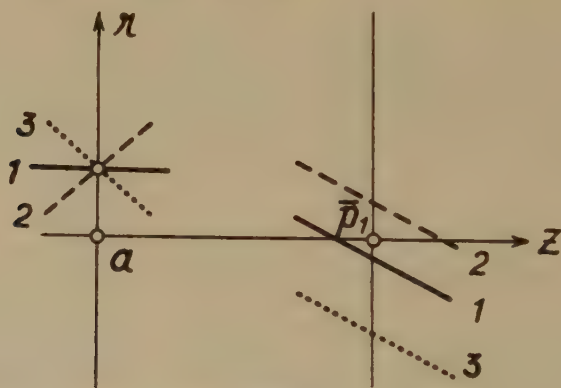


Fig. 4.

Parallele Bahnen durch eine Ebene $z = \bar{p}_k$ kommen vom gleichen Punkt der Ebene $z = a$ her.

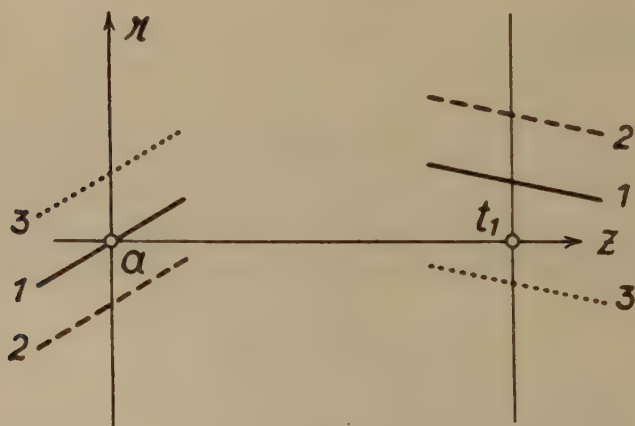


Fig. 5.

Teleskopische Abbildung zwischen einer Ebene $z = t_k$ und der Ebene $z = a$.

4. Wir wenden nun die allgemeine Beziehung (10) auf die unter 3. I) bis IV) beschriebenen Fälle an. Setzen wir in (10) für f_1 und f_2 speziell die Funktionen r_1 und r_2 ein, so folgt unter Beachtung, dass dann die linke Seite von (10) an der Stelle $z = a$ wegen (11) den Wert Eins annimmt,

$$r_1(z) r_2'(z) - r_2(z) r_1'(z) = \frac{n(a)}{n(z)}. \quad (22)$$

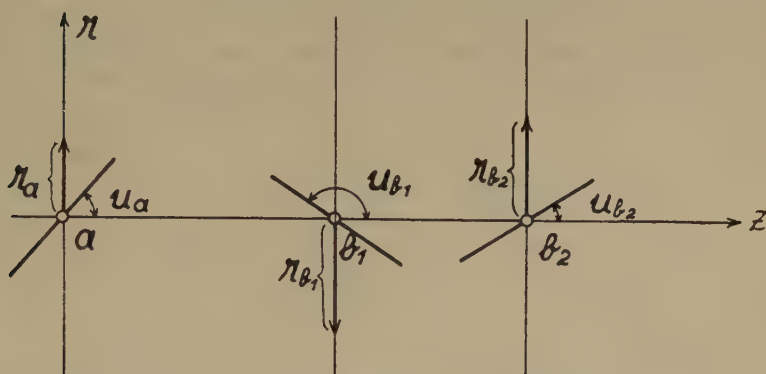


Fig. 6.

Zur Beziehung zwischen Öffnungswinkel u und Vergrößerung $V = r(b_k)/r(a)$ bei der Abbildung durch reelle Bilder (Lagrange-Helmholtz'scher Satz).

Betrachten wir eine Ebene $z = b_k$ nach I) mit $r_2(b_k) = 0$, in welcher ein reelles Bild der Ebene $z = a$ entsteht, so gilt wegen $r_2 = 0$ mit (22)

$$r_1(b_k) r_2'(b_k) = \frac{n(a)}{n(b_k)}. \quad (23)$$

Nach (15) ist $r_1(b_k) = r(b_k)/r(a)$ gleich der Vergrößerung V . Für eine Bahn, welche durch die beiden Achsenpunkte $z = a$, $r(a) = 0$ und $z = b_k$, $r(b_k) = 0$ geht, gilt nach (12) mit $r(a) = 0$

$$r'(b_k) = r'(a) \cdot r_2'(b_k) \text{ oder } r_2'(b_k) = \left[\frac{r'(b_k)}{r'(a)} \right]_{r_a=0}. \quad (24)$$

Bezeichnen wir den Winkel der Bahntangente bei a mit der Achse durch u_a und bei b_k durch u_{b_k} (Fig. 6), so folgt durch Einsetzen von (24) und (15) in (23) mit $r'_a = \operatorname{tg} u_a$ und $r'_{b_k} = \operatorname{tg} u_{b_k}$

$$n(a) r(a) \operatorname{tg} u_a = n(b) r(b_k) \operatorname{tg} u_{b_k} \quad (25)$$

oder auch mit Einführung des elektrischen Potentials Φ auf der Achse

$$\sqrt{\Phi_a} r_a \operatorname{tg} u_a = \sqrt{\Phi_{b_k}} r_{b_k} \operatorname{tg} u_{b_k}. \quad (25a)$$

Diese Beziehung wird in Analogie zu einem bekannten Satz der

geometrischen Optik als der „Lagrange-Helmholtz'sche Satz“ der Elektronenoptik bezeichnet¹⁾. Unserer Herleitung liegt, wie in 1. erwähnt, die Voraussetzung $C = 0$ zugrunde, d. h. sie gilt noch nicht für Bahnen mit zur Achse „schiefer“ Anfangstangente oder falls am Ausgangspunkt ein magnetisches Feld wirksam ist. Wir werden jedoch in Abschnitt 8 zeigen, dass die Beziehungen (25) auch im Fall $C \neq 0$ bestehen, womit der *Lagrange-Helmholtz'sche Satz* für die Elektronenoptik in voller Allgemeinheit gilt²⁾.

In Anwendung auf die nach 3. IV) zwischen den Ebenen $z = a$ und $z = t_k$ bestehende teleskopische Abbildung erhält man aus (22) mit $r_1'(t_k) = 0$

$$r_1(t_k) r_2'(t_k) = \frac{n(a)}{n(t_k)}. \quad (26)$$

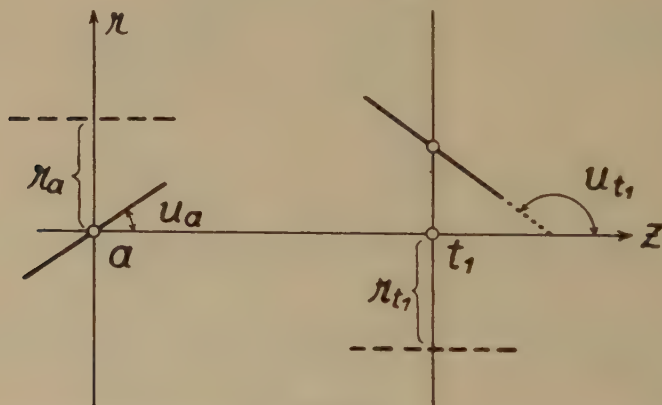


Fig. 7.

Zur Beziehung zwischen teleskopischer Vergrößerung $V_T = r(t_k)/r(a)$ und Angularvergrößerung A .

$r_2'(t_k)$ gibt nach (21) die Angularvergrößerung A . Für sich gegenseitig entsprechende bei a und t_k *achsenparallele* Bahnen folgt aus (12) mit $r'(a) = 0$

$$r(t_k) = r(a) \cdot r_1(t_k) \text{ oder } r_1(t_k) = \left[\frac{r(t_k)}{r(a)} \right]_{r_a' = 0} = V_{T_k}, \quad (27)$$

wobei wir unter V_T die *Lateralvergrößerung bei teleskopischer Abbildung* verstehen (Fig. 7). Mit (27) und (21) folgt aus (26)

$$A_k \cdot V_{T_k} = \frac{n(a)}{n(t_k)} = \sqrt{\frac{\Phi_a}{\Phi_{t_k}}}, \quad (28)$$

¹⁾ Der hier gegebene „geometrische“ Beweis des Lagrange-Helmholtz'schen Satzes scheint dem Verfasser den Vorzug gegenüber den bisher üblichen, auf energetischen (thermodynamischen) Überlegungen beruhenden Beweisen zu verdienen, die bei näherem Zusehen im elektronen optischen Fall nicht sehr befriedigen.

²⁾ Über die Gültigkeit auch bei virtuellen Bildern siehe Abschnitt 6.

d. h. die Gültigkeit der auch in der GAUSS'schen Dioptrik bestehenden Beziehung zwischen teleskopischer Vergrößerung V_T und Angularvergrößerung A für die Elektronenoptik.

Für die unter 3. II) und III) behandelten Fälle, welche einer Ebene $z = a$ (eine oder mehrere) Brennebenen bei $z = p_k$ und andererseits die Ebene $z = a$ als Brennebene den Ebenen $z = \bar{p}_k$ zuordnen, lässt sich für die mit (17) und (19) definierten GAUSS'schen Brennweiten f und \bar{f} eine in der GAUSS'schen Dioptrik bekannte Brennweitenbeziehung nur für den speziellen Fall aufstellen, dass die Ebenen $z = p_k$ und $z = \bar{p}_k$ zusammenfallen. Mit $p_k = \bar{p}_k = p_{0k}$ und den Bedingungen nach II) und III): $r_1(p_{0k}) = r_2'(p_{0k}) = 0$ folgt aus (22)

$$r_1'(p_{0k}) r_2(p_{0k}) = -\frac{n(a)}{n(p_{0k})}$$

und mit (17) und (19)

$$\frac{f_k}{\bar{f}_k} = -\frac{n(a)}{n(p_{0k})} = -\sqrt{\frac{\Phi_a}{\Phi_{p_{0k}}}} \quad (p_k = \bar{p}_k = p_{0k}). \quad (29)$$

5. In der Lichtoptik liegen normalerweise Objekt und Bild in Medien mit konstantem (und meist gleichem) Brechungsindex n ; die Lichtstrahlen in Objekt- und Bildraum verlaufen daher geradlinig. Zwischen den Koordinaten zugeordneter Bild- und Objektpunkte bestehen kollineare Beziehungen, welche die Eigenschaften der GAUSS'schen Dioptrik enthalten. In der Elektronenoptik entspricht dies dem Fall, dass Bild und Objekt in Gebieten konstanten Potentials ($n = \sqrt{\Phi} = \text{konst.}$), d. h. im *feldfreien* Raum liegen; bekanntlich gelten dann auch in der Elektronenoptik die Gesetze der GAUSS'schen Dioptrik (siehe Abschnitt 7). Kommt die elektronenoptische Abbildung jedoch ganz oder teilweise *innerhalb* des wirklichen Potentialfeldes zustande, so besteht natürlich zwischen Objekt- und Bildkoordinaten kein kollinearer Zusammenhang. Die Abbildungsverhältnisse lassen sich hier aus dem spezifischen Verlauf unserer in (11) eingeführten Funktionen r_1 und r_2 , d. h. insbesondere deren Nullstellen, Extremalstellen und den zugehörigen Funktionswerten entnehmen.

Einem Objekt in der Ebene $z = a$ ist nach 3. I) durch $r_2(b_k) = 0$ ein reelles Bild in einer Ebene $z = b_k$ zugeordnet. Zuzufolge der für r_2 mit (11) vorgegebenen Anfangsbedingungen enthält die Funktion $r_2(z)$ a als Parameter. Die Abhängigkeit zwischen den Koordinaten von Bildebene (b_k) und Objektebene (a) ist daher durch $r_2(z, a)$ mit $z = b_k$ durch

$$r_2(b_k, a) = 0 \quad (30)$$

gegeben; ist $r_2(z, a)$ bekannt, so findet man daraus $b_k(a)$. Es genügt, $r_1(z, a^*)$ und $r_2(z, a^*)$ für einen bestimmten Wert von a^* zu kennen, um daraus für irgendeinen Wert von a die analogen Funktionen $r_1(z, a)$ und $r_2(z, a)$ herzuleiten. Man kann dazu die folgenden Beziehungen verwenden, von deren Gültigkeit man sich mit (6), (10) und (11) sofort überzeugt:

$$\begin{aligned} r_1(z) &= \frac{n(a)}{c} (f_2'(a) f_1(z) - f_1'(a) f_2(z)) \\ r_1'(z) &= \frac{n(a)}{c} (f_2'(a) f_1'(z) - f_1'(a) f_2'(z)) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} r_2(z) &= -\frac{n(a)}{c} (f_2(a) f_1(z) - f_1(a) f_2(z)) \\ r_2'(z) &= -\frac{n(a)}{c} (f_2(a) f_1'(z) - f_1(a) f_2'(z)). \end{aligned} \quad (32)$$

Diese Beziehungen geben eine Darstellung von r_1 und r_2 durch zwei beliebige andere linear unabhängige Integrale f_1 und f_2 ; sie gelten daher auch für $f_1 = r_1(z, a^*)$, $f_2 = r_2(z, a^*)$ ¹).

Der funktionale Zusammenhang zwischen den Koordinaten b_k und a von Bild- und Objektebene ergibt sich nach (30) mit (32) auch aus $f_2(a) f_1(b_k) - f_1(a) f_2(b_k) = 0$ oder

$$\frac{f_2(a)}{f_1(a)} = \frac{f_2(b_k)}{f_1(b_k)}. \quad (33)$$

Das Verhältnis der Änderung von b_k bei einer kleinen Änderung von a bezeichnen wir wie in der Lichtoptik als *Axialvergrößerung* G :

$$G_k = \frac{db_k}{da}. \quad (34)$$

Aus (33) ergibt sich durch Differentiation

$$\frac{f_1(a) f_2'(a) - f_2(a) f_1'(a)}{f_1^2(a)} da = \frac{f_1(b_k) f_2'(b_k) - f_2(b_k) f_1'(b_k)}{f_1^2(b_k)} db_k.$$

Unter Verwendung von (10) erhält man daraus nach (34) und mit Einführung von r_1 und r_2 für f_1 und f_2 :

$$G_k = \frac{db_k}{da} = \frac{n(b_k) r_1^2(b_k)}{n(a) r_1^2(a)} = \frac{n(b_k)}{n(a)} r_1^2(b_k)$$

und mit (15)

$$\frac{G_k}{V_k^2} = \frac{n(b_k)}{n(a)} = \sqrt{\frac{\Phi_{b_k}}{\Phi_a}}, \quad (35)$$

¹ Die Konstante c hat nach (10) den Wert $\Delta(z) \cdot n(z)$; also z. B.

$c = \Delta(a) \cdot n(a) = (f_1(a) f_2'(a) - f_2(a) f_1'(a)) \cdot n(a)$.

d. h. die auch in der GAUSS'schen Dioptrik gültige Beziehung zwischen Lateral- und Axialvergrößerung. Aus (35) erhellt unmittelbar das positive Vorzeichen von G , d. h. die Abbildung durch reelle Bilder ist rechtsläufig. Mit (15), (25) und (35) folgt unmittelbar auch die Beziehung

$$\frac{A_k G_k}{V_k} = 1, \quad (35a)$$

wenn $A_k = \operatorname{tg} u_{b_k} / \operatorname{tg} u_a$ die Angularvergrößerung für die Bildebene $z = b_k$ bezeichnet. Wie der folgende Abschnitt zeigt, gelten (35) und (35a) auch für virtuelle Bilder.

6. Wir wollen noch die Frage nach der Existenz virtueller Bilder beantworten, die Objektpunkten in einer Ebene $z = a$ entsprechen. Durch Elimination von $r'(a)$ aus den beiden Gleichungen (12) und Verwendung von (22) erhält man nach kurzer Rechnung

$$r(z) = \frac{r_2(z)}{r_2'(z)} r'(z) + r(a) \frac{n(a)}{n(z)} \frac{1}{r_2'(z)}. \quad (36)$$

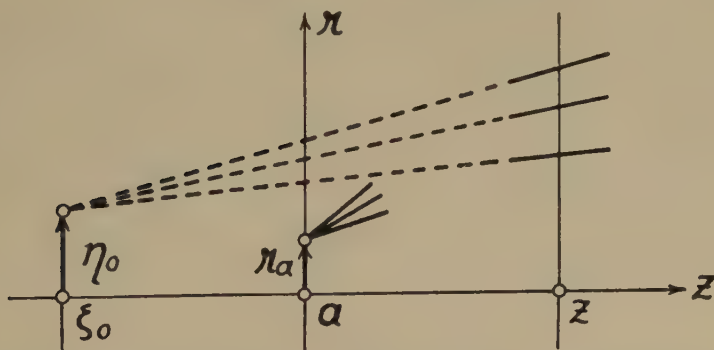


Fig. 8.

Zu einer Ebene z ($z < \bar{p}_1$ und $b_k < z < \bar{p}_{k+1}$) gehört ein virtueller Bildpunkt ζ_0, η_0 von einem Objektpunkt in der Ebene $z = a$.

In jeder Ebene z sind also die Ordinate $r(z)$ des Durchstoßpunktes der Bahn durch die Ebene und die zugehörige Bahntangente $r'(z)$ nach (36) verknüpft und für ein gegebenes z nur noch abhängig von r_a , nicht aber von r_a' . Denkt man sich die zu einem festen r_a gehörigen Bahntangenten bei z von den zugehörigen Durchstoßpunkten aus geradlinig verlängert, so schneiden sie sich in einem Punkte ζ_0, η_0 (Fig. 8) mit den Werten

$$\zeta_0 = z - \frac{r_2(z)}{r_2'(z)} \quad (37)$$

$$\eta_0 = r(a) \frac{n(a)}{n(z)} \frac{1}{r_2'(z)} = r(a) \sqrt{\frac{\Phi_a}{\Phi_z}} \frac{1}{r_2'(z)}, \quad (38)$$

nachdem das Geradenbüschel durch ζ_0, η_0 der Gleichung

$$r(z) = \eta_0 + r'(z) (z - \zeta_0)$$

genügt. In Bereichen $r_2(z)/r_2'(z) > 0$ ist $\zeta_0 < z$, d. h. zu jeder Ebene z in einem solchen Bereich gibt es zu einem Objektpunkt r_a in der Ebene $z = a$ einen virtuellen Bildpunkt. Eine Betrachtung von Fig. 1 zeigt, dass die virtuellen Bilder von $z = a$ aus ins Unendliche nach links wandern, wenn bei festem a die Ebene z nach rechts bis zu $z = \bar{p}_1$ wandert. Zwischen \bar{p}_1 und b_1 existiert kein virtuelles Bild; solche sind in Bereichen $z < \bar{p}_1$ und $b_k < z < \bar{p}_{k+1}$ vorhanden. In Bereichen $\bar{p}_k < z < b_k$ geben (37) und (38) die Koordinaten eines reellen Bildpunktes für den Fall, dass sich rechts der Ebene z ein feldfreier Raum anschliesst. Die Lateralvergrößerung gibt (38) mit $V = \eta_0/r(a)$.

Für die Axialvergrößerung $G = d\zeta_0/da$ bei $z = \text{const.}$ folgt aus (37) unter Verwendung von (32), (10) und (38) nach kurzer Rechnung ebenfalls die Beziehung (35). Die Abbildung ist daher auch für virtuelle Bilder rechtsläufig. Ebenso folgt die Gültigkeit des Satzes von LAGRANGE-HELMHOLTZ in bezug auf die in einer Ebene $z = \zeta_0$ nach (37) und (38) entstehende Abbildung unmittelbar aus (38) durch Einsetzen der aus (12) für $r(a) = 0$ folgenden Beziehung $r_2'(z) = r'(z)/r'(a)$.

Eliminiert man aus den Gleichungen (12) $r(a)$, so folgt unter Verwendung von (22)

$$r(z) = \frac{r_1(z)}{r_1'(z)} r'(z) - r'(a) \frac{n(a)}{n(z)} \frac{1}{r_1'(z)}. \quad (39)$$

Dies bedeutet, dass alle die Ebene $z = a$ unter gleicher Neigung $r'(a)$ durchsetzenden Bahnen bei geradliniger Fortsetzung in Richtung der Bahntangente von einer Ebene z aus sich in einem Punkt mit den Koordinaten

$$\zeta_f = z - \frac{r_1(z)}{r_1'(z)} \quad (40)$$

$$\eta_f = -r'(a) \frac{n(a)}{n(z)} \frac{1}{r_1'(z)} = -r'(a) \sqrt{\frac{\Phi_a}{\Phi_z}} \frac{1}{r_1'(z)} \quad (41)$$

vereinigen. In Bereichen, wo $r_1(z)/r_1'(z)$ positive Werte besitzt, entsteht daher von einer Ebene z aus betrachtet ein virtueller Bildpunkt ζ_f, η_f von den die Ebene $z = a$ mit der Neigung $r'(a)$ durchsetzenden Parallelen, die sich in einer der Ebene z zugeordneten

virtuellen Brennebene bei $z = \zeta_f$ vereinigen (Fig. 9). Mit (41) lässt sich für jedes z eine GAUSS'sche Brennweite definieren zu

$$f_z = \frac{\eta_f}{r'(a)} = - \frac{n(a)}{n(z)} \frac{1}{r_1'(z)} = - \sqrt{\frac{\Phi_a}{\Phi_z}} \frac{1}{r_1'(z)}. \quad (42)$$

Aus Fig. 1 ersieht man, dass solche virtuelle Brennebenen in Bereichen $p_k < z < t_k$ existieren.

Für $z < p_1$ und $t_k < z < p_{k+1}$ ist $r_1(z)/r_1'(z) < 0$; ζ_f und η_f geben in diesen Bereichen die Koordinaten eines den Parallelen bei $z = a$ zugeordneten reellen Bildpunktes in einer reellen Brennebene $z = \zeta_f$ für den Fall, dass sich rechts der Ebene z ein feldfreier Raum anschliesst.

Wir bemerken noch, dass die Betrachtungen dieses Abschnittes 6 an die Voraussetzung $C = 0$ nach (4) gebunden sind.

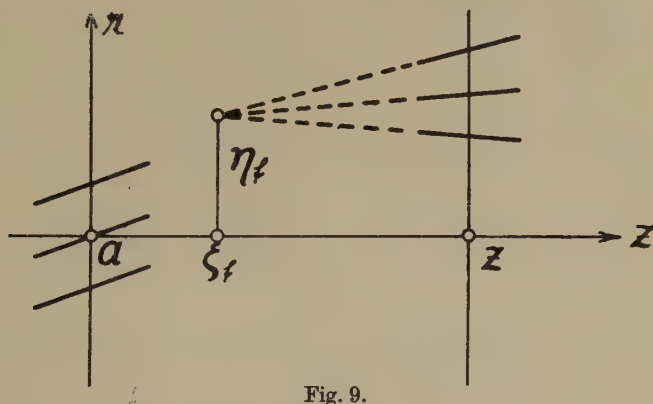


Fig. 9.

Zu einer Ebene z ($p_k < z < t_k$) gehört eine virtuelle Brennebene $z = \zeta_f$, in der sich Bahnen gleicher Neigung durch die Ebene $z = a$ in einem Punkte ζ_f, η_f vereinigen.

7. Wirkt das Potentialfeld nur innerhalb eines beschränkten Bereiches der (r, z) -Ebene, d. h. setzen wir voraus, dass das Potential etwa ausserhalb der Ebenen $z = \alpha$ und $z = \beta$ (Fig. 10) als konstant betrachtet werden kann ($z < \alpha$, $n = n_\alpha = \text{const.}$, $P(z) = 0$; $z > \beta$, $n = n_\beta = \text{const.}$, $P(z) = 0$), so verlaufen die Bahnen ausserhalb des Feldbereichs geradlinig. Wir betrachten im feldfreien Raum $z < \alpha$ einen Punkt ζ, η und ein von ihm ausgehendes paraxiales Strahlenbündel; setzen wir jede Gerade dieses Bündels von ihrem Durchstosspunkt mit der Ebene $z = \alpha$ an in einer Bahnkurve mit gleicher Tangente bei $z = \alpha$ durch den Feldbereich bis zur Ebene $z = \beta$ fort und von $z = \beta$ an in einer Geraden, welche die betreffende Bahnkurve im Durchstosspunkt durch die Ebene $z = \beta$ berührt, so zeigt

sich, dass sich die Gesamtheit aller solcher Geraden wieder in einem Punkt $\bar{\xi}, \bar{\eta}$ vereinigt, welcher als (reeller oder virtueller) Bildpunkt des Objektpunktes ξ, η anzusehen ist. Weiterhin zeigt sich, dass zwischen den Koordinaten des Objekt- und des Bildpunktes kollineare Beziehungen bestehen; daher haben in diesem Fall alle bekannten Sätze und Eigenschaften der GAUSS'schen Dioptrik Geltung, wie sie aus der Lichtoptik für Linsensysteme bekannt sind.

Ein von ξ, η ausgehendes Geradenbündel genügt der Gleichung

$$r(z) = \eta + r'(\alpha) (z - \xi).$$

An der Stelle $z = \alpha$ gilt daher

$$r(\alpha) = \eta + r'(\alpha) (\alpha - \xi). \quad (43)$$

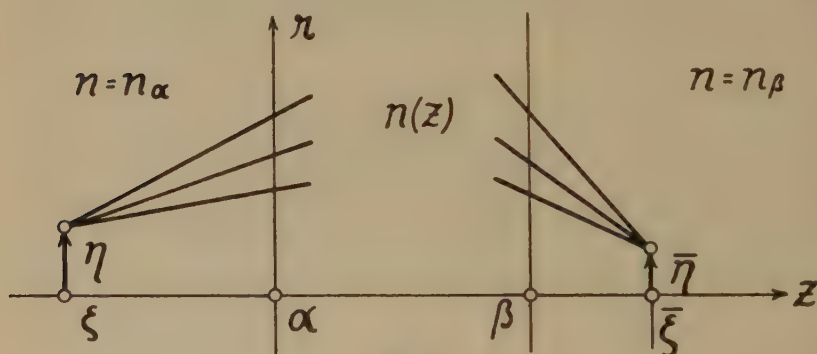


Fig. 10.

Abbildung durch eine zwischen den Ebenen $z = \alpha$ und $z = \beta$ wirksame Elektronenlinse, wenn sich Objekt und Bild im feldfreien Raum befinden.

Für $\alpha < z < \beta$ gelten die Bahngleichungen nach (12) mit $a = \alpha$:

$$\begin{aligned} r(z) &= r(\alpha) r_1(z) + r'(\alpha) r_2(z) \\ r'(z) &= r(\alpha) r_1'(z) + r'(\alpha) r_2'(z). \end{aligned} \quad (44)$$

An der Stelle $z = \beta$ folgt daraus

$$\begin{aligned} r(\beta) &= r(\alpha) r_1(\beta) + r'(\alpha) r_2(\beta) \\ r'(\beta) &= r(\alpha) r_1'(\beta) + r'(\alpha) r_2'(\beta). \end{aligned} \quad (45)$$

Soll sich das Bündel der geradlinigen Fortsetzungen der Bahnkurven über die Ebene $z = \beta$ hinaus in einem Punkt $\bar{\xi}, \bar{\eta}$ vereinigen so bedingt dies analog (43)

$$r(\beta) = \bar{\eta} + r'(\beta) (\beta - \bar{\xi}). \quad (46)$$

Aus (43), (45) und (46) gewinnt man nach kurzer Rechnung

$$\beta - \bar{\zeta} = \frac{r_2(\beta) + r_1(\beta)(\alpha - \zeta)}{r_2'(\beta) + r_1'(\beta)(\alpha - \zeta)} \quad (47)$$

$$\bar{\eta} = \eta [r_1(\beta) - r_1'(\beta)(\beta - \bar{\zeta})], \quad (48)$$

d. h. eine kollineare Beziehung zwischen $\bar{\zeta}, \bar{\eta}$ und ζ, η . Führt man in bekannter Weise an Stelle von $\zeta, \bar{\zeta}$ als neue Koordinaten die Abstände x und \bar{x} von den „Brennpunkten“ ζ_F und $\bar{\zeta}_F$ ein durch $x = \zeta - \zeta_F$ und $\bar{x} = \bar{\zeta} - \bar{\zeta}_F$, wobei der „Brennpunkt“ ζ_F das Bild von $\bar{\zeta} = \infty$ bzw. $\bar{\zeta}_F$ das Bild von $\zeta = \infty$ ist, so folgt aus (47)

$$\alpha - \zeta_F = -\frac{r_2'(\beta)}{r_1'(\beta)} \quad \text{und} \quad \beta - \bar{\zeta}_F = \frac{r_1(\beta)}{r_1'(\beta)} \quad (49)$$

und damit aus (47) und (48) nach kurzer Rechnung mit (22)

$$x\bar{x} = \frac{r_2(\beta)r_1'(\beta) - r_1(\beta)r_2'(\beta)}{[r_1'(\beta)]^2} = -\frac{n(\alpha)}{n(\beta)} \frac{1}{[r_1'(\beta)]^2}$$

$$\frac{\bar{\eta}}{\eta} = r_1'(\beta) \bar{x}.$$

Die bekannten Abbildungsgleichungen der GAUSS'schen Dioptrik

$$x\bar{x} = f\bar{f} \quad \text{und} \quad \frac{\bar{\eta}}{\eta} = \frac{f}{x} = \frac{\bar{x}}{\bar{f}} \quad (50)$$

ergeben sich daher mit Einführung der „Brennweiten“ f und \bar{f} durch¹⁾

$$f = -\frac{n(\alpha)}{n(\beta)} \frac{1}{r_1'(\beta)} = -\sqrt{\frac{\Phi_\alpha}{\Phi_\beta}} \frac{1}{r_1'(\beta)} \quad (51)$$

$$\bar{f} = \frac{1}{r_1'(\beta)} \quad (52)$$

mit der Beziehung

$$\frac{f}{\bar{f}} = -\frac{n(\alpha)}{n(\beta)} = -\sqrt{\frac{\Phi_\alpha}{\Phi_\beta}}. \quad (53)$$

Die Lage der Hauptebenen $z = \zeta_H$ bzw. $z = \bar{\zeta}_H$ folgt mit $x_H = \zeta_H - \zeta_F = f$ bzw. $\bar{x}_H = \bar{\zeta}_H - \bar{\zeta}_F = \bar{f}$ aus (49), (51) und (52) zu

$$\zeta_H - \alpha = \frac{1}{r_1'(\beta)} \left(r_2'(\beta) - \sqrt{\frac{\Phi_\alpha}{\Phi_\beta}} \right)$$

$$\bar{\zeta}_H - \beta = \frac{1}{r_1'(\beta)} (1 - r_1(\beta)). \quad (54)$$

¹⁾ Man beachte, dass hier für r_1 bzw. r_2 die Anfangsbedingungen (11) mit $a = \alpha$ gelten.

Die Lage der Knotenebenen (ζ_K , $\bar{\zeta}_K$) folgt nach Definition für ein Angularverhältnis 1 mit (25a) und (50) aus

$$A = \frac{\operatorname{tg} u_{\zeta}^-}{\operatorname{tg} u_{\zeta}} = \frac{\eta}{\bar{\eta}} \sqrt{\frac{\Phi_{\zeta}}{\Phi_{\bar{\zeta}}}} = \frac{x}{f} \sqrt{\frac{\Phi_{\alpha}}{\Phi_{\beta}}} = \frac{\bar{f}}{\bar{x}} \sqrt{\frac{\Phi_{\alpha}}{\Phi_{\beta}}} = 1$$

zu

$$\begin{aligned} \zeta_K - \alpha &= \frac{1}{r_1'(\beta)} (r_2'(\beta) - 1) \\ \bar{\zeta}_K - \beta &= \frac{1}{r_1'(\beta)} \left(\sqrt{\frac{\Phi_{\alpha}}{\Phi_{\beta}}} - r_1(\beta) \right). \end{aligned} \quad (55)$$

Für $\Phi_{\alpha} = \Phi_{\beta}$ fallen Hauptebenen und Knotenebenen paarweise zusammen.

Da das Objekt bei den obigen Betrachtungen im feldfreien Raum ($B_a = 0$) angenommen wird, ist die Bedingung $C = 0$ nach (4) für Bahnen, die nicht windschief zur Achse verlaufen, erfüllt.

Es versteht sich daraus, dass alle von der Lichtoptik her bekannten Eigenschaften der GAUSS'schen Dioptrik in der Elektronenoptik Geltung haben, wenn Objekt- und (reelle) Bildpunkte in Räumen konstanten Potentials liegen. Wir bemerken noch, dass aus (51) unter Beachtung der Fig. 1 anschaulich hervorgeht, dass bei einem solchen Verlauf von r_1 „kurze“ Linsen stets eine positive Brennweite haben, da $r_1'(\beta)$ im Bereich $a < z < t_1$ negativ ist. Ist die Linse „länger“ als $(t_1 - a)$, so wirkt sie als Linse negativer Brennweite f im Bereich $t_1 < z < t_2$ usw., unter der Voraussetzung natürlich, dass das Objekt ausserhalb des Feldbereiches liegt.

8. Alle bisherigen Betrachtungen galten, wie unter 1. erwähnt, für den Fall $C = 0$, d. h. dass die Anfangstangente der Bahn in einer die Achse enthaltenden Ebene liegt und am Ausgangspunkt der Bahn das magnetische Feld verschwindet, wobei als „Ausgangspunkt“ natürlich irgendein Punkt der Bahn angesehen werden kann. Ohne Einschränkung galten die Betrachtungen für Achsenstrahlen wegen $C = 0$ für $r_a = 0$. Wir kommen nun auf den Fall $C \neq 0$ zurück und wollen zusehen, welcher Teil der oben erhaltenen Ergebnisse auch ohne die durch $C = 0$ bedingten Einschränkungen gilt. Führt man in (1) und (2) neue Variable ϱ und χ an Stelle von z und φ ein durch¹⁾

$$\varrho = r e^{i\chi} \quad (56)$$

$$\chi = \varphi - \sqrt{\frac{e}{8m}} \int_a^z \frac{B}{\sqrt{\Phi}} dz \quad (57)$$

¹⁾ Vgl. BRÜCHE-SCHERZER, Geometrische Elektronenoptik (1934), S. 117.

so erhält man nach kurzer Rechnung folgende Differentialgleichungen für ϱ und χ :

$$-\frac{d\chi}{dz} = \sqrt{\frac{e}{2m\Phi}} \frac{C}{\varrho^2} e^{2iz} \quad (58)$$

$$\frac{d}{dz} \left(\sqrt{\Phi} \frac{d\varrho}{dz} \right) = P(z) \cdot \varrho. \quad (59)$$

Die Differentialgleichung (59) für ϱ besitzt die gleiche Form, wie die ursprüngliche Differentialgleichung (1) für r mit $C = 0$; wählt man daher analog zu (12) zur Darstellung von ϱ die (reellen) Integrale ϱ_1 und ϱ_2 mit folgenden Anfangswerten an der Stelle $z = a$:

$$z = a: \quad \varrho_1(a) = 1 \quad \varrho_2(a) = 0 \\ \varrho_1'(a) = 0 \quad \varrho_2'(a) = 1, \quad (60)$$

so gilt

$$\varrho(z) = \varrho(a) \varrho_1(z) + \varrho'(a) \varrho_2(z) \\ \varrho'(z) = \varrho(a) \varrho_1'(z) + \varrho'(a) \varrho_2'(z). \quad (61)$$

Liegt der Ausgangspunkt der Bahn in der Ebene $z = a$, so ist mit (57) $\chi(a) = \varphi(a) = 0$ und damit nach (56) $\varrho(a) = r(a)$. Mit (57) und (58) erhält man $\varrho'(a)$ und damit nach (61)

$$\varrho(z) = r(a) \varrho_1(z) + \left[r'(a) + i r(a) \left(\varphi'(a) - \sqrt{\frac{e}{8m}} \frac{B_a}{\sqrt{\Phi_a}} \right) \right] \varrho_2(z). \quad (62)$$

Die Nullstellen von $\varrho_2(z)$ seien durch $z = b_k$ gegeben. Dann gilt dort

$$\varrho(b_k) = r(a) \cdot \varrho_1(b_k). \quad (63)$$

Da $\varrho_1(b_k)$ reell ist, wird $\varrho(b_k)$ reell und daher $\chi(b_k) = 0$. Es folgt aus (63)

$$r(b_k) = r(a) \cdot \varrho_1(b_k). \quad (64)$$

In den Ebenen $z = b_k$ entsteht nach analogen Überlegungen wie unter 3. I) ein reelles Bild auch im Fall $C \neq 0$. Damit bleiben die Überlegungen von 3. I) erhalten, *nicht* dagegen von 3. II) bis IV). Die letzteren gelten daher nur bei $C = 0$, d. h. jedenfalls in rein elektrischen Linsen für Bahnen, die nicht windschief zur Achse verlaufen.

Der *Lagrange-Helmholtz'sche Satz* (25) gilt nach Vorstehendem in voller Allgemeinheit: Aus (59) folgt nämlich in Analogie zur (22):

$$\varrho_1(b_k) \varrho_2'(b_k) - \varrho_2(b_k) \varrho_1'(b_k) = \sqrt{\frac{\Phi_a}{\Phi_{b_k}}}. \quad (65)$$

Mit $\varrho_2(b_k) = 0$ am Ort eines reellen Bildes in der Ebene $z = b_k$ ist nach (64)

$$\varrho_1(b_k) = \frac{r(b_k)}{r(a)}$$

und für einen Achsenstrahl ($r(a) = 0$) mit (62) und $\chi = 0$ ($C = 0$):

$$\varrho'(b_k) = r'(a) \varrho_2'(b_k) = r'(b_k)$$

d. h.:

$$\varrho_2'(b_k) = \frac{r'(b_k)}{r'(a)} = \frac{\operatorname{tg} u_{b_k}}{\operatorname{tg} u_a},$$

womit nach (65) mit $\varrho_2(b_k) = 0$ wieder der Lagrange-Helmholtz'sche Satz

$$\sqrt{\Phi_a} r_a \operatorname{tg} u_a = \sqrt{\Phi_{b_k}} r_{b_k} \operatorname{tg} u_{b_k} \quad (66)$$

auch im allgemeinen Fall $C \neq 0$ resultiert.

9. Alle vorstehenden Überlegungen folgen im wesentlichen aus der Differentialgleichung (5). Sie gelten daher ausser im axial-symmetrischen Fall, den wir hier zugrunde gelegt haben, auch in allen jenen Fällen, in denen sich die Bahngleichungen in der Umgebung einer ausgezeichneten Bezugsbahn in die Form einer linearen, homogenen Differentialgleichung zweiter Ordnung bringen lassen¹⁾. An die Stelle der Koordinate r tritt dann die Koordinate der Abweichung von der Bezugsbahn und an Stelle von dz das Bahnelement ds längs der Bezugsbahn.

Der entsprechende lichteoptische Fall wäre für die paraxiale Lichtausbreitung in einem isotropen Medium gegeben, dessen Brechungsindex N in der Umgebung der z -Achse durch die Entwicklung

$$N(z, r) = n(z) + P(z) \cdot \frac{r^2}{2} + \dots$$

dargestellt wird. Aus der Euler'schen Differentialgleichung des Variationsproblems $\delta \int N ds = 0$ ergibt sich für achsennahe geometrisch-optische Bahnen die Differentialgleichung (5)²⁾.

Die behandelte Dioptrik der Elektronenbahnen setzt stillschweigend überall positive Werte des Potentials $\Phi(z)$ bzw. $n(z)$ voraus; an einer Nullstelle des Potentials wird die Elektronengeschwindigkeit Null, und es findet (wenn die Nullstelle nicht gerade mit einem Sattelpunkt zusammenfällt) eine Bahnumkehr zu rückläufiger Bewegung statt. Die der Differentialgleichung (5) zugrundeliegende

¹⁾ z. B. Kreisbahn im Magnetfeld.

²⁾ Über die Abweichung von den „wellenoptischen Bahnen“ vgl. z. B. R. GANS, Ann. d. Phys. 47, 709 (1915).

Voraussetzung $r'^2 \ll 1$ ist in der Umgebung des Umkehrpunktes ($r' = \infty$) ungültig, weshalb die Anwendung auf die Katoptrik (Elektronenspiegel) zunächst unzulässig erscheint. Aus einer genaueren Untersuchung von RECKNAGEL¹⁾ geht jedoch hervor, dass die Differentialgleichung (1) als brauchbare Beschreibung der paraxialen Bahnbewegung beim Elektronenspiegel ($B = 0$) angesehen werden kann. Sieht man von diesem Standpunkt aus die Bahnen beim Elektronenspiegel als durch den Umkehrpunkt stetig hindurchgehende Lösungen von (5) an, so lassen sich die obigen Betrachtungen sinngemäss auch zur Beschreibung der Abbildungsverhältnisse beim Elektronenspiegel heranziehen.

¹⁾ A. RECKNAGEL, Z. f. Phys. **104**, S. 381 (1937).

Eine Bemerkung zur Quantentheorie der ferromagnetischen Resonanz

J. M. Luttinger¹), ETH., Zürich

C. Kittel²), Bell Telephone Laboratories, Murray Hill N. J. (U. S. A.)

(14. 10. 1948.)

Es ist zu erwarten, dass die Quantentheorie der ferromagnetischen Resonanz im wesentlichen dieselben Resultate liefert wie die klassische Theorie, da ja die Quantenzahlen ausserordentlich gross (ca. 10^{15} oder noch grösser) sind. Trotzdem dürfte es vielleicht nicht ohne Interesse sein, direkt zu zeigen, dass bei quantenmechanischer Rechnung die Eigenwerte durch die Entmagnetisierungsenergie tatsächlich genau so überraschend verschoben werden³). Eine solche Rechnung ist schon von POLDER⁴) mittels einer Methode von HOLSTEIN und PRIMAKOFF⁵) gemacht worden, bei der die vollständige Hamiltonfunktion des Systems verwendet wird. Diese Methode ist sehr wirksam, aber ziemlich langwierig.

Mit Hilfe eines Matrizenkalküls wollen wir hier zeigen, dass sich im allgemeinsten Falle des ferromagnetischen Resonanzproblems eines Ellipsoides benachbarte Eigenwerte um

$$\Delta E = g \mu_B [(H_x + (N_x - N_y) M_x) (H_x + (N_y - N_z) M_x)]^{1/2} \quad (1)$$

sich unterscheiden, wobei N_x , N_y , N_z die Entmagnetisierungsfaktoren sind und das Magnetfeld parallel zur X-Achse steht.

Die klassische makroskopische Hamiltonfunktion des Systems ist

$$H = - M_x H_x V + \frac{1}{2} (N_x M_x^2 + N_y M_y^2 + N_z M_z^2) \quad (2)$$

mit V = Volumen

\underline{M} = magnetisches Moment/Volumeneinheit.

H_x = äusseres Magnetfeld (nur in der X-Richtung).

An Stelle des klassischen magnetischen Momentes $\underline{M}V = g \mu_B \underline{J}$ (\underline{J} dimensionslos). Damit folgt die Hamiltonfunktion

$$H = - g \mu_B J_x H_x + (g^2 \mu_B^2 / 2V) (N_x J_x^2 + N_y J_y^2 + N_z J_z^2) \quad (3)$$

¹) National Research Fellow.

²) Z. Z. Zürich.

³) C. KITTEL, Phys. Rev. **71**, 270 (1947); **73**, 155 (1948).

⁴) D. POLDER, Phys. Rev. **73**, 1116 (1948).

⁵) T. HOLSTEIN und H. PRIMAKOFF, Phys. Rev. **58**, 1098 (1948).

$J^2 = J_x^2 + J_y^2 + J_z^2$ ist aber eine Bewegungskonstante, so dass wir — abgesehen von einer Konstante — schreiben können¹⁾:

$$H = a J_x + b J_y^2 + c J_z^2$$

wo

$$a = -g \mu_B H_x, \quad b = \frac{g^2 \mu_B^2}{2V} (N_x - N_y) \quad (4)$$

$$c = \frac{g^2 \mu_B^2}{2V} (N_z - N_y).$$

Eine in J_z , J^2 diagonale Darstellung der Matrizen gibt für die Säkulargleichung (wegen der wohlbekannten Eigenschaften der Drehimpulsoperatoren):

$$\begin{aligned} E p_m = & p_m \left(c m^2 + \frac{b}{2} (j^2 + j - m^2) \right) + p_{m+1} ((j-m)(j+m+1))^{1/2} \left(\frac{a}{2} \right) \\ & + \left(\frac{a}{2} \right) p_{m-1} ((j+m)(j-m+1))^{1/2} \\ & + \left(\frac{b}{4} \right) p_{m+2} ((j-m)(j-m+1)(j+m+1)(j+m+2))^{1/2} \\ & + \left(\frac{b}{4} \right) p_{m-2} ((j+m)(j+m-1)(j-m+1)(j-m+2))^{1/2} \end{aligned} \quad (5)$$

wo

$$\psi = \sum_{m=-j}^j p_m u_m^j, \quad H \psi = E \psi,$$

und die u_m^j die Eigenfunktionen von J^2 , J_z sind.

Weil $j, m \gg 1$ sind, bekommen wir als sehr gute Näherung:

$$\begin{aligned} E p_m \cong & p_m \left(c m^2 + \frac{b}{2} (j^2 + j - m^2) \right) + (j^2 - m^2)^{1/2} (p_{m+1} + p_{m-1}) \\ & + \frac{b}{4} (j^2 - m^2) (p_{m+2} + p_{m-2}). \end{aligned} \quad (6)$$

Wir können jetzt die Differenzengleichung in eine Differentialgleichung transformieren. Dazu entwickeln wir p_m in eine Taylorreihe um m und vernachlässigen die dritte und höhere Ableitungen. Für $m \gg 1$ ist dies eine gute Näherung, beim Experiment beträgt ja m etwa 10^{15} , so dass sie ausserordentlich gut wird. Gleichung (6) wird

$$\begin{aligned} E p_m = & p_m \left[\left(c m^2 + \frac{b}{2} (j^2 + j - m^2) \right) + a (j^2 - m^2)^{1/2} + \frac{b}{2} (j^2 - m^2) \right] \\ & + \left(\frac{a}{2} (j^2 - m^2)^{1/2} + b (j^2 - m^2) \right) \frac{d^2 p_m}{d m^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

¹⁾ $N_x + N_y + N_z = 4\pi$.

Um (7) weiter zu vereinfachen, bemerken wir, dass zwar $m \gg 1$ nichts desto weniger aber um einen Faktor der Grössenordnung 10^5 kleiner als j ist. Demzufolge sind die wesentlichen Terme der Gleichung (7) in sehr guter Näherung

$$\left(bj^2 + \frac{a}{2}j\right) \frac{d^2 p_m}{dm^2} + \left(-E + \text{Konst.} + m^2 \left(c - b - \frac{a}{2j}\right)\right) p_m = 0 \quad (8)$$

oder

$$\frac{d^2 p_m}{dm^2} + \left(-\frac{E}{bj^2 + \frac{a}{2}j} - m^2 \frac{\left(b + \frac{a}{2j} - c\right)}{bj^2 + \frac{a}{2}j}\right) p_m = 0 \quad (9)$$

weil die Konstante in der Gleichung (8) keine Rolle spielt.

Gleichung (9) hat die Form einer Oszillatorgleichung und liefert gleichmässig verteilte Eigenwerte. Der Abstand zweier Eigenwerte ist:

$$\Delta E = 2 \left[\left(bj^2 + \frac{a}{2}j\right) \left(b + \frac{a}{2j} - c\right) \right]^{1/2}. \quad (10)$$

Wenn wir für a , b , c die obigen Werte einsetzen, kommt

$$\Delta E = g \mu_B [(H_x + (N_z - N_x) M_x) (H_x + (N_y - N_x) M_x)]^{1/2} \quad (11)$$

also genau das klassische Ergebnis.

Wir möchten an dieser Stelle Herrn Dr. Jost für eine wertvolle Diskussion bestens danken.

On the Magnetic Moments of the Neutron and Proton

by J. M. Luttinger¹), ETH., Zürich.

(14. X. 1948.)

Zusammenfassung: In dieser Arbeit wird das magnetische Moment eines Nukleons berechnet für die neutrale, geladene und symmetrische pseudoskalare Mesonentheorie. Die Nukleonen werden durch die Löchertheorie beschrieben, so dass die Rechnung vollständig relativistisch ist. Die üblichen Divergenzen werden durch eine vom Verfasser angegebene Methode²) vermieden und — wie beim Electron — werden alle Resultate endlich. Die magnetischen Momente der Nukleonen lassen sich, in der g^2 -Näherung, durch geschlossene Formeln darstellen.

I. Introduction.

It is the purpose of this paper to show that a method previously developed²) for calculating the radiative correction to the g -factor of the electron may be extended to calculation of the g -factors of the neutron and proton in meson theory. For concreteness we have chosen the case of pseudoscalar mesons. Within the framework of this theory there are still two types of coupling possible³): that in which a pseudovector is constructed out of the meson field, and that in which a pseudoscalar is constructed. It may be shown, however, by simple generalization and correction of a proof due to Dyson⁴) that the two theories will yield identical results for all the magnetic moments calculated in this paper. We shall therefore only give the calculation for the pseudoscalar type of

¹) National Research Fellow.

²) J. M. LUTTINGER, Phys. Rev., **74**, 893 (1948). Henceforth cited as I.

³) N. KEMMER, Proc. Roy. Soc., A **166**, 127 (1938).

⁴) F. J. DYSON, Phys. Rev., **73**, 929 (1948). Dyson drops the terms quadratic in the coupling constant on the grounds that they are without physical significance. Actually these terms play an essential role in making the two types of coupling equivalent. The same proof shows that the nuclear forces are identical in the g^2 approximation. Direct calculation verifies this and shows that the interaction terms quadratic in the coupling constant remove the $1/r^3$ singularity in the forces, and thus possibly allow a ground state for the deuteron. These forces, however, are not at all static in nature and cannot be applied to calculate the ground state of the deuteron. Similar conclusions have been reached independently by Dr. L. VAN HOVE (unpublished). I am grateful to Dr. VAN HOVE for a valuable correspondence on this point.

coupling, as it is considerably simpler in structure. As a check on the algebraic work we have also carried out the calculations for the pseudovector coupling, and of course obtained the same results. It may be mentioned that it is the pseudovector type of coupling which has usually been discussed in connection with the meson theory of nuclear forces.

In handling the heavy particles we have used hole theory throughout, as it represents the only consistent relativistic theory for particles of spin one half. That is, we have taken the neutron and the proton to be quantized fields which obey Fermi-Dirac commutation relations and the Dirac equation without the presence of "Pauli terms"—it is just the hope of meson theory that it will account for the existence of such terms.

Three types of pseudoscalar meson field have been considered: neutral, charged and symmetric. From the point of view of comparison with the experimental facts perhaps only the latter is of interest, the nuclear forces generally being assumed to be charge independent¹). However, for completeness the other two cases are included.

II. Neutral Theory.

For this case the meson field will only yield an additional magnetic moment for the proton—the magnetic moment of the neutron remaining zero. The Lagrangian density is given by²).

$$L = L_p + L_M + L' + L'' \quad (1)$$

$$L_p = -\psi_p^* \left(\frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{i} \alpha \cdot (V - ie A_0) + M\beta \right) \psi_p$$

$$L_M = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right)^2 - (V\Phi)^2 - \mu^2 \Phi^2 \right)$$

$$L' = -\sqrt{4\pi} ig (\psi_p^* \beta \gamma_5 \Phi \psi_p)$$

$$L'' = -2\pi g^2 \lambda [\psi_p^* \sigma \psi_p] \cdot (\psi_p^* \sigma \psi_p) - (\psi_p^* \gamma_5 \psi_p) (\psi_p^* \gamma_5 \psi_p)]$$

In these equations A_0 is the vector potential of an external homogeneous magnetic field, ψ_p the (quantized) proton wave function, α, β the well known Dirac matrices³), σ the (four rowed) spin ma-

¹) This charge independence has recently been questioned. See J. M. BLATT, Phys. Rev., **74**, 92 (1948). Blatt's results may, however, be dependent on his special assumptions concerning the potential.

²) We have used natural units, $\hbar = c = 1$. M is the nucleon mass, μ the meson mass.

³) The specific representation which we use, however, has the usual representations of α_x and α_y interchanged. Cf. I, appendix.

trices, $\gamma_5 = i\alpha_x\alpha_y\alpha_z$ and g the coupling constant. The number λ which appears in L'' is an arbitrary constant. The presence of this term corresponds to the fact that one may get different versions of the pseudoscalar theory by adding an invariant term quadratic in the coupling constant (see Kemmer, op. cit.). The value of λ cannot be fixed a priori, but we shall see that L'' gives no contribution to the magnetic moment and therefore this arbitrariness is in no way disturbing for our calculations.

Using this Lagrangian density it is an easy matter to find the Hamiltonian density.

$$H = H_p + H_M + H' + H'' \quad (2)$$

Where

$$H_p = \psi_p^* \left(\frac{1}{i} \alpha \cdot (\nabla - ie A_0) + M\beta \right) \psi_p$$

$$H_M = \frac{1}{2} (\pi^2 + (\nabla \Phi)^2 + \mu^2 \Phi^2)$$

$$H' = \sqrt{4\pi} ig (\psi_p \beta \gamma_5 \Phi \psi_p)$$

$$H'' = 2\pi g^2 \lambda [(\psi_p^* \sigma \psi_p) \cdot (\psi_p^* \sigma \psi_p) - (\psi_p^* \gamma_5 \psi_p) (\psi_p^* \gamma_5 \psi_p)].$$

To carry out the quantization¹⁾ we write²⁾:

$$\psi_p = \sum_n a_n \psi_n$$

$$\Phi = \sum_p \frac{\alpha_p + \alpha_p^*}{\sqrt{2} \omega_p} e^{ip \cdot x}$$

$$\pi = i \sum_p \sqrt{\frac{\omega_p}{2}} (\alpha_p^* - \alpha_p) e^{ip \cdot x}.$$

The ψ_n are the solutions corresponding to the energy E_n of the Dirac equation in the presence of an homogeneous external field (cf. I, appendix). The quantities a_n and α_p satisfy the commutation rules of FERMİ-DIRAC and EINSTEIN-BOSE particles respectively, i. e. all

$$a_n^* a_{n'} + a_{n'} a_n^* = \delta_{nn'}$$

$$\alpha_p \alpha_p^* - \alpha_p^* \alpha_p = \delta_{pp'}$$

other commutators being zero. ω_p represents the energy of a free meson, $\omega_p = \sqrt{\mu^2 + p^2}$.

¹⁾ As a general reference for the methods of quantization used here, see G. WENTZEL, Einf. in die Quant. Theorie der Wellenfelder, Franz Deuticke, Wien (1943).

²⁾ Our solutions are normalized in a large box of volume V . However, since in all end results the quantity V drops out, we simply put it equal to 1.

Substituting in the Hamiltonian we obtain:

$$H_p = \sum_n a_n^* a_n E_n$$

$$H_M = \sum_p \alpha_p^* \alpha_p \omega_p$$

$$H' = \sqrt{4\pi} ig \sum_{n,n'} \sum_p a_n^* a_{n'} \alpha_p^* \frac{Q_{nn'}^{(p)}}{\sqrt{2} \omega_p} + C. C.$$

$$H'' = 2\pi g^2 \lambda \sum_{\substack{n,n' \\ m,m'}} a_n^* a_{n'} a_m^* a_{m'} R_{nn'mm'}$$

where

$$Q_{nn'}^{(p)} \equiv \int d^3x (\psi_n^* \beta \gamma_5 \psi_{n'}) e^{-ip \cdot x}$$

$$R_{nn'mm'} \equiv \int d^3x [(\psi_n \sigma \psi_{n'}) \cdot (\psi_m^* \sigma \psi_{m'}) - (\psi_n^* \gamma_5 \psi_{n'}) (\psi_m^* \gamma_5 \psi_{m'})].$$

Proceeding exactly as in the case of the electron, we calculate the energy of one proton in a state "m" (and no mesons present), to terms proportional to the square of the coupling constant. This means calculating the mean value of H'' for this state, and performing second order perturbation theory with respect to H' . The method is straightforward and proceeds exactly as in I. The results are:

$$E = E' + E'' \quad (3)$$

$$E' = -2\pi g^2 \left[\sum_p \frac{1}{\omega_p} \left\{ \sum_{E_n > 0} \frac{|Q_{nm}^{(p)}|^2}{\omega_p + E_n - E_m} - \sum_{E_n < 0} \frac{|Q_{mn}^{(p)}|}{\omega_p + |E_n| + E_m} \right\} + \sum_p \frac{Q_{nn}^{(p)*} Q_{mm}^{(p)} + Q_{mm}^{(p)*} Q_{nn}^{(p)}}{\omega_p^2} \right]$$

$$E'' = 2\pi g^2 \lambda \left(\sum_{E_n > 0} - \sum_{E_n < 0} \right) R_{mnnm} + 2\pi g^2 \lambda \sum_{E_n < 0} R_{mnmn}.$$

The characteristic minus signs which arise in the summations over negative energies come from the use of hole theory, and the definition of the true energy as the energy of the particle plus vacuum, minus the energy of the vacuum.

To make use of the method of I, it is now necessary to specialize the state "m". As was there shown, if we take "m" to be the solution of the DIRAC equation in which the energy is simply M , then any infinities in the mass or charge of the electron will not effect the magnetic moment. This means that simply by developing the quantity E in a power series in H_0 (external field) the linear

term in H_0 will converge and will give us directly the change in the magnetic moment of the nucleon. This expectation is borne out by the detailed calculation, from which one may conclude that in the pseudoscalar theory¹⁾ all the infinities are simply mass and charge infinities, just as in electrodynamics.

With this choice of state the evaluation of the matrix elements simple, and we shall only quote the results²⁾:

$$E' = -\pi g^2 \sum_p \frac{1}{\omega_p} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\left(\frac{2eH_0}{E_n(E_n+M)} \right)}{E_n + \omega_p - M} + \frac{\left(\frac{p_3^2}{E_n(E_n+M)} \right)}{E_n + \omega_p - M} \right] \frac{\xi^n}{n!} e^{-\xi} \right\} \\ - (M \rightarrow -M) \quad (4)$$

where

$$E_n \equiv \sqrt{M^2 + p_3^2 + 2eH_0 n} \\ \xi = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2eH_0}$$

and $(M \rightarrow -M)$ means that the same function of $-M$ is to be constructed.

$$E'' = \pi g^2 \lambda \sum_{p_1, p_2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2(E_{n+1}+M)}{E_{n+1}} + \frac{E_n+M}{E_n} - \frac{E_n-M}{E_n} \right) \\ - (M \rightarrow -M) \quad (5)$$

Simplification gives

$$E' = -\pi g^2 \sum_p \frac{1}{\omega_p} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{E_n - M}{\omega_p + E_n - M} \frac{1}{E_n} \frac{\xi^n}{n!} e^{-\xi} \right\} - (M \rightarrow -M) \quad (6)$$

$$E'' = (2M)(eH_0) \lambda g^2 \sum_{p_3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{E_{n+1}} + \frac{1}{E_n} \right). \quad (7)$$

In (7) we have replaced the summation over p_2 by $\frac{eH_0}{2\pi}$, which corresponds to keeping the particles present within the normali-

¹⁾ VILLARS (in unpublished calculations) has shown that even with this special state the magnetic moment of the nucleons diverges for the vector theory—with tensor coupling—which seems to indicate that in this version of the vector meson theory there are infinities in addition to the mass and charge terms. This result, incidently, prevents the calculation of the magnetic moments on the basis of a MÖLLER-ROSENFELD mixture.

The other version of vector meson theory (vector coupling, similar to coupling of electron to the electromagnetic field) has been investigated and found to give convergent magnetic moments.

²⁾ The calculation involves an integration over Hermite polynomials which has been carried through in I.

ization volume¹). Let us first calculate E'' . To terms linear in H_0 we have

$$E'' = 2 M e H_0 \lambda g^2 \sum_{p_1} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{E_n} - \frac{e H_0}{E_n^3} \right).$$

The EULER sum formula

$$\sum_{n=0}^{\infty} f(n) = \int_0^{\infty} f(x) dx + \frac{f(0)}{2} + \dots$$

provides an expansion in powers of H_0 . Keeping only the linear terms one obtains

$$E'' = 2 M (e H_0) \lambda g^2 \sum_{p_1} \left\{ \int_0^{\infty} dn \left(\frac{2}{E_n} - \frac{e H_0}{E_n^3} \right) + \left[\frac{1}{E_n} \right]_{n=0} \right\}.$$

The first term is independent of H_0 , and represents an infinite self energy. Dropping this, we get for the terms linear in H_0 :

$$E'' = 2 M (e H_0) \lambda g^2 \sum_{p_1} \left(\left[\frac{1}{E_n} \right]_{n=0} - e H_0 \int_0^{\infty} \frac{1}{E_n^3} dn \right).$$

However,

$$\int_0^{\infty} dn \frac{e H_0}{E_n^3} = \left[\frac{1}{E_n} \right]_{n=0}$$

and therefore

$$E'' = 0. \quad (8)$$

Returning now to the discussion of E' , we make use of the identity

$$\frac{1}{\omega_p} \frac{E_n - M}{\omega_p + E_n - M} = \left(\frac{1}{\omega_p} - \frac{1}{\omega_p + E_n - M} \right)$$

which transforms (6) into

$$E' = \pi g^2 \sum_p \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{E_n} \frac{1}{(\omega_p + E_n - M)} \frac{\xi^n}{n!} e^{-\xi} - (M \rightarrow -M). \quad (9)$$

Defining a quantity (Cf. I)

$$\begin{aligned} f(n) &= \frac{1}{E_n} \frac{1}{\omega_p + E_n - M} \\ &= f(\xi) + (n - \xi) f'(\xi) + \frac{(n - \xi)^2}{2} f''(\xi) + \dots \end{aligned}$$

¹) BETHE-SOMMERFELD, Hand. der Phys., XXIV, 2, page 478, Julius Springer, Berlin (1933).

we get

$$E' = \pi g^2 \sum_p \sum_{n=0}^{\infty} \left(f(\xi) + (n-\xi) f'(\xi) + \frac{(n-\xi)^2}{2} f''(\xi_1) + \dots \right) \frac{\xi^n}{n!} e^{-\xi} \\ - (M \rightarrow -M) \\ = \pi g^2 \sum_p \left(f(\xi) + \frac{\xi}{2} f''(\xi) + \dots \right) - (M \rightarrow M).$$

The first term of this expression is independent of H_0 and represents a self energy of the proton. We shall therefore drop it along with the remainder terms in the expansion, the latter representing higher powers of H_0 than the first. Therefore, for the purpose of calculating the magnetic moment we have

$$E' = \pi g^2 \sum_p \frac{\xi}{2} f''(\xi) - (M \rightarrow -M). \quad (10)$$

Carrying through the indicated differentiations one obtains

$$E' = \frac{\pi g^2 (e H_0)}{4} \sum_p (p_1^2 + p_2^2) \left[\frac{3}{\Omega^2 (\Omega + \omega - M)} + \frac{3}{\Omega (\Omega + \omega - M)^2} + \frac{2}{(\Omega + \omega - M^3)} \right] \frac{1}{\Omega^3} \\ - (M \rightarrow -M). \quad (11)$$

Here

$$\Omega \equiv \sqrt{M^2 + p^2}, \quad \omega \equiv \sqrt{\mu^2 + p^2}.$$

Noting the fact that the factor multiplying $p_1^2 + p_2^2$ in (11) is a function of p^2 only, so that we may replace $p_1^2 + p_2^2$ by $\left(\frac{2}{3}\right) p^2$, we get

$$E' = \frac{\pi g^2 (e H_0)}{3} (M) \sum_p p^2 \frac{1}{\Omega^3}$$

$$\left[\frac{3}{\Omega^2 ((\omega + \Omega)^2 - M^2)} + \frac{6 (\omega + \Omega)}{\Omega ((\omega + \Omega)^2 - M^2)^2} + \frac{2 (3 (\omega + \Omega)^2 + M^2)}{((\omega + \Omega)^2 - M^2)^3} \right].$$

Finally, we replace the sum by an integral

$$\left(\sum_p \rightarrow \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 \int d^3 p \right),$$

and carry out the angle integration:

$$E' = \frac{g^2 (e H_0) M}{6 \pi} \int_0^{\infty} dp \frac{p^2}{\Omega^3}$$

$$\left[\frac{3}{\Omega^2 ((\omega + \Omega)^2 - M^2)} + \frac{6 (\omega + \Omega)}{\Omega ((\omega + \Omega)^2 - M^2)^2} + \frac{2 (3 (\omega + \Omega)^2 + M^2)}{((\omega + \Omega)^2 - M^2)^3} \right]. \quad (12)$$

The integral in (12) is elementary, as may be seen by introducing the new variable z , defined by $\Omega + \omega = \sqrt{z}$. The result is

$$E_p' = \frac{g^2 (e H_0)}{8 \pi M} \left(1 + 2 \delta^2 - \frac{2 \delta^3 (3 - \delta^2)}{\sqrt{4 - \delta^2}} \cos^{-1} \frac{\delta}{2} - 2 (1 - \delta^2) \delta^2 \log \frac{1}{\delta} \right)$$

where δ is the ration of meson to proton (or neutron) mass.

$$\mu_p = - \frac{\partial E_p'}{\partial H_0} = - \frac{g^2}{\pi} \left(\frac{1}{4} + \frac{\delta^2}{2} - \frac{\delta^3 (3 - \delta^2) \cos^{-1} \delta/2}{2 \sqrt{4 - \delta^2}} - \frac{(1 - \delta^2) \delta^2}{2} \log \frac{1}{\delta} \right) \quad (13)$$

in units of the nuclear magneton.

III. Charged Theory.

The Lagrangian density is given by

$$L_c = L_p + L_N + L_{MC} + L_c' + L_c'' \quad (14)$$

Here L_p is defined as above, while

$$\begin{aligned} L_N &= - \psi_N^* \left(- \frac{1}{i} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{i} \alpha \cdot \nabla + M \beta \right) \psi_N \\ L_{MC} &= - \left(\frac{\partial \Phi^*}{\partial t} \right) \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) - (\nabla \Phi^* + i e A_0 \Phi^*) \cdot (\nabla \Phi - i e A_0 \Phi) - \mu^2 \Phi^* \Phi \\ L_c' &= - \sqrt{8 \pi} i g [(\psi_p^* \beta \gamma_5 \Phi \psi_N) + (\psi_N^* \beta \gamma_5 \Phi^* \psi_p)] \\ L_c'' &= 4 \pi g^2 \lambda [(\psi_p^* \sigma \psi_N) \cdot (\psi_N^* \sigma \psi_p) - (\psi_p^* \gamma_5 \psi_N) (\psi_N^* \gamma_5 \psi_p) \\ &\quad + (\psi_N^* \sigma \psi_p) \cdot (\psi_p^* \sigma \psi_N) - (\psi_N^* \gamma_5 \psi_p) (\psi_p^* \gamma_5 \psi_N)] \end{aligned}$$

ψ_N is the (quantized) wave function of the neutron, Φ the charged meson field. The term L_c'' gives a contribution ($-L_p'$) in the Hamiltonian density. Just as in the case of neutral mesons this term will give no contribution to the magnetic moment, and in what follows we shall drop it entirely. We then obtain for the Hamiltonian density

$$\begin{aligned} H_c &= H_p + H_N + H_{MC} + H_c' \\ H_N &= \psi_N^* (1/i \alpha \cdot \nabla + M \beta) \psi_N \\ H_{MC} &= \pi^* \pi + (\nabla \Phi^* + i e A_0 \Phi^*) \cdot (\nabla \Phi - i e A_0 \Phi) + \mu^2 \Phi^* \Phi \\ H_c' &= -L_c'. \end{aligned} \quad (15)$$

We now carry through the quantization by means of the relationships

$$\begin{aligned}\psi_N &= \sum_n b_n \tilde{\psi}_n \\ \psi_p &= \sum_n a_n \psi_n \\ \Phi &= \sum_l \frac{\alpha_l + \beta_l^*}{\sqrt{2} \varepsilon_l} \Phi_l \\ \pi^* &= -i \sum_l \sqrt{\frac{\varepsilon_l}{2}} (\alpha_l - \beta_l^*) \Phi_l.\end{aligned}\quad (16)$$

ψ_n are solutions of the DIRAC equation in the presence of an homogeneous magnetic field, $\tilde{\psi}_n$ are solutions of the field free DIRAC equation (corresponding to the energy \tilde{E}_n), and the Φ_l are solutions of the KLEIN-GORDON equation in the magnetic field. The quantities ε_l are the corresponding (positive) frequencies, i.e.

$$((\nabla - ieA_0)^2 - \mu^2) \Phi_l = \varepsilon_l^2 \Phi_l \quad (17)$$

The solutions of (17) are well known¹⁾. One finds that l is given by an integer $N \geq 0$ and two momenta k_2, k_3 :

$$\begin{aligned}\Phi_l &= e^{i(k_2 y + k_3 z)} e^{-\eta^2/2} H_N(\eta) \frac{(eH_0)^{1/4}}{\pi^{1/4} 2^{N/2} \sqrt{N!}}, \quad \eta \equiv \sqrt{eH_0} \left(x - \frac{k_2}{eH_0}\right) \\ \varepsilon_l &= \sqrt{\mu^2 + k_3^2 + 2eH_0(N + 1/2)}.\end{aligned}$$

The quantities H_N are the ordinary Hermite polynomials.

The quantities a_n, b_n satisfy FERMI-DIRAC commutation rules, the quantities α_l, β_l EINSTEIN-BOSE ones. Using (16) we obtain

$$\begin{aligned}H_p &= \sum_n a_n^* a_n E_n \\ H_N &= \sum_n b_n^* b_n \tilde{E}_n \\ H_{MC} &= \sum_l (\alpha_l^* \alpha_l + \beta_l^* \beta_l) \varepsilon_l \\ H_c' &= \sqrt{4\pi} ig \sum_{n,l} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_l}} a_n^* b_m T_{nm}^{(l)} (\alpha_l + \beta_l^*) + c. c. \\ T_{nm}^{(l)} &\equiv \int d^3x (\psi_n^* \beta \gamma_5 \Phi_l \tilde{\psi}_m).\end{aligned}\quad (18)$$

It is now necessary to calculate the energy of a neutron or proton in the state "m", where "m" is again the special state which avoids the divergencies in the mass and charge. This choice is necessary

¹⁾ BETHE-SOMMERFELD, Hand. der Phys., XXIV, 2, page 478, Julius Springer, Berlin (1933).

here only in the case of the proton: for the neutron (since its energy is always independent of H_0) any state would do. We calculate with the state "m", however, because it is mathematically the simplest state to handle. Straightforward second order perturbation theory then leads to the result (E_N^c, E_P^c being the corrections to the energy of the neutron and proton respectively):

$$E_N^c = -4\pi g^2 \sum_l \frac{1}{\varepsilon_l} \left\{ \sum_{\tilde{E}_m > 0} \frac{|T_{nm}^{(l)}|^2}{E_n + \varepsilon_l - M} - \sum_{\tilde{E}_m < 0} \frac{|T_{nm}^{(l)}|^2}{|E_n| + \varepsilon_l + M} \right\}. \quad (19)$$

$$E_P^c = -4\pi g^2 \sum_l \frac{1}{\varepsilon_l} \left\{ \sum_{\tilde{E}_n > 0} \frac{|T_{mn}^{(l)}|^2}{\tilde{E}_n + \varepsilon_l - M} - \sum_{\tilde{E}_n < 0} \frac{|T_{mn}^{(l)}|^2}{|\tilde{E}_n| + \varepsilon_l + M} \right\}. \quad (20)$$

Calculation of the matrix elements gives

$$E_N^c = -2\pi g^2 \sum_{l_3, p_3} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{2eH_0(n+1)}{\varepsilon_{n+3/2} E_{n+1} (E_{n+1} + M) (E_{n+1} + \varepsilon_{n+3/2} - M)} + \frac{p_3^2}{\varepsilon_{n+1/2} E_n (E_n + M) (E_n + \varepsilon_{n+1/2} - M)} \right\} - (M \rightarrow -M). \quad (21)$$

$$E_P^c = -2\pi g^2 \sum_p \sum_{N=0}^{\infty} \left\{ \frac{p_1^2 + p_3^2}{(\Omega + \varepsilon_{N+1/2} - M)} + \frac{p_3^2}{(\Omega + \varepsilon_{N+1/2} - M)} \right\} \frac{e^{-\xi}}{\Omega(\Omega + M)} \frac{\xi^N}{N!} - (M \rightarrow -M). \quad (22)$$

$$E_n \equiv \sqrt{M^2 + p_3^2 + 2eH_0 n}$$

$$\varepsilon_n \equiv \sqrt{\mu^2 + p_3^2 + 2eH_0 n}$$

$$\Omega \equiv \sqrt{M^2 + p^2}$$

$$\xi = \frac{p_1^2 + p_2^2}{2eH_0}.$$

Let us first calculate E_N^c .

$$\begin{aligned} E_N^c &= -2\pi g^2 \frac{eH_0}{2\pi} \sum_{p_3} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{p_3^2 + 2eH_0 n}{\varepsilon_{n+1/2} E_n (E_n + M) (E_n + \varepsilon_{n+1/2} - M)} \right\} - (M \rightarrow -M). \\ &= -g^2 (eH_0) \sum_{p_3} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{E_n - M}{\varepsilon_{n+1/2} E_n (E_n + \varepsilon_{n+1/2} - M)} \right\} - (M \rightarrow M). \\ &= g^2 (eH_0) \sum_{P_3} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{E_n (E_n + \varepsilon_{n+1/2} - M)} - (M \rightarrow -M). \\ &= g^2 (eH_0) \sum_{P_3} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{E_n (E_n + \varepsilon_n - M)} - \frac{1}{E_n (E_n + \varepsilon_n - M)^2} \frac{eH_0}{2\varepsilon_n} \right\} \\ &\quad + O(H_0^2) - (M \rightarrow -M^2). \end{aligned}$$

Using once more the EULER sum formula used in the evaluation of (7), and dropping self energy terms and those which are proportional to the square of the field strength, we get

$$\begin{aligned}
 E_N^c &= g^2 (e H_0) \sum_{p_3} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{E_n (E_n + \varepsilon_n - M)} \right]_{n=0} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{e H_0}{2} \int_0^\infty dn \frac{1}{E_n \varepsilon_n (E_n + \varepsilon_n - M)^2} \right\} - (M \rightarrow -M). \\
 &= g^2 \frac{e H_0}{2 \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_3 \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{1}{E_n (E_n + \varepsilon_n - M)} \right]_{n=0} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{e H_0}{2} \int_0^\infty dn \frac{1}{E_n \varepsilon_n (E_n + \varepsilon_n - M)^2} \right\} - (M \rightarrow -M).
 \end{aligned}$$

The second integral may be considerably simplified. Let $r^2 = 2 e H \cdot n$, $\omega = \sqrt{\mu^2 + p^2}$, $\Omega = \sqrt{\mu^2 + p^2}$, $p^2 = p_3^2 + r^2$, then

$$\begin{aligned}
 \int_{-\infty}^\infty dp_3 \int_0^\infty dn \frac{e H_0}{E_n \varepsilon_n (E_n + \varepsilon_n - M)^2} &= \int_{-\infty}^\infty dp_3 \int_0^\infty r dr \frac{1}{\Omega \omega (\omega + \Omega - M)^2} \\
 &= \frac{1}{2 \pi} \int d^3 p \frac{1}{\omega \Omega (\omega + \Omega - M)^2} = 2 \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\omega \Omega (\omega + \Omega - M)^2} \\
 &= \int_{-\infty}^\infty dp \frac{p^2}{\omega \Omega (\omega + \Omega - M)^2}.
 \end{aligned}$$

Therefore

$$\begin{aligned}
 E_N^c &= \frac{(e H_0) g^2}{4 \pi} \int_{-\infty}^\infty dp \left\{ \frac{1}{\Omega (\omega + \Omega - M)} - \frac{p^2}{\Omega \omega (\omega + \Omega - M)^2} \right\} - (M \rightarrow -M) \\
 &= \frac{(e H_0) g^2}{\pi} \int_0^\infty dp \left\{ \frac{1}{\Omega ((\omega + \Omega)^2 - M^2)} - \frac{p^2}{\omega \Omega ((\omega + \Omega)^2 - M^2)^2} \right\}. \quad (23)
 \end{aligned}$$

The integral in (23) is elementary, and may be reduced to known form by the same substitution that was used in (12). The result is

$$\begin{aligned}
 E_N^c &= \frac{(e H_0) g^2}{2 \pi} \frac{1}{M} \left(1 - \frac{\delta (2 - \delta^2)}{\sqrt{4 - \delta^2}} \cos^{-1} \frac{\delta}{2} + \delta^2 \log \frac{1}{\delta} \right) \\
 \mu_N^c &= - \frac{g^2}{\pi} \left(1 - \frac{\delta (2 - \delta^2)}{\sqrt{4 - \delta^2}} \cos^{-1} \frac{\delta}{2} + \delta^2 \log \frac{1}{\delta} \right) \quad (24)
 \end{aligned}$$

Proceeding to E_P^c , we may write (22) as

$$\begin{aligned} E_P^c = & + 2\pi g^2 \sum_p \sum_{N=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\Omega(\Omega + \varepsilon_N + \frac{1}{2} - M)} \right\} \frac{\xi^N}{N!} e^{-\xi} - (M \rightarrow -M) \\ & = 2\pi g^2 \sum_p \sum_{N=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\Omega(\Omega + \varepsilon_N - M)} - \frac{eH_0}{2\varepsilon_N} \frac{1}{(\Omega + \varepsilon_N - M)^2} \right\} \frac{\xi^N}{N!} e^{-\xi} \\ & \quad - (M \rightarrow -M) + O(H_0^2). \end{aligned}$$

Define a function

$$g(N) = \frac{1}{\varepsilon_N + \Omega - M} = g(\xi) + (N - \xi)g'(\xi) + \frac{(N - \xi)^2}{2}g''(\xi) + \dots$$

Then, after dropping the self energy terms and terms in H_0^2 , we get

$$E_P^c = 2\pi g^2 \sum_p \frac{1}{\Omega} \left\{ \frac{\xi}{2} g''(\xi) - \frac{eH_0}{2\omega} \frac{1}{(\omega + \Omega - M)^2} \right\} - (M \rightarrow -M).$$

Carrying out the x differentiation yields:

$$\begin{aligned} E_P^c &= \pi g^2 (eH_0) \sum_p \frac{1}{\Omega} \left\{ \frac{p_1^2 + p_2^2}{2(\omega + \Omega - M)^2 \omega^2} \left(\frac{1}{\omega} + \frac{2}{\omega + \Omega - M} \right) - \frac{1}{\omega} \frac{1}{(\omega + \Omega - M)^2} \right\} \\ & \quad - (M \rightarrow -M) \\ &= \pi g^2 (eH_0) \sum_p \frac{1}{\Omega} \left\{ \frac{p^2}{3(\omega + \Omega - M)^2 \omega^2} \left(\frac{1}{\omega} + \frac{2}{\omega + \Omega - M} \right) - \frac{1}{\omega} \frac{1}{(\omega + \Omega - M)^2} \right\} \\ & \quad - (M \rightarrow -M) \\ &= \frac{g^2(eH_0)}{2\pi} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\Omega\omega} \left[\frac{2}{3} \frac{p^2}{\omega(\omega + \Omega - M)^3} + \frac{1}{(\omega + \Omega - M)^2} \left(\frac{1}{3} \frac{p^2}{\omega^2} - 1 \right) \right] \\ & \quad - (M \rightarrow -M) \\ &= \frac{2g^2(eH_0)}{\pi} \int_0^\infty dp \frac{p^2}{\omega\Omega} \left[\frac{1}{3} \frac{p^2 [3(\omega + \Omega)^2 + M^2]}{\omega((\omega + \Omega)^2 - M^2)^3} - \frac{(\Omega + \omega)}{((\omega + \Omega)^2 - M^2)^2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\omega^2}{p^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (25)$$

Just as in (12) and (23) the integral of (25) is elementary. One obtains

$$\begin{aligned} E_P^c &= -\frac{g^2(eH_0)}{2M\pi} \left(\frac{1}{2} - \delta^2 - \frac{\delta(2 - 4\delta^2 + \delta^4)}{\sqrt{4 - \delta^2}} \cos^{-1} \frac{\delta}{2} + \delta^2(2 - \delta^2) \log \frac{1}{\delta} \right) \\ \mu_P^c &= \frac{g^2}{\pi} \left(\frac{1}{2} - \delta^2 - \frac{\delta(2 - 4\delta^2 + \delta^4)}{\sqrt{4 - \delta^2}} \cos^{-1} \frac{\delta}{2} + \delta^2(2 - \delta^2) \log \frac{1}{\delta} \right). \end{aligned} \quad (26)$$

IV. The Pseudovector Coupling.

With this coupling the interactions L' and L'_c are replaced by

$$L' \text{ (pseudovector coupling)} = -\sqrt{4\pi} f \left(\psi_p^* \left(\sigma \cdot \nabla \Phi - \gamma_5 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right) \psi_p \right)$$

$$L'_c \text{ (pseudovector coupling)} = -\sqrt{8\pi} f \left[\left(\psi_p^* \left[\sigma \cdot (\nabla - ie A_0) \Phi - \gamma_5 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right] \psi_N \right) \right. \\ \left. + \left(\psi_N^* \left[\sigma \cdot (\nabla + (ie A_0) \Phi^* - \gamma_5 \frac{\partial \Phi^*}{\partial t} \right] \psi_p \right) \right]$$

When the coupling constants are related by $g^2 = (2Mf)^2$, then the two types of coupling give identical results. The values usually given in the literature¹⁾ are $(fM)^2 \sim 9$, for the meson mass equal to either 200 or 325 electron masses. These values are extremely tentative, however, and possibly should be subject to suspicion even in so far as order of magnitude goes.

V. Summary of Results²⁾.

Neutral Mesons.

$$\mu_N = 0$$

$$\mu_p = -\frac{g^2}{\pi} \left(\frac{1}{4} + \frac{\delta^2}{2} - \frac{\delta^3(3-\delta^2)}{2\sqrt{4-\delta^2}} \cos^{-1} \frac{\delta}{2} - \frac{\delta^2}{2} (1-\delta^2) \log \frac{1}{\delta} \right).$$

Charged Mesons.

$$\mu_N^c = -\frac{g^2}{\pi} \left(1 - \frac{\delta(2-\delta^2)}{\sqrt{4-\delta^2}} \cos^{-1} \frac{\delta}{2} + \delta^2 \log \frac{1}{\delta} \right).$$

$$\mu_P^c = \frac{g^2}{\pi} \left(\frac{1}{2} - \delta^2 - \frac{\delta(2-4\delta^2+\delta^2)}{\sqrt{4-\delta^2}} \cos^{-1} \frac{\delta}{2} + \delta^2(2-\delta^2) \log \frac{1}{\delta} \right).$$

Symmetrical Theory.

$$\mu_N^s = \mu_N^c$$

$$\mu_P^s = \mu_P^c + \mu_P.$$

The units are those of the nuclear magneton, and δ is the ratio of meson to proton mass. When the above numerical values for the coupling constant and meson mass are used, one obtains:

A) $\mu \sim 325 m$ (electron).

$$\begin{array}{lll} \mu_N = 0 & \mu_N^c \sim -8 & \mu_N^s \sim -8 \\ \mu_P \sim -2.8 & \mu_P^c \sim 2.5 & \mu_P^s \sim -3. \end{array}$$

¹⁾ F. VILLARS, *Helv. Phys. Acta*, XX, 476 (1947).

²⁾ These results satisfy the relationship $\mu_N^c + \mu_P^c = 2\mu_N^s$, which has a general validity in the g^2 -approximation. (The factor 2 appears because we have chosen the coupling constant differently for charged and neutral theory.)

B) $\mu \sim 200 m$ (electron).

$$\begin{array}{lll} \mu_N = 0 & \mu_N^c \sim -9.3 & \mu_N^g \sim -9.3 \\ \mu_P \sim -2.8 & \mu_P^c \sim 3.6 & \mu_P^g \sim .8. \end{array}$$

$$\mu_N (\text{experimental}) = -1.9103$$

$$\mu_P (\text{experimental}) = 1.7896$$

It is clear that none of the theories give agreement with experiment. More disturbing than the incorrectness of the absolute values is that of the ratio of the two moments. This is independent of the value of the coupling constant, and depends only on the ratio δ . It seems impossible to fit the data with any value of δ . Whether the error lies in the model (pseudoscalar mesons) or in the use of perturbation theory remains an open question.

In conclusion I should like to thank Dr. F. VILLARS for suggesting this problem, and for much help in its solution. I am also indebted to Prof. W. PAULI and Dr. RES JOST for many stimulating and helpful discussions.

Une nouvelle source d'électrons et son inversion comme source d'ions

par P. Lorrain.

Laboratory of Nuclear Studies, Cornell University, Ithaca, N. Y., USA.

(2 X 1949).

Monsieur R. KELLER a publié récemment dans les HPA sous ce titre¹⁾ un article où il décrit une décharge du type Penning²⁾ pouvant servir également comme source d'électrons ou d'ions. Je désire attirer l'attention sur le fait que j'ai moi-même décrit l'an dernier une source du même genre³⁾ pouvant servir à produire soit un faisceau d'ions, soit un faisceau d'électrons⁴⁾. Les considérations de M. KELLER sur les raisons qui font que cette source est ponctuelle et monochromatique sont toutefois nouvelles et évidemment très importantes.

Ma source comporte des cathodes de magnésium, ce qui réduit la différence de potentiel aux bornes avec l'hydrogène à 200 ou 300 volts seulement, à une pression de quelques microns de mercure. La décharge est tout-à-fait stable et s'allume sans aucune difficulté. J'ai réalisé quelques sources entièrement métalliques et démontables, assemblées avec des garnitures de caoutchouc. Les faisceaux d'ions sont de quelques milliampères, et l'étalement des énergies est inférieur à quelques volts.

W. E. PARKINS a également publié un travail sur une source d'électrons de ce genre⁵⁾.

Il serait peut-être utile de noter ici qu'il existe un autre type de décharge à cathode froide pouvant se maintenir à quelques centaines de volts à une pression de l'ordre du micron. Dans la décharge du type PENNING²⁾, les électrons oscillent entre les deux cathodes le long des lignes de force du champ magnétique. Leur parcours est très long par rapport aux dimensions de la source et la décharge se comporte comme si la pression était beaucoup plus élevée qu'elle ne l'est en réalité. On obtient un effet semblable si l'on utilise comme électrodes deux cylindres coaxiaux en présence d'un champ magnétique axial de quelques centaines de gauss, le cylindre extérieur étant négatif et le cylindre intérieur étant positif. Si la différence des rayons des électrodes est de l'ordre de 1 centimètre ou plus, les électrons émis par la cathode décrivent alors

des cycloïdes dans des plans perpendiculaires à l'axe de symétrie et n'atteignent l'anode qu'après un très long parcours. J'ai fait quelques essais avec une décharge de ce genre, telle qu'illustrée dans la figure 1⁶⁾. La cathode était munie de plaques *P* à ses extrémités afin de conserver les électrons. Dans ces conditions, il peut s'établir une décharge du type Penning entre ces plaques et l'anode²⁾, mais pour les dimensions indiquées, la décharge n'a lieu qu'entre les surfaces cylindriques. Ceci est démontré par le fait que la partie



Fig. 1.

cylindrique de la cathode se maintient propre par pulvérisation cathodique, alors que les surfaces intérieures des plaques *P* noircissent rapidement. La pression et le champ magnétique requis, la différence de potentiel aux bornes et les courants sont du même ordre de grandeur que pour la décharge Penning. Ce type de décharge est mentionné par ENGEL et STEINBECK⁷⁾ et F. M. PENNING l'a étudié afin de l'utiliser pour un redresseur à haute tension⁸⁾.

LITTÉRATURE.

- ¹⁾ R. KELLER. H. P. A. XXI, 170 (1948).
- ²⁾ F. M. PENNING, Physica IV, 71 (1937).
- ³⁾ P. LORRAIN, Canadian Journal of Research, A, 25, 338 (1947).
- ⁴⁾ Ib. page 354.
- ⁵⁾ W. E. PARKINS, Manhattan District Declassified Document #660. Atomic Energy Commission, Oak Ridge, Tenn., USA.
- ⁶⁾ P. LORRAIN, Rapport PD-158, non publié. A cold cathode discharge for use in an ion source. Conseil National de Recherche, Ottawa, Canada 1945.
- ⁷⁾ ENGEL et STEINBECK, Elektrische Gasentladungen II, page 236.
- ⁸⁾ F. M. PENNING, Physica III, 9, 873 (1936).

Koeffizienten der inneren Konversion für magnetische Multipolstrahlung

von R. Schafroth (ETH., Zürich).

(16. X. 1948.)

Über Koeffizienten der inneren Konversion existieren eine ganze Anzahl theoretischer Berechnungen; insbesondere haben DANCOFF und MORRISON¹⁾ dieselben für K -Elektronen im Falle von Kernen kleiner Ladung ($Z \lesssim 40$) und weicher γ -Strahlung ($\hbar\omega \ll m_0 c^2$), d. h. im unrelativistischen Grenzfall, für beliebige Multipolstrahlung berechnet. Dabei ergibt sich in ihrer Näherung für den Konversionskoeffizienten magnetischer Multipolstrahlung exakt Null. Dies beruht darauf, dass eine magnetische 2^l -Pol-Strahlung einen Drehimpuls l und eine Parität $(-1)^{l+1}$ trägt, während Elektronen den Bahnimpuls l mit einer Parität $(-1)^l$ verbinden: Übergänge können also nur bei Ankoppelung des Spins stattfinden. Es dürfte ein gewisses Interesse haben, durch eine bessere Näherung, welche den Spin in Rechnung zieht, einen formelmässigen Ausdruck für diesen Koeffizienten zu gewinnen: das ist das Ziel dieser Arbeit. Es wird erreicht, indem ausgehend von der unrelativistischen Wellenmechanik durch störungsmässige Berücksichtigung der Spin-korrektion ein Anschluss an die Diracsche Theorie hergestellt wird, im Sinne einer Entwicklung nach Potenzen von $Z\alpha$ ($\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$), nach dem bekannten Verfahren von SOMMERFELD²⁾³⁾. Die DANCOFFSche Näherung erscheint dann als nulltes Glied dieser Entwicklung, welche hier bis zur zweiten Ordnung getrieben wird.

Grundsätzlich kann unsere Methode nicht nur einen Ausdruck für den Konversionskoeffizienten magnetischer Multipolstrahlung liefern, sondern auch Korrekturen der Grössenordnung $(Z\alpha)^2$ zur DANCOFFSchen Formel, deren Genauigkeit damit noch bei $Z = 40$ von ca. 10% auf ca. 1% erhöht würde. Leider zeigt es sich jedoch, dass die Berechnung dieser Korrekturen auf hochkomplizierte, nicht explizite auswertbare transzendente Ausdrücke führt, deren numerische Berechnung sich wegen der der Methode innewohnenden Beschränkungen (s. u.) kaum lohnen würde.

Für die Berechnung der Konversionskoeffizienten wird in üblicher Weise der Kern durch einen Multipolstrahler ersetzt. Der Sinn dieser Schematisierung ist der, dass aus den gemessenen

Koeffizienten durch Vergleich mit den auf diese Weise gewonnenen theoretischen Formeln Rückschlüsse auf die Anregungsstärken der verschiedenen Multipolordnungen in der γ -Strahlung gezogen werden können, was wiederum Aussagen über Symmetrien im Kernbau, isomere Zustände usw. gestattet.

Allgemeine Ausdrücke für das Feld eines Multipolstrahlers sind von HEITLER²⁾ angegeben worden. Sie enthalten Hankelsche Funktionen, die die explizite Ausrechnung der auftretenden Integrale verunmöglichen. Für weiche γ -Strahlung indessen, für die der Radius der K -Schale klein ist gegen die Wellenlänge, kann man leicht einsehen, dass man von den Potentialen nur den im Ursprung singulärsten Anteil zu berücksichtigen braucht, da die übrigen einen Beitrag geben, der um einen Faktor $\eta = \hbar\omega/m_0c^2$ kleiner ist. Deshalb beschränken wir unsere Rechnungen auf γ -Linien kleiner Energie, obschon das Sommerfeldsche Verfahren an und für sich gestatten würde, die Massenveränderlichkeit exakt zu berücksichtigen und daher für beliebig hohe Energien gültig bliebe.

In der erwähnten Näherung werden die Potentiale eines magnetischen Multipols (in der für diesen Fall günstigsten Eichung:

$$\text{div } \vec{A} = 0):$$

$$\left. \begin{aligned} \Phi &= 0 \\ A_z &= e^{-i\omega t} \frac{p_l^m \cdot Y_l^m(\theta, \varphi)}{r^{l+1}} \\ A_x \pm iA_y &= -e^{-i\omega t} \cdot \frac{1}{m} \cdot \sqrt{(l \mp m)(l \pm m + 1)} \cdot \frac{p_l^m \cdot Y_l^{m \pm 1}(\theta, \varphi)}{r^{l+1}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Die ausgestrahlte Intensität ist:

$$N = \frac{1}{2\pi\hbar} \cdot (p_l^m)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2l+1} \frac{2^{2l} \cdot (l!)^2}{(2l!)^2} \frac{l(l+1)}{m^2} \text{ Quanten/sec.} \quad (2)$$

Für die Elektronen verwenden wir die sich aus dem Sommerfeldschen Verfahren ergebenden Eigenfunktionen erster Näherung in $Z\alpha$ unter Vernachlässigung der Wechselwirkung mit den übrigen Elektronen, was für leichte Elemente eine wohl legitime Vernachlässigung ist. Diese Eigenfunktionen sind (vgl. ³⁾):

K-Schale:

$$\left. \begin{aligned} \psi_0 &= (\Psi_0^0 + \vec{\Psi}_0^1 \cdot \vec{\alpha}) u_0 \\ \Psi_0^0 &= N_0 e^{-ar}, \quad \vec{\Psi}_0^1 = \frac{i}{2} N_0 \cdot Z\alpha \cdot \frac{\vec{r}}{r} e^{-ar} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

wo

$$N_0 = \sqrt{\frac{a^3}{\pi}}, \quad a = Z\alpha \cdot \mu, \quad \mu = \frac{m_0 c}{\hbar}$$

$\vec{\alpha}$ der Stromoperator der Diractheorie,

u_0 ein Spinor zum Impuls Null und positiver Energie.

Kontinuierliches Spektrum: Am einfachsten lässt sich die Eigenfunktion anschreiben, die einer asymptotisch ebenen Welle mit Wellenvektor \vec{k} entspricht:

$$\left. \begin{aligned} \psi(\vec{k}) &= (\Psi^0(\vec{k}) + \vec{\Psi}^1(\vec{k}) \cdot \vec{\alpha}) u(\vec{k}) \\ \Psi^0(\vec{k}) &= N_k e^{i\vec{k}\vec{r}} L_{-in} [i(kr - \vec{k}\vec{r})] \\ \vec{\Psi}^1(\vec{k}) &= N_k \cdot \frac{Z\alpha}{2n} \left(\frac{\vec{r}}{r} - \frac{\vec{k}}{k} \right) e^{i\vec{k}\vec{r}} L_{-in} [i(kr - \vec{k}\vec{r})] \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

wo

$$N_k = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{n}{1 - e^{-2\pi n}}}, \quad n = \frac{a}{k}$$

$u(\vec{k})$ ein Spinor zum Impuls \vec{k} und positiver Energie.

$L_r(x)$ die überall endliche Lösung der Laguerreschen Differentialgleichung zum Parameter r :

$$L_r(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} (-1)^{\nu} \binom{r}{\nu} \frac{x^{\nu}}{\nu!}.$$

Für die explizite Ausrechnung ist man allerdings genötigt, zu Drehimpulseigenfunktionen überzugehen; dies geschieht mittels der Entwicklung (vgl. ³⁾):

$$\begin{aligned} & e^{i\vec{k}\vec{r}} L_{-in} [i(kr - \vec{k}\vec{r})] \\ &= \sum_{\lambda=0}^{\infty} \frac{\Gamma(1+\lambda-in)}{2\lambda! \Gamma(1-in)} e^{-ikr} (2ikr)^{\lambda} F(1+\lambda+in, 2\lambda+2; 2ikr) \cdot P_{\lambda}(\cos \vartheta) \end{aligned} \quad (5)$$

Mit diesen Hilfsmitteln ist die Übergangswahrscheinlichkeit pro Zeiteinheit des Elektrons aus der K -Schale ins kontinuierliche Spektrum gegeben durch

$$W = \frac{2\pi}{\hbar} \int_{\omega} \sum |\langle 0 | \Omega | \vec{k} \rangle|^2 d\omega \cdot k^2 \frac{dk}{dE} \quad (6)$$

wo die Integration über die Richtungen des \vec{k} -Vektors im Endzustand läuft, Σ die Summation über die Spinrichtungen im End- und im Anfangszustand bedeutet (die K -Schale enthält ja ein Elektron für beide Spinrichtungen!) und für k der aus dem Energiesatz folgende Wert einzusetzen ist. Ferner ist:

$$\langle 0 | \Omega | \vec{k} \rangle = e \int d^3r (\psi_0^* \vec{\alpha} \vec{A} \psi(\vec{k})). \quad (7)$$

Den gesuchten Koeffizienten der inneren Konversion erhalten wir daraus durch Division durch die Anzahl (2) der pro sec emittierten Quanten.

Da für unsern Fall das Matrixelement nullter Näherung verschwindet, wird das niederste Glied proportional $(Z\alpha)^2$ und gegeben durch das Quadrat des Matrixelementes 1. Ordnung:

$$(0 | \Omega_1 | \tilde{k}) = e \int d^3r [u(\tilde{k})^* \Psi^0(\tilde{k})^* (\tilde{\alpha} \tilde{A}) \tilde{\alpha} \tilde{\Psi}_0^1 u_0] \\ + e \int d^3r [u(\tilde{k})^* \tilde{\alpha} \tilde{\Psi}_0^1 (\tilde{k}) (\tilde{\alpha} \tilde{A}) \Psi_0^0 u_0].$$

Beachten wir noch, dass $(\tilde{\alpha} \tilde{a}) (\tilde{\alpha} \tilde{b}) = (\tilde{a} \tilde{b}) + i (\tilde{\sigma} \cdot \tilde{a} \times \tilde{b})$, wo $\tilde{\sigma}$ der Spinoperator ist, so wird:

$$(0 | \Omega_1 | \tilde{k}) = e (u(\tilde{k})^* u_0) (V + W) + i e (u(\tilde{k})^* \tilde{\sigma} u_0) (\tilde{V} + \tilde{W})$$

mit:

$$V = \int d^3r (\Psi^0(\tilde{k})^* \tilde{A} \cdot \tilde{\Psi}_0^1) \\ W = \int d^3r (\tilde{\Psi}_0^1(\tilde{k})^* \cdot \tilde{A} \Psi_0^0) \\ \tilde{V} = \int d^3r (\Psi^0(\tilde{k})^* \tilde{A} \times \tilde{\Psi}_0^1) \\ \tilde{W} = \int d^3r (\tilde{\Psi}_0^1(\tilde{k})^* \times \tilde{A} \Psi_0^0).$$

Damit schliesslich:

$$\sum |(0 | \Omega_1 | \tilde{k})|^2 = e^2 \{ |V + W|^2 + |\tilde{V} + \tilde{W}|^2 \} \quad (8)$$

Es lässt sich nun relativ leicht zeigen, dass V und W verschwinden, hingegen ist die Berechnung von \tilde{V} und \tilde{W} sehr langwierig und mühsam. Auf ihre Wiedergabe möge daher verzichtet und nur das Resultat angeschrieben werden:

Der Koeffizient der inneren Konversion für magnetische 2^l -Pol-Strahlung ist:

$$\beta_l = \alpha \cdot (Z\alpha)^2 \cdot \left[\Gamma\left(l + \frac{1}{2}\right)^2 \right] \frac{4^{2l}}{(2l+1)!^2} \cdot W_l \cdot \frac{n^4}{1 - e^{-2\pi n}} \cdot \frac{1}{(1+n^2)^l} \cdot \left(\frac{2}{\eta}\right)^{l+1} \times \\ \times \left\{ \frac{l}{2l+1} \left[\frac{D_1^2}{(1+l)^2 + n^2} + \frac{E_1^2 + F_1^2}{1+n^2} + 2 \frac{D_1 E_1 (1+l-n^2) + D_1 F_1 (2+l)n}{[(1+l)^2 + n^2](1+n^2)} \right] + \right. \\ \left. + \frac{l+1}{2l+1} \left[\frac{D_2^2}{l^2 + n^2} + \frac{E_2^2 + F_2^2}{1+n^2} + 2 \frac{D_2 E_2 (l-n^2) + D_2 F_2 (l-1)n}{(l^2 + n^2)(1+n^2)} \right] \right\}. \quad (9)$$

Dabei ist:

$$D_1 = -\frac{n-1}{2n^3} \left[(2l+1) - \frac{(2l+1)!}{4^l W_l} (1+n^2) (1+2n^2(l+2)) G_l \right] \\ E_1 = -\frac{1}{n^3} \frac{1}{l(l+1)} \left[l^2 - \frac{2l!}{4^l W_l} (l^2 + n^2 (2l^3 + 3l^2 + l + 1)) (1+n^2) G_l \right] \\ F_1 = +\frac{1}{2n} \frac{1}{l+1} \left[(2l+1) - \frac{(2l+1)!}{4^l W_l} (1+2n^2(l+3)) (1+n^2) G_l \right] \quad (10)$$

$$\left. \begin{aligned} D_2 &= + \frac{n-1}{n^2} \frac{1}{l+1} \left[l^2 (2l+1) - \frac{(2l+1)!}{4^l W_l} (l^2+n^2) (1+n^2) G_l \right] \\ E_2 &= + \frac{1}{n^2} \frac{1}{l+1} \left[2l^2 - \frac{2l!}{4^l W_l} (2l^2+n^2(1-3l-2l^2))(1+n^2) G_l \right] \\ F_2 &= + \frac{1}{2n} \frac{1}{l+1} \left[(2l+1)^2 - \frac{(2l+1)!}{4^l W_l} ((2l+1)l+2n^2(1+3l+2l^2)) \right. \\ &\quad \left. (1+n^2) G_l \right] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

und

$$\left. \begin{aligned} G_l &= (1+n^2)^{l-2} (l+1) e^{-2n \arccotg n} - V_l \\ V_l &= - \frac{4^l W_l}{(2l)!} \frac{1}{(1+n^2)^2} \left\{ 1 + in \frac{1+l}{l-in} F\left(1, -2l; 1+in-l; \frac{1+in}{2}\right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$W_l = \left| \frac{\Gamma(1+l+in)}{\Gamma(1+in)} \right|^2 = (1+n^2) (4+n^2) \dots (l^2+n^2). \quad (13)$$

Die hypergeometrische Reihe in (12) bricht wegen des negativ ganzen Index $(-2l)$ ab, so dass sie elementar auswertbar ist. Es gilt für V_l folgende Rekursionsformel:

$$V_{l+1} = V_l \cdot \frac{l+2}{l+1} (1+n^2) + \frac{2^{2l+1}}{(2l+2)!} \frac{l \cdot W_l}{1+n^2} \quad (14)$$

mit

$$V_0 = 0, V_1 = 0$$

(Dieses V_l ist dasselbe wie in der Arbeit von DANCOFF¹).

Ferner sei nochmals an die Bezeichnungen erinnert:

$$1/a = \text{Radius der } K\text{-Schale: } a = Z\alpha \mu, \quad \mu = \frac{m_0 c}{\hbar}$$

$$n = a/k = Z\alpha / \sqrt{2\eta - (Z\alpha)^2} \quad (\text{Energiesatz})$$

$$\eta = \frac{\hbar \omega}{m_0 c^2} = \frac{\gamma \cdot \text{Energie}}{m_0 c^2}.$$

Die Formel ist gültig:

1. Für kleine bis mittlere Z : der relative Fehler ist $\sim (Z\alpha)^2$, da man sich leicht überlegen kann, dass keine Glieder in $(Z\alpha)^3$ auftreten.

2. Für $\eta \ll 1$: der relative Fehler ist $\sim \eta$.

Für Abschätzungen wird also jedenfalls die Formel brauchbar sein bis $Z \lesssim 60$, $\hbar \omega \lesssim 100$ keV.

Zum Schlusse möchte ich Herrn Prof. FIERZ, der diese Arbeit anregte, sowie Herrn Prof. PAULI für ihre Unterstützung und viele wertvolle Ratschläge meinen höflichsten Dank aussprechen.

Zürich, ETH.

LITERATUR:

- 1) DANCOFF und MORRISON, Phys. Rev. **55**, 122 (1939).
 - 2) SOMMERFELD und MAUE, Ann. d. Phys., 5/22/7, 629 (1935).
 - 3) SOMMERFELD, Wellenmechanik, S. 408 ff.
 - 3) HEITLER, Proc. Camb. Phil. Soc., **32**, 112 (1936).
-

Zum Problem der instationären Stosspolare

von **F. Cap**, Zürich.

(5. XI. 1948.)

Einleitung und Problemstellung.

Die Vorgänge bei der zweidimensionalen stationären Gasströmung können heute als im wesentlichen geklärt angesehen werden¹⁾. Auch für stetige eindimensionale instationäre kompressible Strömungen liegen bereits Lösungsverfahren vor²⁾, doch ist dem Verfasser bisher keine Publikation über die „instationäre Stosspolare“ bekannt geworden.

Bekanntlich werden die erwähnten Strömungsprobleme so gelöst, dass man, ausgehend von einer ein für allemal festliegenden Zustandsebene unter Zuhilfenahme der jeweils vorgegebenen Randbedingungen das Strömungsfeld schrittweise konstruiert. Bei der gasquellenlosen

a) zweidimensionalen stationären stetigen Strömung entspricht der Zustandsebene die Geschwindigkeitsebene (u_x, u_y) , welche bei idealen Gasen von Epizykloiden überdeckt wird (Prandtlsches Charakteristikendiagramm);

b) eindimensionalen instationären stetigen Strömung wird die Zustandsebene durch Gerade in der (u, h) - bzw. (u, a) -Ebene oder durch Parabeln in der (u, q) -Ebene dargestellt (Zustandslinien, Charakteristiken).

c) zweidimensionalen stationären unstetigen Strömung (stationärer Verdichtungsstoss) bildet das Busemannsche Stosspolarendiagramm die Zustandsebene (u_x, u_y) , während

d) als Zustandsebene für die eindimensionale instationäre unstetige Strömung (instationärer Verdichtungsstoss) bisher näherungsweise die stetige Zustandsebene (u, a) herangezogen wurde (SCHULTZ-GRUNOW, SAUER) oder man ging von einem geeignet gewählten virtuellen, adiabatisch erreichbaren Anfangszustand aus (HALLER). Die in der vorliegenden Arbeit untersuchten Zustandslinien der eindimensionalen instationären unstetigen Strömung sollen als instationäre Stosspolare bezeichnet werden.

Wenn man die Rechnung auf ideale Gase beschränkt, so ist es nicht notwendig, die Schallfunktion $h = \int \frac{dp}{a\rho}$ einzuführen, da sich diese für ideale Gase einfach zu $h = \frac{2}{\kappa-1} \cdot a$ ergibt. Für die Enthalpie ergibt sich dann $i = \frac{a^2}{\kappa-1}$.

Die Ableitung der instationären Stosspolaren.

Bezeichnet man mit u, ρ, p, a die Zustandsgrößen vor dem Stoss und mit $\hat{u}, \hat{\rho}, \hat{p}, \hat{a}$ die Zustandsgrößen nachher, so gelten, wenn w die Stosswellengeschwindigkeit sei, folgende Gleichungen für den eindimensionalen instationären Verdichtungsstoss:

$$(w - u) \rho = (w - \hat{u}) \hat{\rho} \quad (\text{Massenerhaltung}) \quad (1)$$

$$(w - u)^2 \rho + p = (w - \hat{u})^2 \hat{\rho} + \hat{p} \quad (\text{Impulssatz}) \quad (2)$$

$$\frac{a^2}{\kappa-1} + \frac{(w-u)^2}{2} = \frac{\hat{a}^2}{\kappa-1} + \frac{(w-\hat{u})^2}{2} \quad (\text{Energiesatz}) \quad (3)$$

wobei noch für die adiabatischen Strömungen vor und nach dem Stoss

$$a^2 = \frac{\kappa p}{\rho} \quad (4)$$

und

$$\hat{a}^2 = \frac{\kappa \hat{p}}{\hat{\rho}} \quad (4')$$

gilt. Division von (2) durch (1) ergibt unter Verwendung von (4) und (4')

$$(w - u) + \frac{a^2}{\kappa} \cdot \frac{1}{w-u} = (w - \hat{u}) + \frac{\hat{a}^2}{\kappa} \cdot \frac{1}{w-\hat{u}} \quad (5)$$

während aus (3) folgt

$$\frac{2}{\kappa-1} (a^2 - \hat{a}^2) = (w - \hat{u})^2 - (w - u)^2 = [2w - (u + \hat{u})] (u - \hat{u}) \quad (6)$$

woraus

$$w = \frac{a^2 - \hat{a}^2}{\kappa-1} \cdot \frac{1}{u - \hat{u}} + \frac{u + \hat{u}}{2}. \quad (7)$$

Im Grenzfall der stetigen Verdichtungswelle, für welche bekanntlich

$$u - \hat{u} = \pm \frac{2}{\kappa-1} (a - \hat{a}) \quad (\text{Charakteristengleichung}) \quad (8)$$

gilt, folgt hieraus sofort die bekannte Formel

$$w = \frac{u + \hat{u}}{2} \pm \frac{a + \hat{a}}{2}. \quad (9)$$

Andererseits folgt für $u = 0$ und Ersatz von \hat{a} aus (5)

$$w = \frac{\kappa+1}{4} \hat{u} \pm \sqrt{\left(\frac{\kappa+1}{4} \cdot \hat{u}\right)^2 + a^2} \quad (10)$$

was mit der bekannten Stosswellengleichung

$$\hat{u} = \frac{2}{\kappa+1} a \left(\frac{w}{a} - \frac{a}{w} \right) \quad (11)$$

identisch ist. Durch Einsetzen von (7) in (5) folgt die gesuchte Gleichung der instationären Stosspolaren zu

$$\frac{a^2}{2(a^2 - \hat{a}^2) - (\kappa-1)(u - \hat{u})^2} - \frac{\hat{a}^2}{2(a^2 - \hat{a}^2) + (\kappa-1)(u - \hat{u})^2} - \frac{\kappa}{2(\kappa-1)} = 0 \quad (12)$$

oder nach einigen Umformungen

$$\hat{u} = u \pm \sqrt{\frac{1}{\kappa} \left[-(a^2 + \hat{a}^2) + \sqrt{(\hat{a}^2 + a^2)^2 - \frac{4\kappa^2}{\kappa-1} \left[\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa-1} \right] (a^2 - \hat{a}^2)^2} \right]}. \quad (13)$$

Aus dieser Form ergibt sich, dass unbeschadet der Allgemeinheit $u = 0$ gesetzt werden kann; die Kurven für $u \neq 0$ werden durch einfache Parallelverschiebung gefunden.

Unter den Zustandsgrößen a, u, \hat{a}, \hat{u} , sollen von nun an die durch Division durch eine geeignet gewählte Schallgeschwindigkeit a_0 dimensionslos gemachten Größen $a/a_0, u/a_0, \hat{a}/a_0, \hat{u}/a_0$ verstanden werden; da sich die Gleichung der Stosspolaren bei dieser Substitution nicht ändert, soll keine neue Bezeichnungsweise eingeführt werden. Die physikalische Bedeutung von (13) liegt darin, dass bei gegebenem a und u (als Parameter aufgefasst) der Zusammenhang zwischen \hat{a} und \hat{u} angegeben werden kann*).

Diskussion der Stosspolaren.

Für sehr grosse Werte von \hat{a} ($\hat{a} \gg a$) ergibt sich, wenn man a gegen \hat{a} vernachlässigt und $u = 0$ setzt

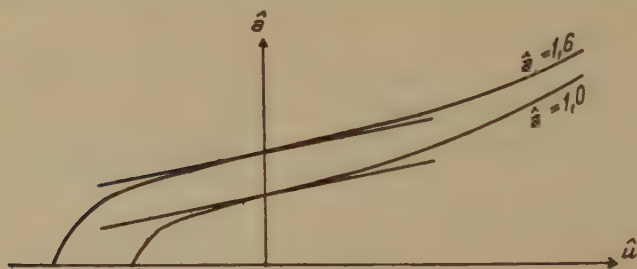
$$\lim_{\hat{a} \gg a} \hat{u} = \hat{a} \sqrt{\frac{1}{\kappa} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{4\kappa^2}{\kappa-1} \left[\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa-1} \right]} \right]}.$$

Es strebt also für grosse \hat{a} das Verhältnis \hat{u}/\hat{a} der Grenze $\text{ctg } \alpha$ zu. Diese Gerade geht durch den Nullpunkt und hat die Steigung α wo

$$\text{tg } \alpha = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\kappa} \left[-1 + \sqrt{1 - \frac{4\kappa^2}{\kappa-1} \left[\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa-1} \right]} \right]}}$$

*) Ähnlich wie bei der stationären Stosspolaren u_x (und $u_y = 0$ gesetzt) als Parameter aufgefasst wird, so dass die Polare einen Zusammenhang zwischen \hat{u}_x und \hat{u}_y (und damit auch den jeweiligen Stoss- und Ablenkungswinkel) liefert.

alle Stosspolaren nähern sich asymptotisch dieser Geraden. Dieselbe Gerade ergibt sich, wenn man $a = 0$ setzt; in diesem Fall entartet die Stosspolare in die Asymptote. Für jedes neue a ergibt sich eine neue Stosspolare. Kurvenäste, für die $\hat{a} < a$ gilt, haben keine physikalische Bedeutung, da sie (wie man auch durch Vergleich mit der stetigen Zustandsebene sieht), den wegen der damit verbundenen Entropieverminderung verbotenen Verdünnungsstößen entsprechen würden. An der Stelle $\hat{a} = a$ gilt $\hat{u} = 0$; die Stosspolare schneidet an dieser Stelle die \hat{a} -Achse (siehe Abbildung; in der Abbildung ist nur der Ast für $\hat{u} > 0$ gezeichnet, der Ast für $\hat{u} < 0$ ist symmetrisch zur \hat{a} -Achse). Dieser Punkt soll noch näher untersucht werden. Da die Ableitungen der implizit gegebenen Stosspolaren (12) nach \hat{a} und \hat{u} verschwinden, ist dieser Punkt ein singulärer Punkt. Eine nähere, vermittelt der bekannten Diskriminante



$F_{xy}^2 - F_{xx}F_{yy}$ durchgeführte Untersuchung zeigt weiter, dass es sich um einen Doppelpunkt mit zwei reellen Tangenten handelt. Da in der Umgebung des Doppelpunktes \hat{a} nicht sehr stark von a verschieden ist, müssen die Doppelpunktstangenten den stetigen Fall darstellen. Dies ergibt sich auch aus der folgenden Rechnung*)

$$\cotg \beta = \left(\frac{d\hat{u}}{d\hat{a}} \right)_{\hat{a}=a} = \pm \frac{2}{\kappa - 1}$$

wo β der Steigungswinkel der Stosspolaren an der Stelle $\hat{a} = a$ sei. Andererseits gilt für stetige Verdichtungen $\hat{u} = \pm \frac{2}{\kappa - 1} (\hat{a} - a)$ und daher ebenfalls

$$\left(\frac{d\hat{u}}{d\hat{a}} \right)_{\hat{a}=a} = \frac{d\hat{u}}{d\hat{a}} = \cotg \beta = \pm \frac{2}{\kappa - 1} \quad \text{und damit} \quad \tg \beta = \frac{\kappa + 1}{2}$$

als die Steigung sowohl der Tangenten der Stosspolaren im

*) Die Differentiation muss natürlich von der impliziten Form ausgehen, da ja der Punkt $\hat{a} = a$ singulär ist!

Doppelpunkt, als auch als Steigung der Zustandslinien der stetigen Strömung. Wie es sein muss, ist $\alpha > \beta$.

Für die Stosswellengeschwindigkeit ergibt sich aus (10) und (13) (wobei wieder $u = 0$)

$$w = \pm \frac{\kappa+1}{4} \sqrt{\frac{1}{\kappa} \left[-(a^2 + \hat{a}^2) + \sqrt{(a^2 + \hat{a}^2)^2 - \frac{4}{\kappa-1} \left[\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa-1} \right] (a^2 - \hat{a}^2)^2} \right]} \pm \sqrt{\left(\frac{\kappa+1}{4} \right)^2 \cdot \frac{1}{\kappa} \cdot [\dots \sqrt{}] + a^2}$$

es ist jedoch praktischer, zuerst \hat{u} auszurechnen und damit in (10) einzugehen. Für sehr grosses $\hat{a} \gg a$ erhält man aus (10) die beiden

$$\text{Grenzwertverhältnisse } \frac{w}{\hat{a}} \rightarrow \frac{\kappa+1}{2} \cotg \alpha \text{ und } \frac{w}{\hat{u}} \rightarrow \frac{\kappa+1}{2}.$$

Spezialisierung für Luft.

Um numerische Werte zu erhalten, wurde $k = 1,40$ gesetzt, was der Luft entspricht. Man erhält für (13)

$$\hat{u} = \pm \sqrt{\frac{10}{14} \left[-(a^2 + \hat{a}^2) + \sqrt{(a^2 + \hat{a}^2)^2 + 35(a^2 - \hat{a}^2)^2} \right]}$$

und für $\tg \beta = 0,528$ also $\alpha = 27^\circ,8$ (Neigung der Asymptote)

und für $\tg \beta = 0,200$ also $\alpha = 11^\circ,3$ (Neigung der Doppelpunktstangenten).

Für die Parameter $a = 0,4; 1,0$ und $1,6$ erhält man die folgende Tabelle:

\hat{a}	$\hat{u} f \cdot a=0,4$	$\hat{u} f \cdot a=1,0$	$\hat{u} f \cdot a=1,6$	für die Werte von $a = 1,0$				
				$\frac{\hat{u}}{\hat{a}}$	w	$w_{\text{stet.}}$	$\frac{w}{\hat{a}}$	$\frac{w}{\hat{u}}$
0,0	-0,78	-1,89	-3,02	—	—	—	—	—
0,4	0,00	—	—	—	—	—	—	—
0,5	0,43	—	—	—	—	—	—	—
0,6	0,74	—	—	—	—	—	—	—
0,8	1,24	—	-2,45	—	—	—	—	—
1,0	1,68	0,00	-2,13	—	1,00	1,00	1,00	—
1,2	2,10	0,90	-1,61	0,75	1,67	1,65	1,39	1,85
1,4	2,50	1,57	-0,94	1,12	2,32	1,98	1,66	1,48
1,6	2,90	2,12	0,00	1,33
1,7	.	2,38	0,49	1,40	3,18	—	1,87	1,34
2,0	.	3,10	1,73	1,55	3,97	—	1,98	1,28
2,5	.	4,20	3,24	1,68	5,23	—	2,08	1,25
3,0	.	5,24	4,48	1,75	6,44	—	2,12	1,23
4,0	.	7,24		1,80	8,80	—	2,20	1,21
5,0	.	9,20		1,84	11,12	—	2,22	1,20

Ein Minuszeichen weist bei dem berechneten Ast, welcher für nach rechts laufende Stösse gilt, auf Verdünnungsstösse hin. Für kleine Druckverhältnisse, bei denen die Hugoniotkurve durch die Adiabate ersetzt werden kann, wurde zum Vergleich w_{stetig} nach (9) berechnet. Bei einer verlangten Genauigkeit von 1% ergeben sich ab $\hat{a} = 1,10$ (entspricht einem Druckverhältnis von 2,50) Unterschiede zwischen w_{stetig} und w . Für die Grenzverhältnisse bei Luft ergibt sich

$$\frac{\hat{u}}{\hat{a}} = 1,89 \quad \frac{\hat{w}}{\hat{a}} = 2,27 \quad \frac{\hat{w}}{\hat{u}} = 1,20.$$

Man sieht, dass die Werte der Tabelle ziemlich rasch diesen Werten zustreben. Der physikalische Grund für das Vorhandensein der Grenzverhältnisse dürfte wohl in der Eigenschaft der Hugoniotkurve, nur endliche Verdichtungen (bei Luft maximal etwa 6) zuzulassen, zu suchen sein.

Zur Entstehung des instationären eindimensionalen Verdichtungsstosses.

Die Entstehung eines eindimensionalen instationären Stosses kann man sich etwa auf folgende Weise denken:

1. Entleerung eines Hochdruckbehälters durch ein Rohr; dieses Beispiel soll anschliessend genauer behandelt werden.
2. Zusammenlaufen zweier oder mehrerer stetiger Verdichtungslinien bei der Lösung eindimensionaler instationärer Strömungsprobleme (SCHULTZ-GRUNOW, HALLER).

Bei diesem Problemkreis erhält man die Anfangsbedingung des Stosses, nämlich u , a , \hat{a} bzw. \hat{u} aus dem bereits gegebenen Strömungsfeld; man darf aber bei der Aufstellung der Stossanfangsbedingungen nicht auf die bei der Einholung zweier Verdichtungslinien (Stösse) entstehende Verdünnungswelle vergessen (PFRIEM).

Zur Klärung der Verhältnisse beim Problem 1) nehmen wir folgendes Beispiel an: Ein an einem Ende offenes Rohr wird etwa in der Mitte durch eine Wand abgeteilt. In der hiedurch entstehenden Kammer befindet sich Gas im Schallzustand a_2 , während der übrige Teil des Rohres mit Gas vom Schallzustand a (Atmosphäre) erfüllt ist. Öffnet man rasch die Kammer durch seitliches Herausziehen der Wand, so gleicht sich der hergestellte Drucksprung durch einen instationären Verdichtungsstoss nach aussen und eine stetige Verdünnungswelle*) nach innen ins Rohr aus. Sei

*) Vermittels dieser Rechnungsweise gelingt es leicht, eine Abschätzung für die maximal erreichbare Geschwindigkeit zu erhalten.

\hat{a} der Schallzustand und \hat{u} die Strömungsgeschwindigkeit, die sich nach dem „Auseinanderlaufen“ der stetigen Welle und des Stosses einstellen, so gilt nach (10), (8) und (12)

$$w = \frac{\kappa+1}{4} \hat{u} \pm \sqrt{\left(\frac{\kappa+1}{4} \hat{u}\right)^2 + a^2} \quad (10')$$

$$\hat{u} = \frac{2}{\kappa-1} (a_2 - \hat{a}) \quad (8')$$

$$\hat{u} = + \sqrt{\frac{1}{\kappa} \left[-(a^2 + \hat{a}^2) + \sqrt{(\hat{a}^2 + a^2)^2 - \frac{4\kappa^2}{\kappa-1} \left[\frac{1}{\kappa} - \frac{1}{\kappa-1} \right] (a^2 - \hat{a}^2)^2} \right]} \quad (13')$$

hievon sind a und a_2 bekannt, \hat{u} , \hat{a} und w sind gesucht. Setzt man \hat{u} aus (8') in (13') ein, so erhält man nach einigen Umformungen eine Gleichung 4. Grades für \hat{a} , die man wohl am besten graphisch löst. \hat{u} und w werden dann aus (8'), resp. (10') berechnet. Führt man die Rechnungen mit einigen kleinen Vernachlässigungen durch, so erhält man die folgende Tabelle (für $a = 1,00$):

a_2	\hat{a}	\hat{u}	u^*	$\frac{u^*}{\hat{u}}$	$\frac{a_2}{\hat{a}}$
1,38	1,20	0,90	1,53	1,70	1,15
1,87	1,50	1,86	2,79	1,50	1,25
2,18	1,70	2,38	3,50	1,47	1,28
2,62	2,00	3,10	4,46	1,44	1,31
3,34	2,50	4,20	5,91	1,41	1,34
4,05	3,00	5,24	7,33	1,39	1,35
5,45	4,00	7,24	10,04	1,39	1,36
6,15	4,50	8,26	11,40	1,38	1,37
6,84	5,00	9,20	12,70	1,38	1,37
8,22	6,00	11,10	15,18	1,38	1,37

Bezeichnet man mit u^* den Wert von \hat{u} , den man erhalten würde, wenn man in die Stosspolare (13') statt \hat{a} den Ruhhochdruckschallzustand a_2 einsetzen würde, so ergibt sich als Grenzverhältnis für Luft $\frac{u^*}{a^2} = \frac{\hat{u}}{\hat{a}} = 1,89$ und $\frac{a_2}{\hat{a}} = \frac{u^*}{\hat{u}} = 1,38$, was als Mass für den Druckverlust durch die Verdünnungswelle angesehen werden kann.

Zusammenfassung.

Es gelingt, aus den Grundgleichungen des instationären eindimensionalen Verdichtungsstosses eine Beziehung zwischen Strömungs- und Schallgeschwindigkeit nach dem Stoss aufzustellen, welche als instationäre Stosspolare bezeichnet wird. Diese Beziehung ist an Stelle der für stetige Druckwellen zu verwendenden Beziehung $\dot{u} \pm \frac{2}{\kappa-1} \dot{a} = \text{const}$ zu benützen, sobald die Hugoniotgleichung nicht mehr durch die Adiabate ersetzt werden darf. Die instationäre Stosspolare wird diskutiert, für Luft berechnet und gezeichnet. Abschliessend werden zwei Entstehungsmöglichkeiten instationärer eindimensionaler Verdichtungsstösse kurz besprochen.

Herrn Professor Ackeret und Herrn Professor Roš, Zürich, und Herrn Professor Thirring, Wien, sei für ihre Förderung und ihr Entgegenkommen in meiner schwierigen Lage bestens gedankt. Herrn Hajek danke ich für die Ausführung einiger numerischer Rechnungen.

Literaturhinweise.

¹⁾ L. PRANDTL, A. BUSEMANN, Stodola-Festschrift, Zürich 1929. A. BUSEMANN, Voltakongress, S. 328—360. HALLER, SULZER, Technische Rundschau, 1945; ferner SAUER, Theoretische Einführung in die Gasdynamik, dort weitere Literaturangaben zur stationären Strömung (Springer, Berlin 1943).

²⁾ SCHULTZ-GRUNOW, Forschung. Ing. Wesen (1942), Bd. 13, Nr. 3, S. 125-134, derselbe, Ing. Archiv, Bd. XIV (1943/44), S. 21. SAUER, Ing. Archiv, Bd. XIII (1942/43), S. 79; Bd. XIV (1943/44), S. 14 derselbe, ZAMM 23, Nr. 1. Theorie der nichtstationären Gasströmung, Geheimer Forschungsbericht FB 1675/1 (Zentrale f. wiss. Berichtswesen der Luftwaffe, Berlin). PERIEM, Forschung Ing.-Wesen (1941), Bd. 12, Nr. 1, S. 100; Nr. 5 u. 117, Nr. 3; (1942), Bd. 13, Nr. 2; derselbe, akustische Zeitschrift (1941), Bd. 6, S. 222. HALLER, Technische Rundschau, Sulzer, 1945. KORST, Dissertation, Technische Hochschule Wien, 1946. CAP, Acta Physica Austriaca, Bd. 1, Heft 1 und Heft 6, Österreichisches Ingenieurarchiv, Bd. II (im Erscheinen).

HELVETICA PHYSICA ACTA

VOLUMEN XXI

AUTORENREGISTER — TABLE DES AUTEURS

	Seite
ALDER, F.: s. Metzger, Alder und Huber	278
BACHER, JEAN: Komplexspektren zweiatomiger Manganhalogenide	379
BALDINGER, E. und CASALE, R.: Über Untersetzer	117
BALDINGER, E. und CASALE, R. (Basel): Ein Gerät zur Messung der Verteilung von Impulshöhen und Zeitdifferenzen	172
BALDINGER, E.: s. Meyer, Huber und Baldinger	188
BANDERET, N.: s. Mercier et Banderet	220
BARONE, A.: Ultraschallgenerator mit Normalfrequenz	137
Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft 1969/429	429
BIERI, B.: s. Huber und Bieri	375
BLASER, J. P.: s. Marmier, Blaser, Medicus und Preiswerk	198
BLATTNER, H., KÄNZIG, W., MERZ, W. und SUTTER, H. (ETH. Zürich): Die Domänenstruktur von BaTiO_3 -Kristallen	207
BLATTNER, H. und MERZ, W. (ETH. Zürich): Die Anomalien der spezifischen Wärme von Bariumtitanat	210
BLATTNER, H., GRÄNICH, H., KÄNZIG, W. und MERZ, W.: Die Kristallstruktur des hexagonalen und rhombischen Barium-Platinat-Titanats	341
BÖMMEL, HANS: Über die Lichtstreuung an durch Ultraschall ausgerichteten kolloidalen Teilchen	289
BÖMMEL, HANS: Über die Eignung von Ammoniumphosphatkristallen als Ultraschallgeneratoren	403
BORGNIS, F.: Allgemeine Eigenschaften der paraxialen elektronenoptischen Abbildung	461
BUSCH, G., FLURY, H. und MERZ, W. (ETH. Zürich): Elektrische Leitfähigkeit und Brechungsindex des Bariumtitanats	212
CAP, F.: Zum Problem der instationären Stosspolaren	505
CASALE, R.: s. Baldinger und Casale	117
CASALE, R.: s. Baldinger und Casale	172
CORINALDESI, E. und JOST, R. (ETH. Zürich): Die höheren strahlungstheoretischen Näherungen zum Compton-Effekt	183
DÄLLENBACH, W.: Berechnung eines Spiral-Beschleunigers für schwere Teilchen	21
DREYFUS-GRAF, J., Genève: Les formules de l'effet Doppler dans la théorie ellipsoïdale de la relativité restreinte (erreur des formules d'Einstein)	87

EKKERS, G. J., FARNER, A. und KLÄUI, R. (Albiswerk Zürich): Der Thomson-Koeffizient einiger Metalle bei hohen Temperaturen	218
FARNER, A.: s. Ekkers, Farner und Kläui	218
FLURY, H.: s. Busch, Flury und Merz	212
FRAUENFELDER, H., HUBER, O., PREISWERK, P. und STEFFEN, R.: Kondensation von radioaktivem Cadmium und Silber an Metalloberflächen . .	197
GÖTZ, F. W. PAUL und SCHÖNMANN, ERNST: Die spektrale Energieverteilung von Himmels- und Sonnenstrahlung	151
GRÄNICH, H.: s. Blattner, Gränicher, Känzig und Merz	341
GREEN, T. A. et WEIGLE, J. (Genève): Théorie du moiré	217
GREINACHER, H. (Bern): Über eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten	261
GREINACHER, H. (Bern): Über ein neues statisches Voltmeter	273
GREINACHER, H. (Bern): Über eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten	429
GREINACHER, H. (Bern): Über ein neues statisches Voltmeter	430
HÄLG, W. und JENNY, L.: Herstellung und Eigenschaften einer photographischen Emulsion zum Nachweis geladener Teilchen	131
HÄLG, W.: s. Jenny und Hälg	183
HAENNY, CH. et ROCHAT, O. (Lausanne): Sur la mesure de la concentration en uranium des plaques Ilford D ₁ imprégnées et la détermination de sections efficaces de fission	186
HÄNNI, H., TELEGGI, V. L. und ZÜNTI, W. (ETH. Zürich): Kernphotoeffekt an Kohlenstoff unter Aussendung von Alphateilchen	203
HARDUNG, V.: s. Moos und Hardung	204
HARDUNG, VICTOR (Freiburg): Über die Dipolmomente der Dinitrotoluole und die Quantenmechanische Erklärung der Reaktionsfähigkeit ihrer Methylgruppen	445
HERCZOG, A. und WIELAND, K.: Gesetzmässigkeiten bei der temperaturbedingten Änderung eines kontinuierlichen Absorptionsspektrums	436
HIRZEL, O.: s. Wäffler und Hirzel	200
HOERNI, J. et WEIGLE, J. (Genève): Diffraction des électrons par le Graphite .	215
HOURIET, A. et KIND, A.: Freinage des neutrons rapides dans le graphite .	143
HUBER, K. und BIERI, B.: Orientierte Abscheidung von Oxyd bei der anodischen Oxydation.	375
HUBER, O., STEFFEN, R. und HUMBEL, F. (ETH. Zürich): Anregungs-Niveaux des Au ¹⁹⁷ -Kernes	192
HUBER, O.: s. Steffen, Huber, Humbel und Zünti	194
HUBER, O.: s. Frauenfelder, Huber, Preiswerk und Steffen	197
HUBER, P.: s. Stebler und Huber	59
HUBER, P.: s. Meyer, Huber und Baldinger	188
HUBER, P.: s. Metzger, Alder und Huber	278
HUMBEL, F.: s. Huber, Steffen und Humbel	192
HUMBEL, F.: s. Steffen, Huber, Humbel und Zünti	194
JACOTTET, PAUL (Heidelberg): Zur Bestimmung der elektromagnetischen Konstanten von Halbleitern im Ultrakurzwellengebiet	251
JAQUEROD, A. (Neuchâtel): Etude sur le pendule de torsion	206

	Seite
JENNY, L.: s. Hälgi und Jenny	131
JENNY, L. und HÄLG, W. (Basel): Das Abklingen latenter Bilder in photographischen Schichten	183
JOST, R.: s. Corinaldesi und Jost	183
JOYET, G. et Mlle SIMON, M. (C.A.C.R., Lausanne): Origine de l'effet de température sur le tube de Geiger-Müller à alcool-argon	180
KANNUNA, M.: Methode zur Diffusionsmessung zweier Flüssigkeiten vermittelt Ultraschallwellen	93
KÄNZIG, W.: s. Blattner, Känzig, Merz und Sutter.	207
KÄNZIG, W.: s. Blattner, Gränicher, Känzig und Merz	341
KELLER, R.: Une nouvelle source d'électrons et son inversion comme source d'ions	170
KIND, A.: s. Houriet und Kind	143
KITTEL, C.: s. Luttinger und Kittel	480
KLÄUI, R., s. Ekkers, Farner und Kläui	218
KÖNIG, H. und PERLSTAIN, A. (Eid. Amt für Mass und Gewicht): Einfache Kristalldioden-Schaltungen für Präzisions-Messzwecke	433
LEVI, FRITZ und PHILIPP, HOWARD J.: Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit in Kautschuk	233
LORRAIN, P.: Une nouvelle source d'électrons et son inversion comme source d'ions	497
LUTTINGER, J. M. (ETH. Zürich) und C. KITTEL: Eine Bemerkung zur Quantentheorie der ferromagnetischen Resonanz	480
LUTTINGER, J. M. (ETH. Zürich): On the Magnetic Moments of the Neutron and Proton	483
MAEDER, D. (ETH. Zürich): Natürliche Unschärfe der Ladungsmessung mit Impulsverstärkern in Abhängigkeit von der Stosshäufigkeit	174
MAEDER, RENÉ: Das Absorptionsspektrum von zweiatomarem Schwefel im Schumanngebiet	411
MARMIER, P., BLASER, J.-P., MEDICUS, H. et PREISWERK, P. (E.P.F. Zurich): Mesures spectroscopiques des radiations X de radioéléments	198
MEDICUS, H.: s. Marmier, Blaser, Medicus und Preiswerk	198
MERCIER, R. et Mme BANDERET, N. (Lausanne): Absorption des ultrasons par les solides	220
MERZ, W.: s. Blattner, Känzig, Merz und Sutter.	207
MERZ, W.: s. Blattner und Merz	210
MERZ, W.: s. Busch, Flury und Merz.	212
MERZ, W.: s. Blattner, Gränicher, Känzig und Merz	341
METZGER, F., ALDER, F. und HUBER, P.: Untersuchung der n-p-Reaktion an Phosphor	278
MEYER, K. P., HUBER, P. und BALDINGER, E. (Universität Basel): Koinzidenz-Messungen an Licht- und γ -Quanten mit Multipliern	188
MOOS, W. und HARDUNG, V. (Fribourg): Über die Einwirkung von langsamen Kathodenstrahlen auf einzellige Lebewesen	204
OLLENDORFF, FRANZ: Über die Bildung des Strichfokus in Röntgenröhren	3
PERLSTAIN, A.: s. König und Perlstain	433
PERRIER, ALBERT (Lausanne): Aperçu sur l'activité de l'Union internationale et du Comité suisse de Physique	221

	Seite
PHILIPP, H. J.: s. Levi und Philipp	233
PIRENNE, JEAN: La méthode des perturbations en théorie des champs quantifiés et la construction de la matrice S de Heisenberg	226
PREISWERK, P.: s. Frauenfelder, Huber, Preiswerk und Steffen	197
PREISWERK, P.: s. Marmier, Blaser, Medicus und Preiswerk	198
Rochat, O.: s. Haenny et Rochat	186
SAURER, H. (ETH. Zürich): Ansprechwahrscheinlichkeit von Geiger-Müller-Zählrohren für Röntgen-Strahlen	435
SCHAFROTH, R. (ETH., Zürich): Koeffizienten der inneren Konversion für magnetische Multipolstrahlung	499
SCHÖNMANN, E.: s. Götz und Schönmann	151
Schweizer Komitee für Optik	225
SIMON, M.: s. Joyet et Simon	180
STEBLER, A. und HUBER, P., Basel: Eintrittsresonanzen schneller Neutronen an N^{14} und S^{32}	59
STEFFEN, R.: s. Huber, Steffen und Humbel	192
STEFFEN, R., HUBER, O., HUMBEL, F. und ZÜNTI, W. (ETH. Zürich): Der Zerfall der Goldisotope Au^{194} , Au^{195} und Au^{196} durch Elektroneneinfang	194
STEFFEN, R.: s. Frauenfelder, Huber, Preiswerk und Steffen	197
STOLL, P., WALTER, M. und ZÜNTI, W. (ETH. Zürich): Untersuchungen an verschiedenen Koinzidenz-Mischstufen	177
SUTER, H.: s. Blattner, Känzig, Merz und Suter	207
TELEGDI, V. L.: s. Hänni, Telegdi und Zünti	203
THELLUNG, ARMIN: s. Villars und Thellung	355
VILLARS, FELIX und THELLUNG, ARMIN: Das magnetische Moment von H_3 und He_3 nach der Möller-Rosenfeld-Theorie der Kernkräfte	355
WÄFFLER, H. und HIRZEL, O. (ETH. Zürich): Relative Wirkungsquerschnitte für den (γ, n) -Prozess mit der Lithium-Gamma-Strahlung (Quantenenergie $h\nu = 17,5$ MeV)	200
WALTER, M.: s. Stoll, Walter und Zünti	177
WEIGLE, J.: s. Hoerni et Weigle	215
WEIGLE, J.: s. Green et Weigle	217
WENTZEL, G.: Zwei Bemerkungen zur Theorie der Streumatrix	49
WIELAND, K., Zürich: Molekülspektren mit Ionencharakter	434
WIELAND, K.: s. Herzog und Wieland	436
ZUBER, K.: Quantitative Autoradiographie	365
ZÜNTI, W.: s. Stoll, Walter und Zünti	177
ZÜNTI, W. (ETH. Zürich): Ein Beta-Spektrometer hoher Lichtstärke	179
ZÜNTI, W.: s. Steffen, Huber, Humbel und Zünti	194
ZÜNTI, W.: s. Hänni, Telegdi und Zünti	203
ZWICKY, F.: Morphology of aerial propulsion	299

HELVETICA PHYSICA ACTA

VOLUMEN XXI

INHALTSVERZEICHNIS — TABLE DES MATIÈRES

	Seite
<i>Fasciculus I</i>	
(25. II. 1948)	
FRANZ OLLENDORFF: Über die Bildung des Strichfokus in Röntgenröhren .	3
W. DÄLLENBACH: Berechnung eines Spiral-Beschleunigers für schwere Teilchen	21
G. WENTZEL: Zwei Bemerkungen zur Theorie der Streumatrix	49
A. STEBLER und P. HUBER, Basel: Eintrittsresonanzen schneller Neutronen an N^{14} und S^{32}	59
J. DREYFUS-GRAF, Genève: Les formules de l'effet Doppler dans la théorie ellipsoïdale de la relativité restreinte (erreur des formules d'Einstein) .	87

Fasciculus II

(15. VI. 1948)

M. KANNUNA: Methode zur Diffusionsmessung zweier Flüssigkeiten vermittelt Ultraschallwellen	93
E. BALDINGER und R. CASALE: Über Untersetzer	117
W. HÄLG und L. JENNY: Herstellung und Eigenschaften einer photographischen Emulsion zum Nachweis geladener Teilchen	131
A. BARONE: Ultraschallgenerator mit Normalfrequenz	137
A. HOURIET et A. KIND: Freinage des neutrons rapides dans le graphite . .	143
F. W. PAUL GÖTZ und ERNST SCHÖNMANN: Die spektrale Energieverteilung von Himmels- und Sonnenstrahlung	151

Fasciculus III/IV

(10. VIII. 48)

Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft. .	169
R. KELLER: Une nouvelle source d'électrons et son inversion comme source d'ions	170
E. BALDINGER und R. CASALE (Basel): Ein Gerät zur Messung der Verteilung von Impulshöhen und Zeitdifferenzen	172
D. MAEDER (ETH. Zürich): Natürliche Unschärfe der Ladungsmessung mit Impulsverstärkern in Abhängigkeit von der Stosshäufigkeit . .	174
P. STOLL, M. WALTER und W. ZÜNTI (ETH. Zürich): Untersuchungen an verschiedenen Koinzidenz-Mischstufen	177

	Seite
W. ZÜNTI (ETH. Zürich): Ein Beta-Spektrometer hoher Lichtstärke	179
G. JOYET et Mlle M. SIMON (C.A.C.R., Lausanne): Origine de l'effet de température sur le tube de Geiger-Müller à alcool-argon	180
L. JENNY und W. HÄLG (Basel): Das Abklingen latenter Bilder in photographischen Schichten	183
E. CORINALDESI und R. JOST (ETH. Zürich): Die höheren strahlungstheoretischen Näherungen zum Compton-Effekt	183
CH. HAENNY et O. ROCHAT (Lausanne): Sur la mesure de la concentration en uranium des plaques Ilford D ₁ imprégnées et la détermination de sections efficaces de fission	186
K. P. MEYER, P. HUBER und E. BALDINGER (Universität Basel): Koinzidenz-Messungen an Licht- und γ -Quanten mit Multipliern	188
O. HUBER, R. STEFFEN und F. HUMBEL (ETH. Zürich): Anregungs-Niveaux des Au ¹⁹⁷ -Kernes	192
R. STEFFEN, O. HUBER, F. HUMBEL und W. ZÜNTI (ETH. Zürich): Der Zerfall der Goldisotope Au ¹⁹⁴ , Au ¹⁹⁵ und Au ¹⁹⁶ durch Elektroneneinfang.	194
H. FRAUENFELDER, O. HUBER, P. PREISWERK, R. STEFFEN: Kondensation von radioaktivem Cadmium und Silber an Metalloberflächen.	197
P. MARMIER, J.-P. BLASER, H. MEDICUS et P. PREISWERK (E.P.F. Zürich): Mesures spectroscopiques des radiations X de radioéléments	198
H. WÄFFLER und O. HIRZEL (ETH. Zürich): Relative Wirkungsquerschnitte für den (γ , n)-Prozess mit der Lithium-Gamma-Strahlung (Quantenenergie $h\nu = 17,5$ MeV)	200
H. HÄNNI, V. L. TELEGI und W. ZÜNTI (ETH. Zürich): Kernphotoeffekt an Kohlenstoff unter Aussendung von Alphateilchen	203
W. MOOS und V. HARDUNG (Fribourg): Über die Einwirkung von langsamen Kathodenstrahlen auf einzellige Lebewesen	204
A. JAQUEROD (Neuchâtel): Etude sur le pendule de torsion	206
H. BLATTNER, W. KÄNZIG, W. MERZ, H. SUTTER (ETH. Zürich): Die Domänenstruktur von BaTiO ₃ -Kristallen	207
H. BLATTNER, W. MERZ (ETH. Zürich): Die Anomalien der spezifischen Wärme von Bariumtitanat	210
G. BUSCH, H. FLURY und W. MERZ (ETH. Zürich): Elektrische Leitfähigkeit und Brechungsindex des Bariumtitanats	212
J. HOERNI et J. WEIGLE (Genève): Diffraction des électrons par le Graphite	215
T. A. GREEN et J. WEIGLE (Genève): Théorie du moiré	217
G. J. EKKERS, A. FARNER und R. KLÄUI (Albiswerk Zürich): Der Thomson-Koeffizient einiger Metalle bei hohen Temperaturen	218
R. MERCIER et Mme N. BANDERET (Lausanne): Absorption des ultrasons par les solides	220
ALBERT PERRIER (Lausanne): Aperçu sur l'activité de l'Union internationale et du Comité suisse de Physique	221
Schweizer Komitee für Optik	225
JEAN PIRENNE: La méthode des perturbations en théorie des champs quantifiés et la construction de la matrice S de Heisenberg	226

FRITZ LEVI und HOWARD J. PHILIPP: Untersuchungen über die Schallgeschwindigkeit in Kautschuk	233
PAUL JACOTTET (Heidelberg): Zur Bestimmung der elektromagnetischen Konstanten von Halbleitern im Ultrakurzwellengebiet	251
H. GREINACHER (Bern): Über eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten	261
H. GREINACHER (Bern): Über ein neues statisches Voltmeter	273
F. METZGER, F. ALDER und P. HUBER: Untersuchung der n-p-Reaktion an Phosphor	278
HANS BÖMMEL: Über die Lichtstreuung an durch Ultraschall ausgerichteten kolloidalen Teilchen	289

Fasciculus V

(30. IX. 1948)

F. ZWICKY: Morphology of aerial propulsion	299
H. BLATTNER, H. GRÄNACHER, W. KÄNZIG, W. MERZ: Die Kristallstruktur des hexagonalen und rhombischen Barium-Platinat-Titanats	341
FELIX VILLARS und ARMIN THELLUNG: Das magnetische Moment von H_3 und He_3 nach der Møller-Rosenfeld-Theorie der Kernkräfte	355
K. ZUBER: Quantitative Autoradiographie	365
K. HUBER und B. BIERI: Orientierte Abscheidung von Oxyd bei der anodischen Oxydation	375
JEAN BACHER: Komplexspektren zweiatomiger Manganhalogenide	379
HANS BÖMMEL: Über die Eignung von Ammoniumphosphatkristallen als Ultraschallgeneratoren	403
RENÉ MAEDER: Das Absorptionsspektrum von zweiatomarem Schwefel im Schumanngebiet	411

Fasciculus VI

(20. XII. 1948)

Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft	429
H. GREINACHER, Bern: Über eine Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten von Flüssigkeiten	429
H. GREINACHER, Bern: Über ein neues statisches Voltmeter	430
ALBERT PERRIER, Lausanne: Sur des bobinages à grande densité de courant	431
H. KÖNIG und A. PERLSTAIN (Eid. Amt für Mass und Gewicht): Einfache Kristalldioden-Schaltungen für Präzisions-Messzwecke	433
K. WIELAND, Zürich: Molekülspektren mit Ionencharakter	434
H. SAURER, ETH. Zürich: Ansprechwahrscheinlichkeit von Geiger-Müller-Zählrohren für Röntgen-Strahlen	435
A. HERCZOG und K. WIELAND: Gesetzmässigkeiten bei der temperaturbedingten Änderung eines kontinuierlichen Absorptionsspektrums	436

VICTOR HARDUNG, Freiburg: Über die Dipolmomente der Dinitrotoluole und die Quantenmechanische Erklärung der Reaktionsfähigkeit ihrer Methylgruppen	445
F. BORGNIS: Allgemeine Eigenschaften der paraxialen elektronenoptischen Abbildung	461
J. M. LUTTINGER (ETH., Zürich) und C. KITTEL: Eine Bemerkung zur Quantentheorie der ferromagnetischen Resonanz	480
J. M. LUTTINGER (ETH., Zürich): On the Magnetic Moments of the Neutron and Proton	483
P. LORRAIN: Une nouvelle source d'électrons et son inversion comme source d'ions	497
R. SCHAFROTH (ETH., Zürich): Koeffizienten der inneren Konversion für magnetische Multipolstrahlung	499
F. CAP: Zum Problem der instationären Stosspolaren	505
AUTORENREGISTER.	513
INHALTSVERZEICHNIS.	517

DATE DUE

GAYLORD

PRINTED IN U.S.A.



3 8198 303 490 062

THE UNIVERSITY OF ILLINOIS AT CHICAGO

